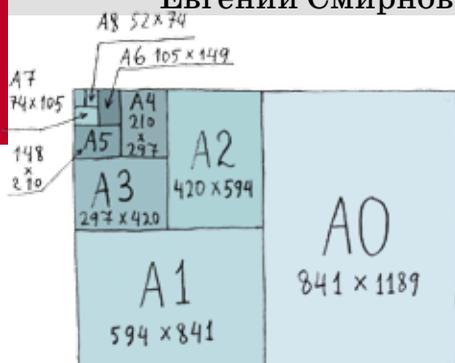


Евгений Смирнов



Арифметика листа бумаги

Возьмём обычный лист белой бумаги – того формата, который подходит для большинства принтеров и называется А4. На пачке бумаги (или в Википедии, или в настройках принтера) написано, что этот лист имеет длину 297 миллиметров, а ширину – 210. Откуда взялись такие странные числа? И откуда в названии формата четвёрка?

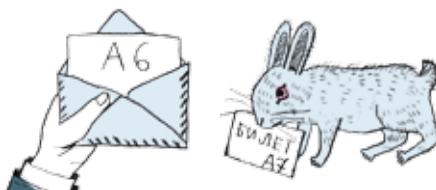
Давайте разберёмся во всём этом по порядку. Оказывается, бывают и другие форматы бумаги, в названии которых есть буква А – от А0 до А6. Лист каждого следующего формата получается как половина листа предыдущего формата. Например, лист А5 получается, если сложить лист А4 пополам. И наоборот, если склеить два листа А4 вдоль длинной стороны, получится лист А3 (некоторые большие принтеры умеют печатать на таких листах). Если приложить друг к другу два листа А3, мы получим лист А2 – на бумаге такого формата обычно печатаются газеты. Из двух листов А2 получается лист А1, а из двух листов А1 – лист А0. Может быть, вам доводилось видеть плотную чертёжную бумагу – так называемые

ватманские листы; они как раз имеют формат А0, и тем самым каждый такой лист можно разрезать на 16 листов формата А4, разделив его по вертикали и горизонтали на 4 равные части.

У всех этих листов есть одно замечательное свойство: они представляют собой подобные прямоугольники. Иными словами, отношение длины к ширине у каждого из этих листов одно и то же. За счёт этого две страницы формата А4 можно уместить на одну, уменьшив длину и ширину в одно и то же число раз и переведя исходные страницы в формат А5 (в настройках большинства принтеров можно указать опцию «печатать две страницы на одной»). Это бывает очень удобно, если вам нужно распечатать большой текст и хочется сэкономить бумагу или чернила). Отсюда можно найти отношение сторон, если написать простую пропорцию:

$$\frac{\text{длина } A4}{\text{ширина } A4} = \frac{\text{длина } A5}{\text{ширина } A5}$$

и при этом помнить, что длина листа А5 такая же, как ширина у А4, а ширина А5 равна половине длины А4.





Отсюда получается, что

$$\frac{(\text{длина } A4)^2}{(\text{ширина } A4)^2} = 2,$$

то есть отношение сторон листа A4 (а значит, и листов всех остальных форматов от A0 до A6) должно равняться корню из двух – примерно 1,414213562...

Корень из двух – число иррациональное, то есть не равное отношению никаких двух целых чисел. А для технологических целей длины сторон у листов бумаги хочется всё-таки выражать целым числом миллиметров. Поэтому в качестве формата принято отношение 297/210, что равно $99/70 = 1,4142857...$ Как мы видим, эта дробь очень близка к $\sqrt{2}$ – эти числа расходятся только в пятом знаке после запятой и различаются лишь на пять тысячных процента!

Итак, с отношением сторон мы разобрались. Но почему же ширина листа равна именно 210 миллиметрам, а, скажем, не 200 и не 220? Оказывается, что длины сторон были выбраны именно такими для того, чтобы лист формата A0 (самый большой в этой серии форматов) имел площадь, равную одному квадратному метру. Согласно международному стандарту ISO 216, дли-

на и ширина листа A0 равна 1189 мм и 841 мм соответственно. В квадратном метре миллион квадратных миллиметров, а произведение 841 и 1189 даёт 999 949, что очень близко к миллиону.

Соотношение длины и ширины бумажного листа, равное корню из двух, было предложено ещё в 1786 году немецким учёным Георгом Кристофом Лихтенбергом и стало впервые применяться во Франции в конце XVIII века. Сейчас оно распространено по всему миру, кроме США и Канады, где принято использовать бумагу так называемого формата Letter, с соотношением сторон $8,5 \times 11$ дюймов – примерно 216×279 мм. Такой лист немножко шире и короче привычного нам листа A4. Но откуда взялось именно такое соотношение, автору неизвестно...

Задача (Александр Борун). Придумайте прямоугольный параллелепипед, который можно разделить пополам на два подобных ему параллелепипеда (с таким же соотношением трёх сторон). (Кстати, если делать такие посылочные коробки, то их легко будет плотно размещать в почтовом вагоне, заменяя, при необходимости, большую коробку двумя поменьше.)

