Константин Кохась

КАК БУСЕНЬКА УКРАШАЛА ТОРТ

Таракан Кузька сидел возле почти готового торта и, задумчиво шевеля усами, перебирал какие-то крошки.

– Тогда здесь мы положим четыре, а сюда нужно положить две. Нет, сюда нельзя две. Два у нас уже есть! Значит, этот вариант тоже отпадает.

Тут на кухню вошли Бусенька и Огрыза.

– Пора украшать! – сказала Огрыза, подходя к Кузьке. – Я привела тебе в помощники прекрасную художественную натуру, – кивнула она на Бусеньку. – Ты готов?

– Никак не получается. В третий раз уже расставил почти все числа, но последнее – снова повторяется.

– Кузька, ты же утверждал, что прекрасно помнишь рецепт!

– Конечно, помню! Рецепт был напечатан на листике отрывного календаря от 5 марта. Я нашёл его возле тумбочки.

Кузька встал, приподняв одну из передних лап вверх, полузакрыл глаза и стал читать по памяти скучным монотонным голосом, размахивая поднятой лапой: «Когда торт готов, следует обмазать его верхнюю сторону белым ванильным кремом, а клубничным розовым кремом расчертить верх торта на квадрат 3×3 из 9 клеточек, после чего разложить по клеткам 45 вишенок, так чтобы на всех клетках было разное число вишенок, но при этом суммарное количество вишенок в каждом вертикальном, горизонтальном и диагональном ряду было бы одним и тем же. Это делается следующим образом: в угловую клетку следует положить...»

– Ну?

– Страница на этом кончилась! Продолжение смотри на листке от 18 апреля! А у меня нет этого листка!

– Давайте сами придумаем, как расставить, всего делов-то, – сказала Огрыза. – Можете мне разложить в клетках квадрата 3×3 три нуля, три единицы и три минус единицы так, чтобы в каждом ряду сумма чисел была равна нулю?

– Запросто, – сказал Кузька, стараясь загладить свой промах. – Вот так:

1	–1	0
–1	0	1
0	1	–1

– Посмотрим, посмотрим, – пробормотала Огрыза, внимательно разглядывая Кузькину таблицу. – Ой какая хорошая табличка получилась! Присаживайтесь поудобней, сейчас вы увидите работу настоящего мастера. Во-первых, мы заведём ещё одну таблицу, состоящую из одних единиц. Потом мы возьмём Кузькину таблицу и отразим её по вертикали. Значит, всего у нас получится три таблицы:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

1	–1	0
–1	0	1
0	1	–1

0	–1	1
1	0	–1
–1	1	0

А теперь мы ак-ку-рат-ненько наложим эти таблицы одна на другую, чуть-чуть сдвигая влево!

1 1 0	1 –1 –1	1 0 1
1 –1 1	1 0 0	1 1 –1
1 0 –1	1 1 1	1 –1 0

Готово! Кружочки вы сами нарисуете. – И Огрыза победно посмотрела на собеседников.

– Что готово? Какие кружочки? – не понял Кузька.

– Да-да, – воскликнула Бусенька, – спасибо, конечно, нарисуем! – И она быстро обвела в кружок каждую цифру в таблице.

1 1 0	1 –1 –1	1 0 1
1 –1 1	1 0 0	1 1 –1
1 0 –1	1 1 1	1 –1 0

– Это числа, записанные в троичной системе счисления[1], – объяснила она Кузьке. – Они показывают, сколько вишенок следует положить в каждую клеточку.

– И это разные числа? – не поверил Кузька.

– Ну да, разные. Записи любых двух чисел отличаются хотя бы одной цифрой. Это же видно!

– И во всех рядах суммы одинаковые?

[1]Подробнее о троичной системе счисления и записи чисел в ней вы можете узнать из сказки «Как Бусенька меняла знак числа» в «Квантике» № 12 за 2014 год.

