КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ
(«Квантик» № 10, 2017)

16. *«... край», «... бутылка»*

Какое прилагательное (в разных грамматических формах) мы пропустили?

Конечно, на место пропуска можно подставить много разных прилагательных: *зелёный*, *красивый*, *новый*... Но сочетания этих прилагательных именно со словами *край* и *бутылка* ничем не примечательны, и выбрать между ними невозможно. Очевидно, нужно найти такое прилагательное, которое чаще всего сочетается именно со словами *край* и *бутылка*. Это прилагательное – ***непочатый***. *Дел – непочатый край* означает, что дел очень много и к ним ещё не приступали (знакомая картина, правда?). А *непочатая бутылка* – это бутылка, которую ещё не открывали.

17. *Один маленький мальчик принёс маме рисунок с подписью: «Парасёнок». «Почему через два «а»?» – удивилась мама. – «Как?! – ещё больше удивился сын. – Проверочное слово –...!»*

Какое пятибуквенное слово назвал мальчик в качестве «проверочного»?

Маленькие дети не всегда понимают, что проверочное слово должно не просто быть как-то связано по смыслу с проверяемым, но и иметь тот же корень. Вот и мальчик, о котором идёт речь в задаче, в качестве «проверочного» для слова «парасёнок» (через два «а») назвал слово... **«кабан»**! (Эта история, как и история, описанная в задаче 19, произошла на самом деле.)

18. *Эти два любимых детьми предмета (Икс и Альфа) словно бы поменялись названиями. Название Икса происходит от материала, из которого состоит Альфа, а название Альфы образовано от того, что делают с Иксом (правда, с Альфой некоторые тоже ухитряются это делать). Назовите Икс и Альфу.*

Эти предметы – **леденец** и **сосулька**. Если задуматься, их привычные нам с детства названия покажутся очень странными. Леденец, конечно, прозрачный, но всё-таки сделан не изо льда. Зато леденец сосут. А сосулька как раз состоит изо льда, но её почему-то не сосут... То есть, как и сказано в задаче, некоторые, конечно, ухитряются, но, честное слово, этого лучше не делать.

19. *Однажды Серёжа отправился в магазин купить финтифлюшку. Продавщица финтифлюшек назвала ему цену в рублях. «Надо же, как дёшево, – подумал Серёжа, – меньше тысячи!» Однако когда Серёжа увидел цену на ценнике, она оказалась почти в десять раз выше, чем то, что он услышал.*

Известно, что продавщица назвала цену правильно. Что услышал Серёжа, и сколько стоила финтифлюшка на самом деле? (Решение не единственно: достаточно привести любой подходящий вариант.)

Некоторые составные числительные, начинающиеся на «триста...» и «четыреста...», на слух звучат почти так же, как числительные, начинающиеся на «три сто...» и «четыре сто...» (проверьте!). Слово «тысяча» при назывании таких сумм часто опускается, слово «рубль», если дело происходит в обычном российском магазине, где все цены указываются в рублях, – тоже.

Таким образом, Серёжа мог, например, услышать «**350**» («триста пятьдесят»), хотя на самом деле продавщица сказала «**3150**» («три сто пятьдесят»).

20. – *Если ориентироваться на ______ русских букв, можно подумать, что буквы С и Ф обозначают ______ согласные, – не без удивления заметил один лингвист.*

Заполните пропуски. Кратко поясните своё решение.

Правдоподобных вариантов заполнения первого пропуска совсем немного. У букв есть начертания (что в данном случае ничего нам не даёт) и, конечно, **названия**. Буквы С и Ф называются «эс» и «эф». По той же схеме (с «э» в начале) устроены названия букв Л, М, Н и Р («эль», «эм», «эн» и «эр»)... и всё. Как известно, Л, М, Н и Р – это **звонкие непарные** (они же **только звонкие**, они же **сонорные**) согласные. А поскольку С и Ф – никакие не звонкие непарные, а, наоборот, глухие парные звуки, у наблюдательного лингвиста были основания удивиться.

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 11, 2017)

11. *В ряд стоят 100 шкатулок, в них всего 2017 монет. На каждой шкатулке написано: «В какой-то из остальных шкатулок не меньше одной монеты». Известно, что не все надписи правдивы, а в шкатулке №37 есть хотя бы одна монета. Сколько монет в каждой из шкатулок?*

Ответ: Все 2017 монет находятся в шкатулке №37. Возьмём шкатулку с неправдивой надписью. Тогда во всех остальных шкатулках меньше одной монеты, то есть ноль. Значит, все монеты находятся в выбранной шкатулке. По условию, это может быть только шкатулка №37.

