

ЭКСКУРСИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
СКАЗКИ

Константин Кохась

– Мы начнём нашу экскурсию, – сказала Бусенька, – с того, что я расскажу вам вкратце, какие места мы посетим.

– Простите, чуть не опоздал, – тяжело дыша, сказал дятел Спятел. – А что, экскурсия уже началась?

– Только что, – сказала Бусенька.

– Тогда я тебя поправлю: она началась не с того, что ты стала рассказывать, куда мы пойдём, а с того, что ты стала рассказывать о том, что экскурсия начнётся с того, что ты расскажешь о том, какие места мы посетим.

– Да, так точнее. Но я продолжу. Мы посетим...

– Нет, погоди. Если ты хотела выразиться совсем точно, то нужно было сказать, что ты собираешься рассказать о том, как ты расскажешь о том, что экскурсия начнётся с того, что ты расскажешь о том, какие места мы посетим. Но если это действительно так, ты должна была сказать...

Уж Ушася внимательно посмотрел на блестящие глаза дятла Спятла и произнёс свою знаменитую гипнотическую мантру:

– Хрюкси-кукси-букси! Не-ме-шай!!

Дятел Спятел прервался на полуслове и как ни в чём не бывало посмотрел по сторонам.

– На самом деле, – продолжала Бусенька, – наш лес куда интереснее, чем вы можете себе представить.

– Представляю себе, – перебил дятел Спятел. – Ой, я представил себе, что лес интереснее, чем я себе представлял. Но раз я это представил себе – значит, он что – ещё интереснее?

– Не-пе-ре-би-вай! – сказал Ушася.

– Я не перебиваю, а просто внимательно слушаю, что мне говорят, и обдумываю это.

– А ты не обдумывай! Подумай, прежде чем что-либо обдумывать!

– Хорошо, – согласился дятел Спятел. – Кстати, надо бы это обдумать. Ой нет, простите, сначала надо подумать, стóит ли это обдумывать. А-а-а, да что же это со мной! Сначала надо подумать, надо ли подумать над тем, стоит ли это обдумывать... – заговорил дятел Спятел всё быстрее и быстрее, явно волнуясь.



Сказка написана по материалам статьи Вадима Сысуева «Нелинейные мыслительные конструкции».



– Хрюкси-кукси-букси, – произнёс Ушася, – у тебя большие тёплые уши, сейчас ты согреешься, и всё будет хорошо.

– У меня нет ушей, – возразил дятел Спятел. – Но спасибо, стало теплее, давайте начнём, наконец, нашу рекурсию.

– Действительно, давайте начнём, – сказала Бусенька. – Только не рекурсию, а экскурсию. Приготовьтесь, сейчас начнётся самое интересное.

– А это ведь, наверно, интересно – готовиться к тому, что случится что-то интересное. Ой! Не надо ли к этому тоже подготовиться?

– Что с тобой, дятлушка? – с сочувствием спросила мышь Огрыза. – Ты не переохладился ли в отпуске? Держи себя в руках!

– Не знаю, голова немного кружится. Но у меня нет рук – у меня крылья. Что значит «держи себя в руках»?

– Контролируй свои действия. Не накручивай себя.

– Точно. Держать себя... А-а-а! Контроль своих действий – это тоже действие, его тоже надо держать под контролем! – Дятла Спятла стал бить озноб.

– Взгляни на себя со стороны, – посоветовала Бусенька, – ты увидишь, как нелепо всё это выглядит.

– Да-да, – покорно произнёс дятел Спятел, – я смотрю на себя со стороны – и что же я вижу? Кошмар! – тихо сказал он. – Я вижу, как я смотрю на себя, смотрящего на себя со стороны...

– Невозможно в таких условиях вести экскурсию! – сказала Бусенька. – У нас возникло непредвиденное обстоятельство в виде дятла Спятла!

– Вот дожили: я – непредвиденное обстоятельство! Между прочим, появление непредвиденного обстоятельства – это само по себе тоже непредвиденное обстоятельство! И то, что это очередное обстоятельство тоже появилось непредвиденно...

– Не надо нам никакой экскурсии, – твёрдо сказала Огрыза. – Мы совсем недалеко от Ам-бара, давайте зайдём, посидим, выпьем чаю... Бедный дятлушка, эк тебя развезло.

