ЧАСЫ на ЛЬДУ

Игорь Акулич

– Представляю, Даня, как ты сейчас обрадуешься! И знаешь, чему?

– Не знаю, но чувствую. Задаче про часы, конечно. Чем ты ещё можешь обрадовать?

– Ты прав как никогда. Вернее, как всегда. Причём предложена она была на Всесоюзной олимпиаде аж в 1977 году. Почти сорок лет назад!

– Что тут удивительного? Большинство задач про часы, что нам с тобой попадались, довольно старые. Какую-то даже сам Кэрролл придумал, а другую – сам Эйнштейн решал.

– Но эта-то задача предлагалась на *физической* олимпиаде[1] ! То есть мы из области математики переходим в другую сферу!

– Да, есть, чем гордиться. Если решим, конечно. Давай условие.

– Пожалуйста:

«Две льдины движутся поступательно с одинаковыми по абсолютному значению скоростями, одна – на север, другая – на запад. Оказалось, что в любой момент времени на обеих льдинах можно так расположить часы, что скорости концов секундных стрелок относительно земли будут равными, причём для каждого момента времени такое расположение единственно. Определить, на какое расстояние перемещаются льдины за сутки, если длина каждой секундной стрелки равна 1 см. Циферблаты часов расположены горизонтально».

– Так. Дай-ка соображу. Вот льдина (любая из этих двух) движется с постоянной скоростью u. На ней лежат часы, конец секундной стрелки которых движется с какой-то скоростью v. Сориентируем их так, чтобы u и v были направлены в одну сторону. Тогда скорость конца стрелки относительно земли будет равна $u+v$. Для второй льдины сделаем то же самое. Вот и всё: для обеих льдин скорости равны, причём такого можно добиться при *любой* скорости льдин.

– Ну уж нет! Скорость – это не только *величина*, но и *направление*! Строго говоря, скорость – это *вектор*,

[1] XI Всесоюзная олимпиада школьников по физике, 1977 г., 8 класс. Автор задачи – В.Белонучкин.

то есть направленный отрезок. И в условии наверняка имеется в виду, что скорости концов стрелок совпадают *полностью* – и по величине, и по направлению.

– Тогда другое дело... С чего ж тут начать? Слушай, давай сначала значение v определим – наверняка оно нам понадобится. Длина стрелки дана в условии – 1 см. Но какова угловая скорость движения секундной стрелки? Что-то я забыл...

– А зачем она нужна? Можно проще: за минуту секундная стрелка проходит полный оборот. Значит, её конец описывает окружность радиусом 1 см. Её длина равна, очевидно, 2π см, где π – сам знаешь что.

– Да, конечно, примерно 3,14. Ну, тогда скорость конца секундной стрелки $v = 2\pi$ см в минуту. Хм, какая-то странная единица измерения... Перевести, что ли, в метры в секунду? Или в километры в час?

– Думаю, пока не надо. Потом, если потребуется. А пока – к делу!

– Хорошо. Давай на рисунке изобразим движение обеих льдин со скоростью u. Если считать, что север сверху, то один вектор длиной u будет направлен вверх, а второй – влево. Теперь от концов этих векторов отложим векторы, по длине равные v (но, конечно, разные по направлению) так, чтобы в сумме получилась одна и та же (по величине и по направлению) скорость w. Можно ли это сделать? Конечно, можно! Например, так (рис.1). Правда, для этого должны выполняться некоторые (пока не скажу точно, какие) соотношения между величинами u и v. Например, если u намного больше v, то векторы длиной v просто «не дотянутся» друг до друга, и потому добиться одинаковой скорости концов стрелок относительно земли для обеих льдин будет невозможно. А если, наоборот, v превосходит u, то такого достичь можно всегда...

– Погоди-ка! Обрати внимание – при таких скоростях, как ты изобразил, можно достичь равенства скоростей концов стрелок относительно земли и при других направлениях скоростей v, и, следовательно, других расположениях часов (рис.2).

– Ну и ладно, пускай себе...

