

Заметку подготовил Степан Кузнецов по материалам кружков Малого мехмата МГУ для 6 класса (2014/2015 учебный год, составители заданий Наталья Стрелкова, Алексей Воропаев и другие).

Птичка вылетает!

Фотограф щёлкает, и птичка вылетает...

Булат Окуджава

Задача 1. В фотоателье залетели 50 птиц – 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкает затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетает (насовсем). Какое наибольшее число кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: у него в ателье останутся птицы всех трёх видов?

Эта задача простая: если фотограф сделает 15 кадров, то может случиться, что улетят все дятлы, и останутся только скворцы и трясогузки. Если же кадров всего 14, то птиц любого вида не может улететь больше, чем 14, – значит, хотя бы по одной останется.

Ответ: 14.

Мы здесь решили двойственную задачу: какого наименьшего количества кадров достаточно птицам, чтобы «обыграть» фотографа (сделать так, чтобы его условие не выполнялось)? Если кадров хотя бы 15, то у коварных птиц есть «стратегия» (улетают все дятлы), если 14 или меньше – стратегии нет.

Взглянем с этой точки зрения на более сложную задачу:

Задача 2. В фотоателье залетели 50 птиц – 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкает затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетает (насовсем). Какое наибольшее число кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: в ателье останется не меньше 10 птиц какого-то одного вида?

Чтобы «обыграть» фотографа, птицам здесь нужно сделать численность каждого вида меньше 10. Для этого должны улететь хотя бы 9 скворцов, хотя бы 8 трясогузок и хотя бы 6 дятлов – всего не менее 23 птиц. Значит, если кадров 22, то стратегии нет, и фотограф может быть уверен, что его условие не нарушится. Если же кадров хотя бы 23, то уверенности уже нет.

Ответ: 22.



И, наконец, ещё одна вариация.

Задача 3. В тех же условиях определите, какое наибольшее число кадров может сделать фотограф, чтобы быть уверенным: в ателье останется не меньше 11 птиц какого-то одного вида и не меньше 10 – какого-то другого.

Здесь фотограф «гонится за двумя зайцами» (хочет, чтобы выполнялись сразу два условия), и птицам, чтобы обыграть его, достаточно спасти от фотографа хотя бы одного из зайцев. Переводя с заячьего языка на птичий – либо сделать так, чтобы птиц каждого вида было не больше 10, либо разрешить, чтобы птиц какого-то вида было сколько угодно, но тогда каждого из остальных видов должно быть не больше 9. Посмотрим, какая из стратегий экономнее с точки зрения количества улетевших птиц.

В первом случае должны улететь «лишние» 8 скворцов, 7 трясогузок и 5 дятлов – всего 20 птиц. Во втором случае надо выбрать тот вид, на который мы не накладываем ограничений по численности. Ясно, что это должны быть скворцы – их больше всего. Тогда должны улететь как минимум 8 трясогузок и 6 дятлов – всего 14 птиц. Вторая стратегия явно лучше!

Итак, в этой задаче **ответ: 13**. Если фотограф сделает хотя бы 14 кадров, то смогут улететь 8 трясогузок и 6 дятлов, и условие нарушится. Если же кадров сделано меньше (не более 13), то, как мы видели, птицы не смогут нарушить ни первое, ни второе условие – не хватит кадров. Значит, фотограф может быть уверен, что нужное число птиц останется.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. В комоде 8 чёрных, 6 белых и 1 серый носок. Из него не глядя достают носки. Какое наименьшее число носков нужно достать, чтобы среди них заведомо оказалось: а) два одинаковых; б) три одинаковых; в) два разных; г) три разных?

2. В коробке 10 красных, 15 синих и 20 зелёных шаров. Какое наибольшее число шаров можно не глядя достать из коробки, чтобы в ней осталось не менее 5 шаров одного цвета?

Художник Ольга Демидова