12. *Из чисел 1, 2, 3, ..., 998, 999 выбрали 997 чисел. Оказалось, что их сумма делится на*

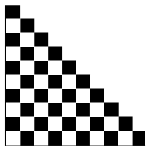
500, но не делится на 1000. Какое число заведомо присутствует среди выбранных?

Ответ: 500. Заметим, что сумма всех 999 чисел тоже делится на 500, но не делится на 1000 (так как они, кроме 500, разбиваются на пары 1 – 999, 2 – 998, ..., 499 – 501 с суммой 1000). Тогда сумма двух невыбранных чисел кратна 1000, а значит, и равна 1000. Любое число x, кроме $x=500$, может оказаться невыбранным: надо отложить его и «парное» число $1000-x$, а выбрать все остальные числа. Для 500 такого «парного» числа нет.

13. *Несколько ребят сходили в лес по ягоды. Оказалось, что все собрали ягод поровну. Алёша нашёл 1/9 всех собранных ягод черники и 1/11 всех собранных ягод брусники. Ягоды других видов ребята не собирали. Докажите, что Алёша собрал столько же ягод брусники, сколько черники.*

Пусть Алёша собрал Ч ягод черники и Б ягод брусники. Тогда каждый собрал по Ч + Б ягод и всего собрано 9Ч + 11Б ягод. Если ребят не больше 9, то всего ягод не больше 9(Ч + Б), а если ребят не меньше 11, то ягод не меньше 11(Ч + Б), в каждом случае имеем противоречие. Значит, ребят 10 и 9Ч + 11Б = 10Ч + 10Б, откуда Б = Ч.

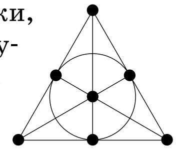
14. *«Лесенка» состоит из тех клеток квадрата 10×10, которые лежат на главной диагонали или под ней. Может ли король обойти всю эту фигуру, начав с некоторой клетки, не посещая никакую клетку дважды и делая только горизонтальные и диагональные ходы на соседние клетки (нельзя делать ход на клетку, соседнюю по вертикали)?*



Ответ: нет. Предположим, что королю удалось обойти фигуру. Подсчитаем, сколько раз король переходит в 1-ю вертикаль (самую длинную) из 2-й. В каждую клетку 1-й вертикали, если это не начало пути, король мог прийти только из 2-й, значит, переходов из 2-й в 1-ю либо 9, либо 10. Но во 2-й вертикали всего 9 клеток, значит, из 2-й вертикали король всегда переходил в 1-ю, а в 3-й вертикали никогда не побывал, противоречие.

15. *Оказалось, что в группе по изучению французского языка для любых двух девочек есть ровно один мальчик, который нравится им обеим, и каждый мальчик нравится по крайней мере трём девочкам. Приведите пример такой группы, в которой учится больше одного мальчика.*

Изобразим девочек точками на плоскости, а мальчиков – линиями. Девочке нравится мальчик, если соответствующая ей точка лежит на соответствующей мальчику линии. В качестве мальчиков возьмём стороны равностороннего треугольника, его медианы и вписанную окружность, а в качестве девочек – точки, где пересекаются три линии. Получится 7 девочек и 7 мальчиков, см. рисунок. Такая конфигурация называется *плоскостью Фáно*.



ГИРЛЯНДЫ («Квантик» № 12, 2017)

Вот гирлянда со всевозможными четвёрками красных и синих флажков:

ФИГУРКОВОЕ ЗАНЯТИЕ («Квантик» № 12, 2017)

При таком понимании слова «сосед», как в варианте «б», треугольнички имеют, в основном, больше соседей, чем квадратики (скажем, треугольничек, окружённый со всех сторон другими треугольничками, имеет аж 12 соседей, а квадратик, окружённый квадратиками – 8). Поэтому может показаться, что для большинства n такой перелёт мух возможен. Но впечатление обманчиво: такое возможно только при $n=1$ и $n=2$ (то есть ответ такой же, как и в задаче 2б). И способ пересадки для этих n тоже такой же, как и там (только «в обратном направлении»).

Пусть теперь $n \geqslant 3$. Рассмотрим любой угловой треугольничек (обозначим его A). У него 3 соседа – треугольнички $Б$, $В$ и $Г$. Легко проверить, что два из них имеют по 7 соседей, а один – 6 соседей.

С какого квадратика могла перелететь муха, попавшая в треугольничек A? Только из углового квадратика, имеющего трёх соседей (остальные квадратики имеют больше соседей). Обозначим эту муху M_1. Так как $n \geqslant 3$, сидевшая в соседнем с ней квадратике по диагонали муха M_2 имеет 8 соседей. Если муха M_1 перелетела в A, то муха M_2, оставаясь её соседкой, обязана перелететь в один из треугольничков $Б$, $В$ и $Г$. Но любой из них имеет меньше 8 соседей, поэтому муха M_2 не может соседствовать со всеми теми мухами, с которыми соседствовала до перелёта.