– Я, между прочим, прекрасно отдаю себе отчёт в том, что происходит, мне даже самому становится

себя жалко. Думаете, приятно быть таким нервным? Мне себя жалко уже от одной только мысли, что я сам себя жалею!

Бусенька подтолкнула Ушасю.

– Хрюкси-кукси-букси, – опять произнёс Ушася гипнотическую мантру, – не-жал-ко! У тебя повышенная впечатлительность. Это пройдёт.

– Это никогда не пройдёт! – закричал дятел Спятел, – стоит мне задуматься о своей впечатлительности, и я начинаю волноваться, потому что это производит на меня сильное впечатление. А как только я это осознаю, я волнуюсь ещё сильнее.

– Тебе нужно повесить самооценку, – сказала Огрыза. – Ты вечно копаешься в себе, думаешь о своих недостатках...

– Ты права! Я оцениваю себя и, оценив, сразу понимаю, что не учёл только что сделанную оценку. Тогда я начинаю оценивать себя заново...

– Не-на-чи-най! – вовремя спохватился Ушася.

– Кажется, я знаю, как это можно вылечить! – воскликнула Бусенька. – Есть одно лечебное число! Это $\sqrt{2}$!

– Мне кажется, кто-то из нас спятил, – тихонько сказала Огрыза Ушасе.

– А что, с ним что-то не в порядке? – поинтересовался дятел Спятел совершенно нормальным голосом. Похоже, при отсутствии явной возможности построить рекурсию в нём проснулось любопытство.

– Да нет, ничего, – беззаботно ответила Бусенька, – оно иррациональное, как обычно.

– А почему?

– Допустим, что $\sqrt{2}$ – рациональное число, – сказала Бусенька, – то есть что его можно записать в виде дроби: $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$. Построим равнобедренный прямоугольный треугольник. Пусть у него катет равен 1, тогда гипотенуза равна $\sqrt{2}$ – это обнаружили ещё в Древней Греции. Разобьём стороны на отрезочки длины $\frac{1}{n}$, при помощи засечек, тогда катет окажется разбитым ровно на n частей, а гипотенуза – на m .

Огрыза достала блокнотик и стала в него что-то аккуратно записывать. Ушася откровенно скучал.



Дятел Спятел же, не подавая признаков беспокойства, внимательно разглядывал чертёж.

– Теперь сделаем дополнительное построение. Отметим на гипотенузе AB точку D так, чтобы длина отрезка AD была равна длине BC , то есть 1. Точка D при этом попадёт на засечку и $BD = AB - AD = \sqrt{2} - 1$. А ещё отметим на отрезке BC точку B_1 так, чтобы отрезок B_1C был равен BD . Тогда отрезок B_1C (как и BD) состоит из целого числа маленьких отрезочков, то есть точка B_1 тоже попадает на засечку. Итак, у нас $B_1C = BD = \sqrt{2} - 1$, и тогда $BB_1 = BC - B_1C = 2 - \sqrt{2}$. А теперь проведём через точку B_1 прямую, параллельную AB .

