



# ЗАДАЧА АПОЛЛОНИЯ

**СМОТРИ!**

Максим Прасолов

В III веке до н.э. Аполлоний из древнегреческого города Перги решал такую задачу.

**ЗАДАЧА.** Построить все окружности, которые имеют только одну общую точку с каждой из трёх данных окружностей.

Когда две окружности имеют ровно одну общую точку, говорят, что они *касаются* друг друга.

Две зелёные окружности на рисунке 1 касаются трёх чёрных окружностей.

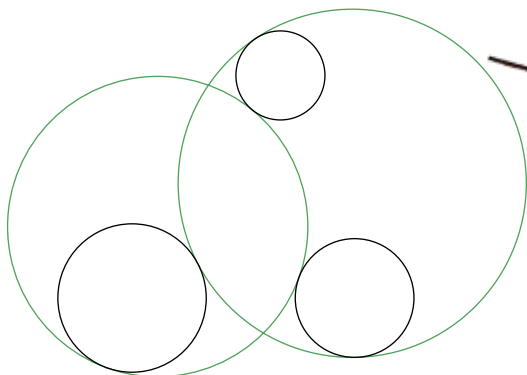


Рис. 1.

**ТЕОРЕМА.** Если для трёх данных окружностей количество окружностей, касающихся всех трёх, конечно, то оно не больше 8.

Если окружность касается трёх данных окружностей, будем называть её *контактной окружностью*.

**ВОПРОС 1.** В каком случае контактных окружностей бесконечное количество? Сколько окружностей касаются двух данных окружностей?

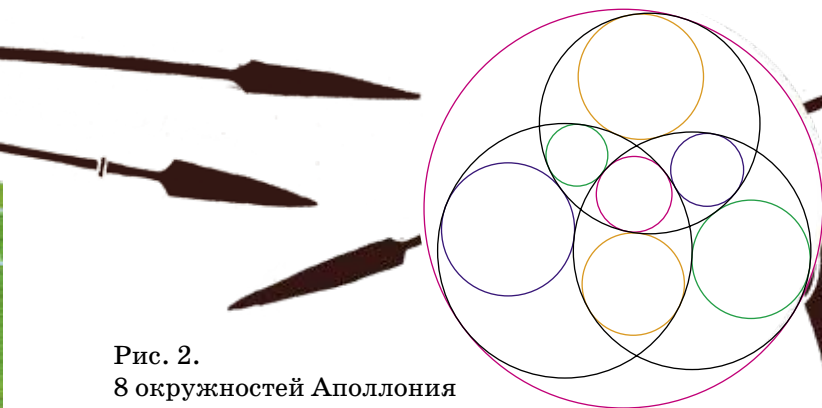
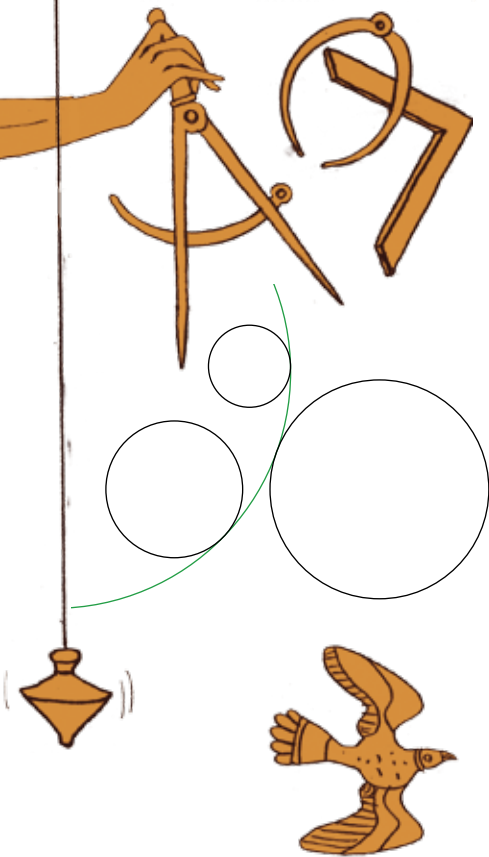


Рис. 2.  
8 окружностей Аполлония





Чтобы разобраться, как может меняться количество контактных окружностей, будем двигать три исходные окружности и менять их радиусы. Пусть при этом число точек пересечения трёх окружностей не меняется. Тогда и количество контактных окружностей не меняется, но, правда, некоторые из них могут превратиться в прямые, как на рисунке 3.