Значит, для $n \geqslant 3$ такой перелёт невозможен.

КРИВАЯ СОСУЛЬКА («Квантик» № 12, 2017)

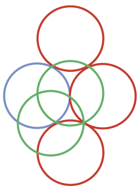
Обратим внимание на то, откуда растёт сосулька: это плавно съезжающий с крыши и загибающийся под своим весом пласт снега. Сосулька постоянно растёт прямо вниз, но пласт, поворачиваясь со временем, поворачивает и сосульку (см. рисунок), вот она и вырастает кривой.

НЕОБЫЧНЫЕ ПОСТРОЕНИЯ

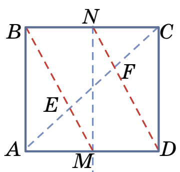
(«Квантик» № 12, 2017)

1. Вписанный прямой угол опирается на диаметр окружности. Чтобы построить центр окружности, достаточно построить два различных её диаметра и найти их точку пересечения.

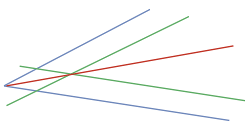
2. Отметим получившуюся окружность синим цветом. Трижды приложив монету, получим три одинаковые окружности, касающиеся данной (красные на рисунке). Через точки касания проведём две зелёные окружности (см. рисунок). Одна из точек их пересечения и есть искомый центр исходной окружности.



3. Пусть нам нужно разделить диагональ AC бумажного квадрата $ABCD$ на три равные части. Сначала согнём квадрат вдоль диагонали и разогнём его обратно. Получится след от диагонали AC. Далее, согнув квадрат пополам, получим среднюю линию квадрата MN (M и N – середины сторон). Теперь перегибаем лист вдоль прямых BM и ND, получая точки E и F. Эти точки будут искомыми. Так как NF и EM – средние линии в треугольниках EBC и FDA соответственно, то $CF = FE = EA$.

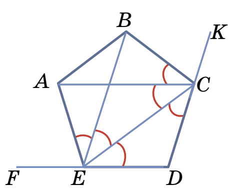


4. Заметим, что с помощью двусторонней линейки легко построить биссектрису угла.



Для этого сначала приложим линейку к сторонам угла и проведём две зелёные прямые. Затем через точку их пересечения и вершину угла проведём прямую (красная прямая на рисунке). Легко доказать, что она будет биссектрисой угла.

Заметим, что в правильном пятиугольнике все отмеченные углы равны по $36°$, а внешние углы FEA и KCB вдвое больше и равны $72°$. Поэтому если стёрты две вершины A и B, то их можно восстановить, построив последовательно биссектрисы углов FEC, AEC, KCE и ECB. Точками пересечения соответствующих пар построенных прямых и будут A и B.



ШНУРКИ И ТРАВОЛАТОР

(«Квантик» № 12, 2017)

Ответ: выгоднее завязать шнурки на траволаторе. Пройденное расстояние равно сумме вклада траволатора (произведение скорости траволатора и времени, которое провела Лена на траволаторе) и вклада Лены (произведение скорости Лены на общее время её ходьбы). Если Лена завязывает шнурки на траволаторе, то и времени на нём она проведёт больше. Значит, в этом случае вклад траволатора больше. Поэтому вклад Лены меньше, то есть она шла меньше времени.

МЯЧИ И ТРУБКИ, ИЛИ ЧТО ТАКОЕ ФУЛЛЕРЕНЫ

1. *Почему в молекуле фуллерена всегда 12 пятиугольных граней?*

Пусть в молекуле x пятиугольных и y шестиугольных граней. Так как в каждой вершине сходится три грани, вершин будет $\frac{(5x+6y)}{3} = \frac{5}{3}x + 2y$. А так как каждое ребро входит в две соседние грани, рёбер будет $\frac{(5x+6y)}{2} = \frac{5}{2}x + 3y$. Подставив в формулу Эйлера, получим $2 = \frac{5}{3}x + 2y - \left(\frac{5}{2}x + 3y\right) + (x+y) = \frac{x}{6}$, откуда $x = 12$.

2. *Почему в молекуле фуллерена может быть только чётное число атомов?*

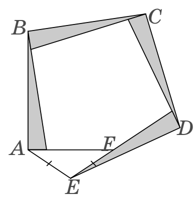
Так как в каждой вершине сходятся три ребра, утроенное число вершин равно удвоенному числу рёбер, то есть чётно. