КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, III ТУР
(«Квантик» № 7)

11. *– Откройте текст стихотворения Ф. И. Тютчева «Близнецы» и прочитайте первое четверостишие, – сказал Сергей Владимирович.*

Есть близнецы – для земнородных
Два божества – то Смерть и Сон,
Как брат с сестрою дивно сходных –
Она угрюмей, кротче он...

– Это акростих! – закричал Саша. – Первые буквы строк образуют слово «ЕДКО»!

Сергей Владимирович ненадолго задумался, затем улыбнулся:

– Остроумно. Но, Саша, Тютчев никак не мог иметь этого в виду...

Почему Сергей Владимирович пришёл к такому выводу?

Фёдор Иванович Тютчев жил в XIX веке и, разумеется, писал в соответствии с правилами старой (до реформы 1918 года) орфографии. Как известно, в старой орфографии современной русской букве Е соответствовали две буквы – Е и Ѣ («ять»). Слово *есть* – форма 3 лица единственного числа настоящего времени глагола «быть» – писалось, как и сейчас, через *е*, а глагол *есть* «принимать пищу» и все его производные, включая наречие *едко*, – через «ять»: *ѣсть, ѣдко*. Таким образом, **по правилам старой русской орфографии начальные буквы первых строк стихотворения «Близнецы» не образуют акростиха.**

12. *Назовите персонажа классической русской литературы, в наименовании которого 4 раза подряд встречается один и тот же слог.*

Этот персонаж – отрицательная героиня «Сказки о царе Салтане...» А. С. Пушкина *сватья* ***баба Бабариха*** (другие подходящие персонажи к настоящему моменту не обнаружены).

13. (В этой задаче под «словом» подразумевается нарицательное существительное в словарной форме.)

Дано четырёхбуквенное слово X, такое, что:

– если прочитать слово X наоборот, получится слово Y;

– если в слове X поменять местами вторую и третью букву, получится слово Z.

Найдите слово X, слово Y и слово Z.

Эта задача имеет несколько решений: ТРОС – СОРТ – ТОРС, БАРК – КРАБ – БРАК, ШРАМ – МАРШ – ШАРМ, КРАП – ПАРК – КАРП, а также, с использованием чуть более редкого слова, ТРОП – ПОРТ – ТОРП (в Скандинавии: участок земли, сдаваемый в аренду).

14. *Название этой части тела родственно слову «сказка». У человека их 2. Что это за часть тела?*

Эта часть тела – **указательный палец** (строго говоря, слову «сказка» в этом названии родственно только слово «указательный», но эта небольшая вольность никак не мешает решению).

15. *Русские существительные с суффиксом -ив(о) обычно образуются от глаголов.* ***Найдите существительное с суффиксом -ив(о), образованное от существительного.***

Действительно, большинство слов с суффиксом -*ив*(*о*) образованы от глаголов: ср., например, *месиво* от *месить* или *чтиво* от *честь* (устаревший вариант глагола *читать*). Несомненным исключением из этой закономерности является слово ***огниво***, образованное от существительного *огонь*.

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 8)

36. *Учительница попросила Васю выписать все целые числа от 1 до 100 в любом порядке. Вася решил выписать их подряд, но поскольку он всегда путает цифры 6 и 9, получилось вот что: 1, 2, 3, 4, 5, 9, 7, 8, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 19, 17, ..., 67, 68, 66, 100. Выполнил ли Вася задание учительницы?*

Числа, в которых есть девятка или шестёрка, разбиваются на пары: каждому такому числу в пару ставится число, где все шестёрки заменены на девятки, а девятки – на шестёрки. Поэтому Вася выполнил задание, просто в каждой паре числа поменялись местами.

37. *Обведём в красный кружок каждое число от 1 до миллиарда, у которого все цифры нечётные, а у следующего за ним числа все цифры чётные. Обведём в синий кружок каждое число от 1 до миллиарда, у которого все цифры чётные, а у следующего за ним числа все цифры нечётные. Каких чисел больше – красных или синих, и во сколько раз?*

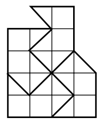
Разобьём все числа на 9 интервалов: (1,...,10); (11,...,100); ...; (10^8+1,...,10^9). В первом интервале красные числа – 1, 3, 5 и 7. Заметим, что если последняя цифра числа – не 9, то после прибавления 1 в числе изменится только последняя цифра. Поэтому красные числа второго интервала оканчиваются на 9, и легко видеть, что это 19, 39, 59 и 79. Аналогично, в третьем интервале у красных чисел две последние цифры – девятки, и сами красные числа – это 199, 399, 599, 799, и так далее. Видим, что в каждом интервале 4 красных числа, а всего их 36.

Если в числе хотя бы две цифры, оно не может быть синим – в нём после прибавления 1 изменится только последняя цифра, а остальные останутся чётными. Поэтому синих чисел всего 4 – это 2, 4, 6, 8 (в 9 раз меньше, чем красных).

