

Материал подготовил  
Константин Кохась

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс. Первый (письменный) тур очередной олимпиады прошёл 10 декабря 2016 года. Мы приводим несколько задач этого тура, попробуйте с ними справиться.

## Избранные задачи I тура

**1 (6 класс).** На круговом шоссе расположено 5 деревень. Вася обнаружил, что в какой бы деревне он ни очутился, до каких-то двух других деревень он может доехать за 20 минут на велосипеде, а до двух оставшихся – за 10 минут на мопеде (в каждой поездке он проезжает по пути не более одной деревни). И на мопеде, и на велосипеде Вася движется с постоянной скоростью без остановок, причём на мопеде быстрее. За сколько времени Вася сможет сделать один круг по шоссе на мопеде?

*Александр Голованов*

**2 (6 и 8 классы).** Во дворе стоят 5 домов, в них живёт 5, 15, 25, 35, 45 человек. Известно, что у каждого есть не менее двух тёзок среди жителей двора. Докажите, что у кого-то есть тёзка в своём доме.

*Ольга Иванова*

**3 (7 класс).** Справа изображена таблица, заполненная «змейкой»: в первой строке слева направо выписаны по возрастанию числа, начиная с 1, потом этот ряд чисел продолжается во второй строке справа налево, потом в третьей строке – снова слева направо и т. д. У Андрея есть более крупная таблица, тоже заполненная змейкой, начиная с числа 1. В ней нашёлся такой фрагмент  $2 \times 2$  с числами, как на рисунке справа. Сколько столбцов в таблице Андрея? Приведите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.

1	2	3
6	5	4
7	8	9
12	11	10

13	12
32	33

*Андрей Солянин*



ЭТО ТОЛЬКО ФРАГМЕНТ!



УТО НЕ ДЕНАТЬ!

**4 (8 класс).** Стоимость алмаза в рублях равна квадрату его массы в граммах, умноженному на 100, а стоимость горного хрусталя в рублях в три раза больше его массы в граммах. Двое братьев получили в наследство несколько камней общей стоимостью 3 000 000 рублей. Братья распилили каждый камень пополам и взяли себе по половинке каждого камня. Оказалось, что каждый из братьев получил камней на 1 000 000 рублей. Сколько стоили изначально алмазы в наследстве?

*Андрей Солянин*

**5 (7 класс).** На доске написано 10 натуральных чисел. Все их последние цифры различны. Кроме того, все их предпоследние цифры различны. Докажите, что сумма этих десяти чисел не может быть точным квадратом.

*Александр Голованов*

**6 (8 класс).** В варианте олимпиады 7 задач, каждая оценивается в 8 баллов. По результатам проверки все участники набрали разное число баллов. Члены оргкомитета втихаря исправили оценки 0 на 6, 1 на 7, 2 на 8. В результате этого участники упорядочились в точности в обратном порядке. Какое наибольшее количество участников могло быть? Приведите пример и докажите, что большее число участников невозможно.

*Владислав Франк*

**7 (6 класс).** В таблице с 4 строками и 9 столбцами имеется 9 красных клеток, 11 синих и 16 белых. Если щёлкнуть мышкой по строке или по столбцу, произойдёт следующее: если в этой линии клеток какого-то цвета было больше, чем каждого из двух других цветов, то вся линия перекрасится в этот цвет; если же такого цвета не было, то ничего не произойдёт. Оказалось, что если щёлкнуть сначала по всем строкам, а затем по всем столбцам, то все клетки станут красными. А если вместо этого щёлкнуть сначала по всем столбцам, а потом по всем строкам, то все клетки станут синими. Приведите пример такой таблицы.

*Ольга Иванова*