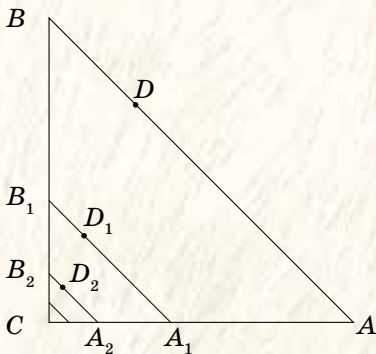
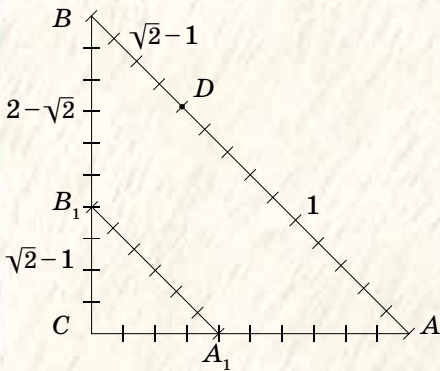
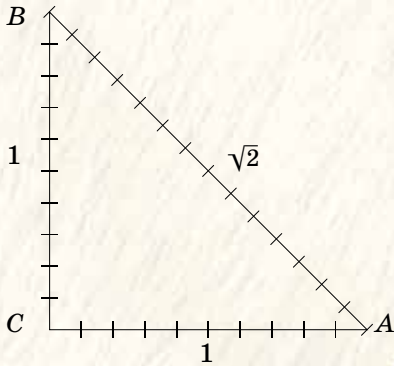
Она отсечёт от угла ACB треугольничек A_1B_1C такой же формы, как и исходный треугольник ABC . Только размеры у него поменьше: в треугольнике ABC сторона BC равна 1, а в треугольнике A_1B_1C соответствующая сторона B_1C равна $\sqrt{2} - 1$. Но тогда и сторона A_1B_1 тоже в $\sqrt{2} - 1$ раз отличается от стороны AB , и значит, $A_1B_1 = AB \cdot (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2}$. Получается, что $A_1B_1 = BB_1$, и поэтому если на стороне A_1B_1 нанести засечки, она тоже будет состоять из целого числа маленьких отрезочков! Понимаешь, к чему я клоню? – Бусенька выжидательно посмотрела на дятла Спятла.

– Кажется, понимаю... – Глаза дятла Спятла вспыхнули. – Мы можем запустить здесь рекурсию!!! Построим на отрезке A_1B_1 точку D_1 , такую, что $A_1D_1 = B_1C$, а после построим на отрезке B_1C точку B_2 , такую, что $B_2C = B_1D_1$. У нас образовался совсем маленький треугольничек A_2B_2C такой же формы, как и предыдущие, и тогда мы можем построить на отрезке A_2B_2 точку D_2 ...

– И ничего у тебя не выйдет! – сказала Бусенька.

– Да как же не выйдет? Мы отложим отрезок B_3C , равный B_2D_2 ...

– Не получится! Ты заметил, что в моём построении все новые точки попадают на засечки? И во всех следующих построениях точки будут попадать на засечки! Это значит, что стороны треугольников, которые мы строим, состоят из конечного числа отрезочков длины $\frac{1}{n}$. А в твоей рекурсии получается, что треугольники становятся всё меньше и меньше. Несколько шагов рекурсии – и они станут тоньше волосинки!



– Не волосинки, а пёрышка. Но этого же не может быть, стороны треугольников не должны быть короче длины одного отрезка между засечками, то есть $\frac{1}{n}$.

– Противоречие! Оно доказывает, что $\sqrt{2}$ – иррациональное число!

– Всё пропало... – прошептал дятел Спятел и упал в обморок.

– Ну как наш рекурсовод? – спросила Огрыза, снимая холодную тряпочку с головы дятла Спятла. – Получше?

– Получше.

– Сейчас мы тебя покормим кашкой... И силы восстановятся!

– А каша с маслом?

– Конечно, с маслом. Как говорится, кашу маслом не испортишь! Вот кладём кусочек масла... Ой, какая вкусная каша! Открываем ротик...

– Не ротик, а клювик. А это точно каша?

– Ну разумеется, каша!

– Тогда можно ещё кусочек масла?

Тут в эту трогательную сцену вмешалась Бусенька.

– Нет! Никакая это не каша! Это совершенно другое блюдо! Называется «каша-с-маслом»!

– По-твоему, это разные блюда?

– Да! У них разные ингредиенты: в каше нет масла, а в каше-с-маслом есть. Разные рецепты приготовления: например, при приготовлении каши-с-маслом добавляют масло, а когда готовят кашу – не добавляют. У них даже вкус отличается! У каши-с-маслом он явно вкуснее, чем у каши.

– Я понял, они действительно совершенно разные! – И дятел Спятел счастливо рассмеялся.

– Вот и славно, – сказала Огрыза, – главное – это положительные эмоции, сосредоточься на них!

– Да, – сказал дятел Спятел, – положительные эмоции – это хорошо. Когда мне хорошо, у меня возникают положительные эмоции. Значит, когда я думаю о том, как я сосредотачиваюсь на положительных эмоциях, мне становится лучше, и у меня возникают...

– Не-воз-ни-ка-ют! – сказал Ушася. – Если у тебя положительные эмоции, ты просто радуешься!