38. *В комнате собралось несколько человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). Затем каждый сказал остальным одно и то же: «Среди вас всего 5 рыцарей и 7 лжецов». И вдруг один из присутствующих сказал: «Мы все солгали». Сколько же всего было человек в комнате, и сколько из них лжецов, а сколько рыцарей?*

Ответ «Мы все солгали» не мог дать рыцарь, а значит, сказавший это – лжец. Но тогда солгали не все, то есть в комнате есть рыцарь, и перед ним действительно 5 рыцарей и 7 лжецов. Поэтому всего в комнате 6 рыцарей и 7 лжецов.

39. *Изображённую на рисунке фигуру разрежьте на четыре одинаковые части.*



Ответ приведён на рисунке.

40. *а) Дана клетчатая полоска 1×9, клетки которой раскрашены в шахматном порядке. За одну операцию надо выбрать в ней любую одну или несколько подряд идущих клеток и перекрасить их в противоположный цвет. Сделайте полоску одноцветной за 4 операции.*

б) А можно ли сделать это за 3 операции?

в) Теперь дана доска 9×9, клетки которой раскрашены в шахматном порядке. За одну операцию надо выбрать на доске любой клетчатый прямоугольник и во всех его клетках изменить цвет на противоположный. Сделайте доску одноцветной, потратив всего 8 операций.

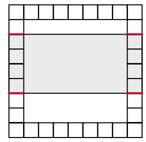
г) А можно ли сделать это за 7 операций?

а) Клеток одного из цветов будет 4. Каждым ходом берём одну из них и перекрашиваем.

б) Нельзя. Пусть полоска лежит горизонтально. Пройдём слева направо и посчитаем, сколько раз при переходе с клетки на соседнюю меняется цвет. Всего будет 8 перемен цвета. Каждое перекрашивание уменьшает число перемен цвета максимум на 2 (перемена цвета может исчезнуть только на краях блока перекрашиваемых клеток). Поэтому надо минимум $8/2=4$ хода.

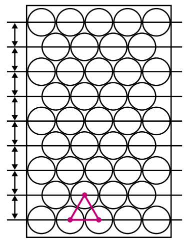
в) Перекрасим сначала 2-й, потом 4-й, потом 6-й, потом 8-й столбцы (4 хода), а затем последовательно 2-ю, 4-ю, 6-ю и 8-ю строки (ещё 4 хода). Проверьте, что получится одноцветная доска.

г) Рассмотрим квадратную рамку толщиной в одну клетку, идущую вдоль границы доски. В ней 32 клетки. Аналогично п. б), в рамке есть 32 перемены цвета. Каждый прямоугольник может уменьшить число перемен цвета в рамке максимум на 4 (красные отрезки на рисунке). Поэтому надо минимум $32/4=8$ ходов.



ЛИШНЯЯ БАТАРЕЙКА («Квантик» № 9)

Можно поместить 41 батарейку, уложив их так, как на рисунке (центры кругов образуют треугольную решётку). Получается 5 рядов по 5 кругов и 4 ряда по 4 круга: $25+16=41$. По ширине ряды влезают в коробку, но надо проверить, что и по высоте влезут. Пусть радиус круга 1, тогда высота коробки 16. Проведём в каждом горизонтальном ряду прямую через центры кругов. Расстояние между соседними прямыми равно высоте правильного треугольника со стороной 2, то есть равно $\sqrt{3}$. Высота конструкции из батареек, то есть $8\sqrt{3}+2$, меньше 16, так как $(8\sqrt{3})^2=192<196=14^2$.



ПРИГЛАШЕНИЕ К ПУТЕШЕСТВИЮ

1. День и ночь длятся по 1 меркурианскому году, то есть солнечные сутки составляют 2 года. Подробное объяснение см. в статье про Меркурий в одном из следующих номеров.

2. Венера ближе к Солнцу, чем Земля; её орбита с Земли видна под углом 96°, поэтому Венера при наблюдении с Земли не может удалиться от Солнца больше, чем на 48°. Когда она «впереди» (правее) Солнца – она восходит на 2 – 3 ч раньше него, и её можно увидеть, незадолго до восхода; когда «сзади» (левее) – её видно сразу после заката. Древние знали, что это одно и то же светило, но часто называли её двумя разными именами.

3. Если сторона одного кубика в 2 раза больше стороны другого, то его объём больше в $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ раз. То же и с шарами и с любыми подобными (то есть одинаковыми по форме) телами. Поэтому объём Земли в 8 раз больше объема Марса. А масса больше в 10 раз – значит, плотность Земли больше в $10/8=5/4$ раза.

АРИФМЕТИКА ДЛЯ КУПЦОВ

Ответ к задаче. 30 нюрнбергских монет – это 13 и 23/429 венских монет.

Ошибки. На третьей диаграмме первый множитель 987, а не 927. На второй диаграмме первый множитель 98765, а не 98707, и промежуточный результат 7272, а не 7278.

