

ШКОЛЬНАЯ АЛГЕБРА В ДРЕВНЕМ ВАВИЛОНЕ

Квадратные уравнения изучают в 8 классе. И очень часто у школьников в голове остаётся только заученная «формула дискриминанта», а понимания, откуда эта формула берётся, при этом не прибавляется. Чтобы посмотреть на скучную школьную алгебру с другой, неожиданной и интересной стороны, займёмся задачей, которую почти четыре тысячи лет назад во времена царя Хаммурапи уже умели решать древневавилонские математики.

Среди всего прочего, эти математики занимались измерением полей. Если поле прямоугольное, то у него можно найти периметр (сумму всех четырёх сторон) и площадь (произведение двух соседних сторон). Вот один вавилонский математик и спрашивает другого:

«Я измерил прямоугольное поле, его периметр равен 40 единицам, а площадь равна 96 квадратным единицам. Можешь ли ты найти его стороны?»

Задача эта непростая. Ясно, что если периметр равен 40 единицам, то сумма двух сторон равна половине от 40, то есть 20 единицам. Можно попробовать подойти к задаче, как учат в школе: обозначить одну сторону за x , тогда другая сторона будет $20 - x$, произведение двух сторон будет $x(20 - x)$, и получится уравнение $x(20 - x) = 96$. Но как его решать, если этого в школе ещё не проходили? Как его решали вавилонские математики? И самое главное, как они додумались до своего решения?

Чтобы додуматься до решения, нужны идеи. И вот первая из них. Давайте возьмём и нарисуем *квадрат* с периметром 40 единиц (рис. 1). Вы спросите – почему квадрат? Потому что у него легко найти площадь: каждая из его четырёх сторон равна 10 единицам, а площадь равна $10 \times 10 = 100$ квадратным единицам.

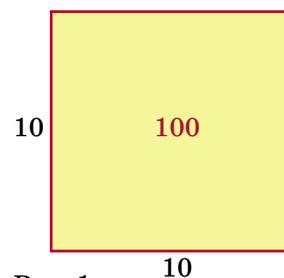


Рис. 1

У прямоугольника, стороны которого мы ищем, периметр такой же, как у этого квадрата, а вот площадь равна не 100, а 96 – на 4 единицы меньше. И теперь – вторая идея: раз у него *такой же периметр*, значит, одна его сторона на сколько-то больше 10, а другая на столько же меньше 10. Обозначим эту разницу между обеими сторонами и 10 буквой Δ («дельта») и нарисуем искомый прямоугольник на одном чертеже вместе с квадратом (рис. 2).

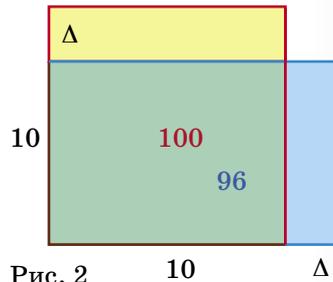


Рис. 2

А теперь надо усмотреть третью идею: наш прямоугольник получается из исходного квадрата, если отрезать от квадрата жёлтую полосу, а потом прибавить синюю. Но синяя полоса короче жёлтой на Δ , и поэтому площадь прямоугольника меньше площади исходного квадрата *на маленький квадратик* со стороной Δ (рис. 3). Но мы знаем, что площадь должна уменьшиться на 4, значит, площадь этого маленького квадрата равна 4 единицам.

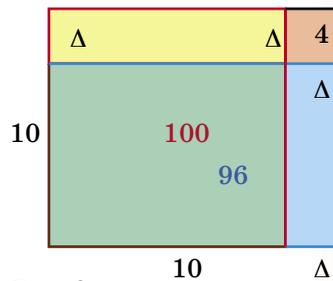


Рис. 3

Но если площадь квадрата равна 4, то его сторона, которую мы обозначили через Δ , очевидно, равна 2. Осталось найти стороны искомого прямоугольника: у него одна сторона равна $10 + \Delta = 12$, а другая равна $10 - \Delta = 8$. Сделаем проверку: $12 \cdot 8 = 96$; и задача решена.

Вы спросите, при чём здесь алгебра? Дело в том, что современная школьная алгебра с «иксами» вавилонянам ещё не была известна, и они решали свою задачу геометрически; сегодня такой древнеавилонский способ решения называют «геометрической алгеброй». Но мы можем посмотреть на эту задачу под иным углом зрения. Отвлечёмся от периметров и площадей и сформулируем её так:



ПРЕДАНИЯ СТАРИНЫ

«Я загадал два числа, их сумма равна 20, а их произведение равно 96. Можешь ли ты найти эти числа?»

Будем держаться главной идеи, которая остаётся прежней: если сумма чисел равна 20, то одно из них больше 10, а другое меньше 10 на одну и ту же разность, которую мы обозначили через Δ . Тогда первое число равно $10 + \Delta$, второе равно $10 - \Delta$, и их произведение записывается в виде

$$(10 + \Delta)(10 - \Delta).$$

Но ведь это известная из школы формула разности квадратов:

$$(10 + \Delta)(10 - \Delta) = 10^2 - \Delta^2 = 100 - \Delta^2.$$

Однако по условию это произведение должно быть равно 96: $100 - \Delta^2 = 96$, откуда $\Delta^2 = 4$. Теперь – поскольку мы имеем дело не с геометрическими фигурами, а с числами – нам следует сказать, что у последнего уравнения имеются два корня: $\Delta = 2$ и $\Delta = -2$. Если взять первый корень, то для него первое число равно 12, а второе 8; если же взять второй корень, то для него первое число равно 8, а второе 12 – числа поменялись местами.

Ну а теперь, рисуя чертежи, попробуйте решить следующие задачи:

1. Я загадал два числа. Их разность равна 7, а их произведение равно 60. Какие числа я загадал?

2. Если к площади квадрата прибавить длины четырёх его сторон, получится 285. Найдите сторону этого квадрата.

3. Найдите стороны двух квадратов, если известно, что сумма их площадей равна 130, а площадь прямоугольника, построенного на их сторонах, равна 63.

4. Найдите стороны двух квадратов, если известно, что сумма их сторон равна 10, а разность их площадей равна 40.

5. Найдите стороны двух квадратов, если известно, что сумма их сторон равна 16, а сумма их площадей равна 146.