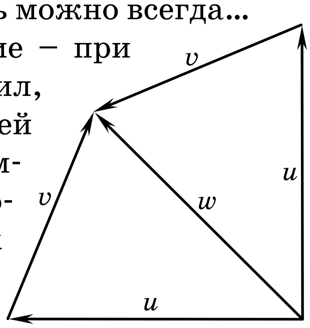
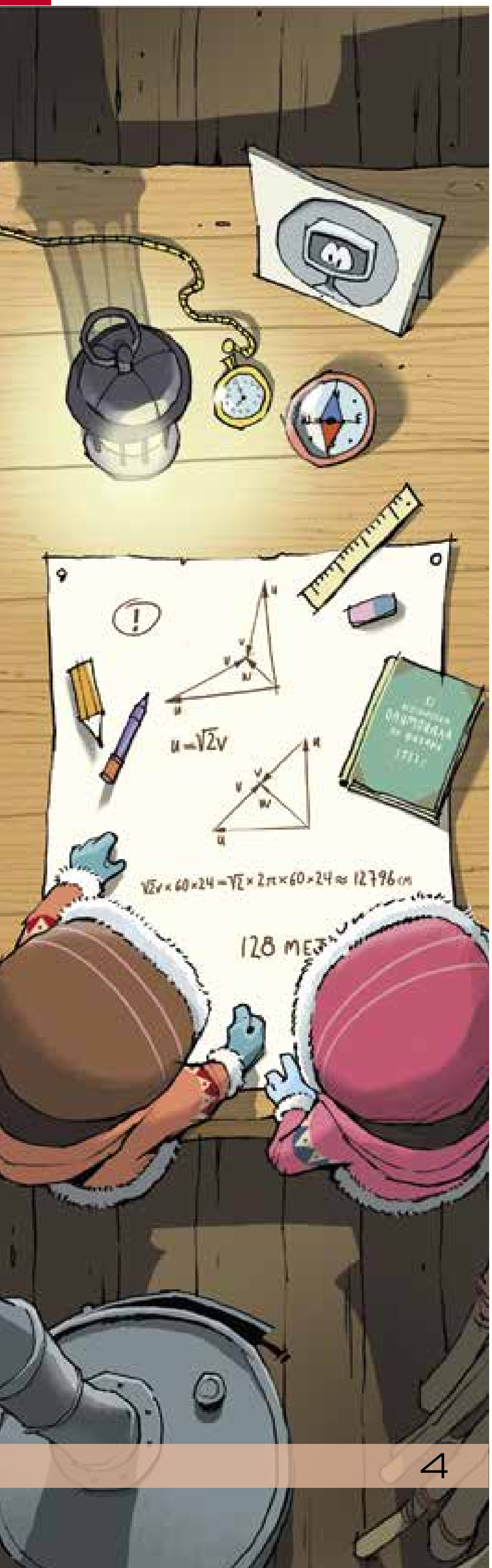


Рис. 1



– Ничего не ладно! Посмотри в условие: **«...причём для каждого момента времени такое расположение единственно»**. Понимаешь – единственно! И потому соотношение скоростей u и v должно быть таким, чтобы такое безобразие, как на рисунках 1 и 2, не могло иметь места. То есть чтобы от концов векторов длиной u можно было только *одним способом* отложить векторы длиной v, концы которых совпадают. А в данном случае (как на наших рисунках) таких способов два. Не пойдёт!

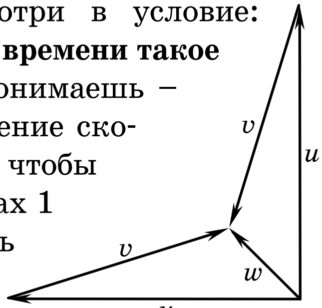


Рис. 2

– Стоп-стоп-стоп! Идея! Смотри – при малых v по сравнению с u мы вообще не можем добиться одинаковой скорости концов стрелок для обеих льдин. При больших – получаем уже *два* способа. Значит, где-то «посерёдке» способ должен быть единственным! Но где эта «серёдка»?

– А я знаю где! Когда векторы длиной v «смотрят» строго друг на друга, так сказать, лоб в лоб (рис.3). Здесь чуть любой поверни – и они уже не сойдутся!

– Что ж, тогда и ответ ясен! Из рисунка 3 следует, что u есть гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника, катет которого равен v, и, значит, $u = v\sqrt{2}$. Кстати, здесь и $w = v$ по величине.

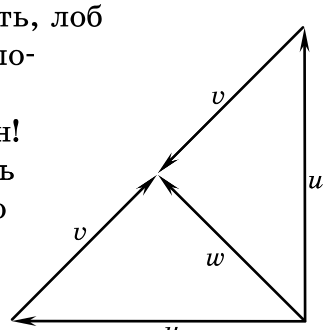


Рис. 3

– Отлично! Осталось найти расстояние, пройденное льдинами за сутки. Ну, это просто. В часе 60 минут, а в сутках 24 часа. Получаем, что искомое расстояние равно

$$v\sqrt{2}\cdot 60\cdot 24 = \sqrt{2}\cdot 2\pi\cdot 60\cdot 24 \approx 12796 \text{ см},$$

или примерно 128 метров.

– Жаль, задача слишком простой оказалась.

– В самом деле? Тогда придётся вторую выкладывать.

– *Вторую*???

– Да, у меня тут про запас ещё одна хранилась. Тоже, между прочим, олимпиадная. Кстати, на десять лет моложе первой. Слушай.

Окончание в следующем номере

Художник Алексей Вайнер