XXII ТУРНИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ БОЁВ ИМЕНИ А. П. САВИНА

1. Ответ: можно. Пусть бабушки разобьются на пары так, чтобы в каждой паре количества репок, сажаемых бабушками, были одинаковой чётности. Это сделать можно, потому что они все вместе сажали 100 репок (чётное число), а значит, бабушек, сажающих нечётное число репок, чётное количество.

2. Ответ: первый. Докажем, что второй ребус не имеет решений. В нём не участвует 0 (по условию), 5 и 7 (иначе этот множитель есть только в одной части равенства). В нём задействовано семь разных цифр – все, кроме 5, 7 и 0. Как уравнять количество троек в разложении частей равенства на простые множители? Если П $=9$ или А $=9$, то не хватит троек для РОСТОВа. Если П и А в каком-то порядке равны 3 и 6, то в ПАПе мало двоек. А если только одна из букв П или А заменяется на 3 или 6, а вторая «без троек», то в РОСТОВе троек больше.

Заметим, что первый ребус имеет решение. Например, $2 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 = 6 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4$.

3. Ответ: 5 пакетов. Если 2 самые лёгкие дыни весят больше 10 кг, то остальные две пары тем более тяжелее 10 кг, а все дыни вместе весят больше 30 кг. Поэтому 2 самые лёгкие дыни вместе весят не больше 10 кг, и их можно положить в один пакет. Тогда на все дыни достаточно 5 пакетов. Четырёх пакетов не хватит, например, если 4 дыни весят по 6 кг, одна – 5 кг и одна – 1 кг.

4. Ответ: не может. Пусть в записи числа есть цифра 5, тогда произведение его цифр делится на 5, значит, и само число делится на 5. Так как среди цифр этого числа не может быть нулей (иначе произведение цифр равно нулю, что противоречит условию), то последняя цифра числа – 5, то есть нечётное число. Тогда и произведение его цифр нечётное, а значит, все его цифры нечётные. Но в этом случае сумма его цифр чётна и не может быть делителем данного числа. Противоречие.

5. Ответ. 64 выстрела.

Оценка. Разобьём доску на квадраты 2×2 и раскрасим их все одинаково в четыре цвета (как на рисунке 1). Тогда клетки одного цвета не имеют общих точек. Если сделать не более 63 выстрелов, то непроверенными останутся не менее 37 клеток. По принципу Дирихле, хотя бы 10 из них имеют один цвет, и корабли можно расставить в эти клетки.

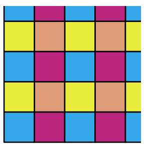


Рис. 1

Пример. Сделаем 64 выстрела так, чтобы непроверенными остались 9 квадратов 2×2. В каждом из этих квадратов может находиться не более одного корабля, поэтому хотя бы один корабль будет уничтожен.

6. Ответ: могло. Удобно построить пример на клетчатой бумаге, например, как на рисунке 2 (каждый квадрат выделен своим цветом).

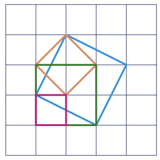


Рис. 2

7. См. примеры на рисунке 3. В каждом из них сначала разбили исходный квадрат без клетки на три равные фигуры, а затем каждую фигуру разбили на две равные части.

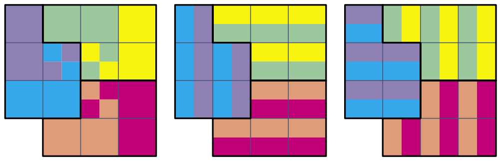


Рис. 3

8. Ответ: можно. Разрежем куб с ребром 6 на 27 кубиков с ребром 2. Выберем три из них и разрежем каждый на 8 кубиков с ребром 1. Получим по 24 кубика с рёбрами 1 и 2.

9. Ответ: можно. Из двух ушек можно сложить двухэтажный крест. Положив по два ушка одно на другое по бокам креста, получим параллелепипед $2 \times 3 \times 5$. Из таких параллелепипедов сложим куб $30 \times 30 \times 30$.

10. Ответ: могли. Рассмотрим треугольник ABC, в котором $\angle A = 90°$, $\angle C = 60°$, AN – медиана, CM – биссектриса (рис. 4). Несложно убедиться, что в каждом из пяти треугольников один и тот же набор углов: 90°, 60°, 30°.

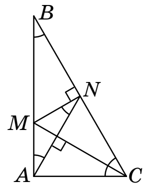


Рис. 4

11. Ответ: нет. Предположим противное. Рассмотрим точку T внутри маленького пятиугольника, образованного сторонами звезды $KLMNP$ (рис. 5). Серединный перпендикуляр к отрезку XY делит плоскость на две полуплоскости так, что все точки одной из них располагаются ближе к X, чем к Y, а все точки другой – ближе к Y, чем к X. Тогда получаем цепочку неравенств: $AT < BT < CT < DT < ET < AT$ – противоречие.

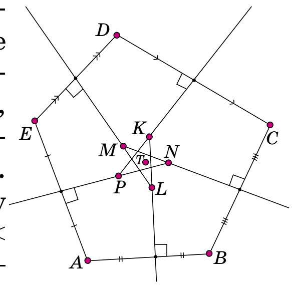


Рис. 5