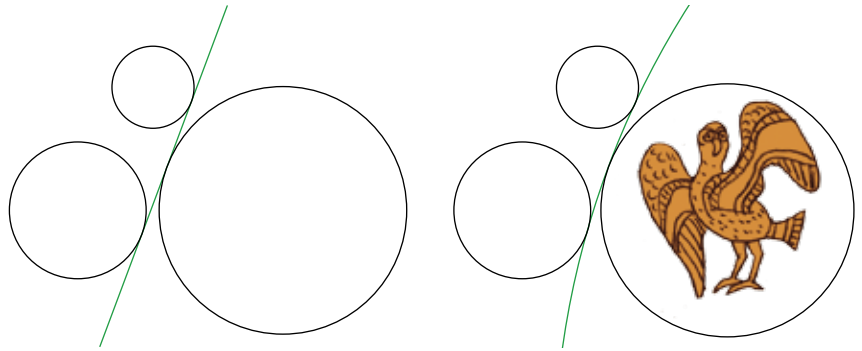


Рис. 3

Теперь будем менять исходные окружности так, как показано на рисунке 4. В момент касания зелёная и синяя пары контактных окружностей сливаются в одну зелёную и в одну синюю окружности, а потом исчезают. Число контактных окружностей при этом уменьшается.

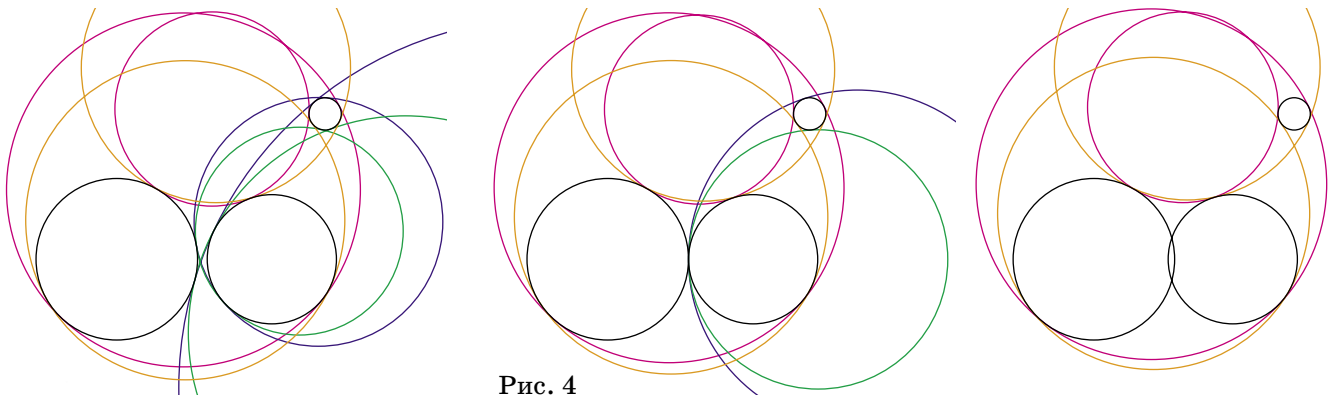


Рис. 4

Разберитесь для каждой стрелочки на рисунке 5, как меняются точки пересечения исходных чёрных окружностей и что при этом происходит с цветными контактными окружностями. Например, красная стрелка показывает, как тройная точка (на рисунке



1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36

45 - ME  
632 - XAB  
970 - 30



**СМОТРИ!**

под стрелкой) превращается в три обычные точки пересечения и из тройной точки вырастают четыре маленькие контактные окружности.