– Конечно, одинаковые! Это ясно, если смотреть по отдельности на каждый разряд! В первом разряде тут и проверять нечего – у всех чисел в этом разряде единицы. А во втором разряде стоят цифры из твоей таблицы, ты же сам подобрал, чтобы все суммы были одинаковые – нулевые. И в третьем разряде тоже так.

– Здорово! – похвалил Кузька. – Тогда давайте украшать торт! Но… ты знаешь, я как-то в троичной системе не очень разбираюсь…

– Ладно, сейчас переконвертируем, – кивнула Бусенька.

12	5	10
7	9	11
8	13	6

– Нет, так не годится, – сказала она Огрызе, – тут слишком большие числа. Нам не хватит 45 вишенок.

– Ну что такое, – заворчала Огрыза, – ничего сами сделать не могут! Вы же видите, в моей таблице у всех чисел в первом разряде стоит единица. Если мы уберём первый разряд, числа всё равно будут различные, и суммы по-прежнему будут равны. Зачем, спрашивается, нам вообще тогда нужен первый разряд?

– Зачем? – повторил Кузька. Он часто, когда чего-нибудь не понимал, повторял слова собеседника, словно дразнился.

– Чтобы все числа были положительные! Если вам не нужны такие большие числа, то вместо единицы первого разряда – а в этом разряде единица обозначает число 9 – возьмите число поменьше. Например, 5. Короче, отнимите от всех чисел 4!

– Готово! – сказала Бусенька. – Получается как раз 45 вишенок!

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Только погодите, вы что, собираетесь подарить этот торт на день рождения дятлу Спятлу? Да он просто свихнётся, увидев такой узор!

– Но в рецепте было указано именно это! – возразил Кузька.

– Рецепты пишутся не для дятлов! – строго сказала Бусенька. – Надо как минимум это зашифровать! Вернёмся к троичной таблице. Обозначим для начала единицу первого разряда буквой a, единицу второго – буквой b, единицу третьего – буквой c.

$a+b$	$a-b-c$	$a+c$
$a-b+c$	a	$a+b-c$
$a-c$	$a+b+c$	$a-b$

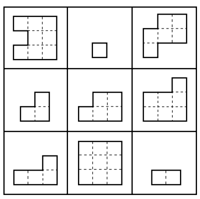
– Так он ещё сильнее свихнётся, – предположил Кузька.

– Для самой последней таблицы эти обозначения тоже годятся, – заметила Огрыза. – Здесь получается, что $a=5$, $b=3$, $c=1$.

– А теперь давайте считать, что a, b и c – это не числа, а фигуры! Скажем, клетчатые! – нехорошо сверкая глазами, заявила Бусенька. – Фигура a состоит из пяти клеток, фигура b – из трёх, а c – из одной!

– Ага, так ты, значит, собираешься складывать и вычитать фигуры? – настолько иронично, как это только можно ожидать от таракана, спросил Кузька.

– Да! Вместо сложения будем приставлять фигурки друг к другу, а вместо вычитания – вырезать одну фигурку из другой! К делу! Пусть $a=$, $b=$, $c=$. Приступаем к вычислениям! $a+b=$, $a+c=$, $a+b+c=$. Ну, тут всё понятно. В качестве $a-c$ возьмём, $a-b=$ и $a-b-c=$. Теперь, когда у нас уже есть $a-b$, можно взять $a-b+c=$, а глядя на $a-c$, можно считать, что $a-c+b=$. Получается вот такая табличка:



– Скажи ещё, что суммы во всех рядах – это клетчатые дятлы! – продолжал ехидничать Кузька.

– Клетчатые дятлы – это слишком помпезно, – возразила Бусенька. – Суммы – это клетчатые слоники!

– Слоники? – жалобно простонал Кузька.

– Да. Слоники. Вот такие: $+$ $+$ $=$.

– Со слониками он точно не догадается*, – подытожила Огрыза. – А клеточки этих фигур сделаем из маленьких шоколадок!

*А читатель, вероятно, уже догадался, что каждый ряд этой таблицы позволяет составить слоника. Составьте! Фигурки при этом можно поворачивать и переворачивать.

Художник Инга Коржнева