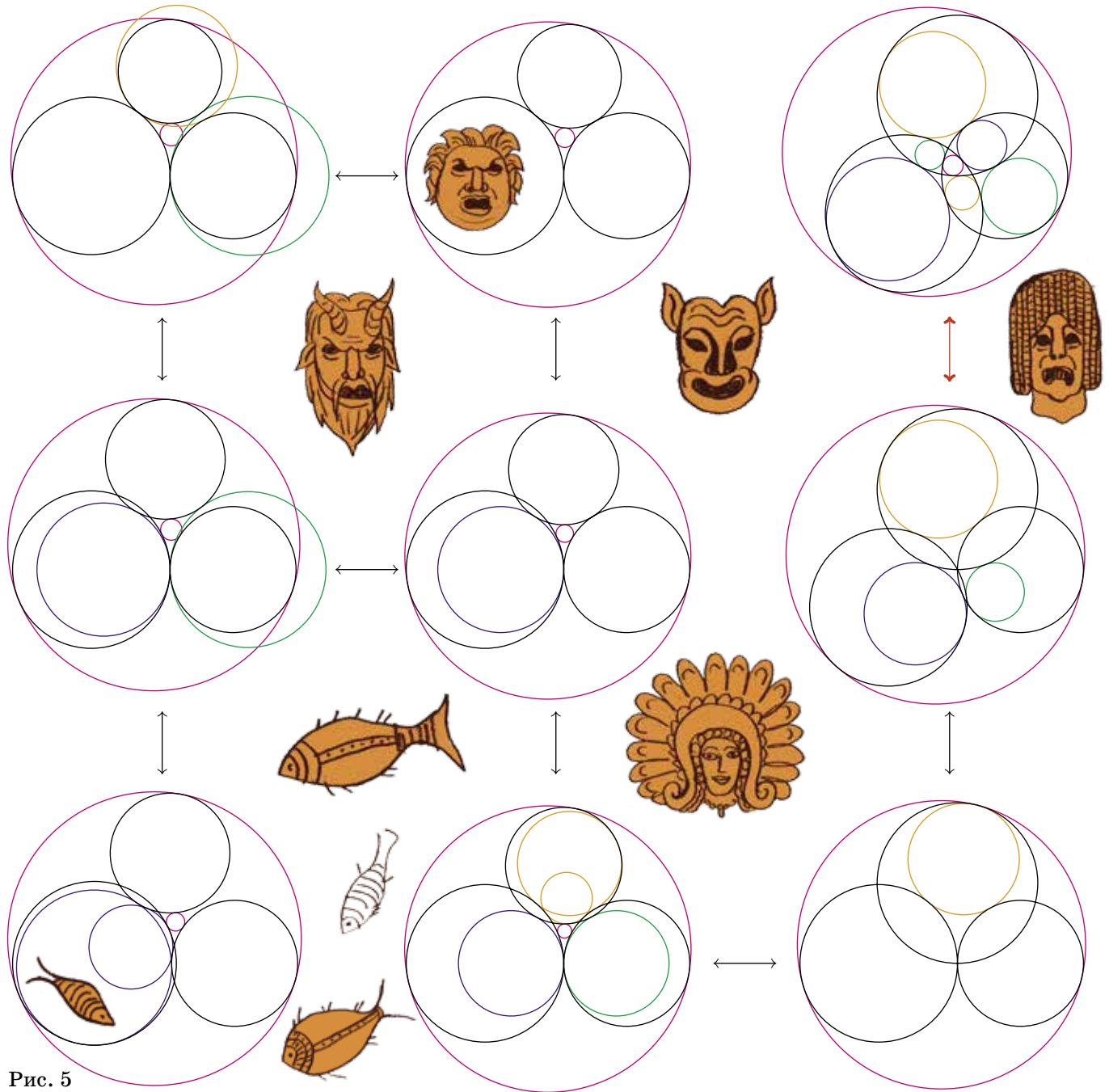


Рис. 5

**ВОПРОС 2.** В каком случае нет ни одной контактной окружности?



Художник Артём Костюкевич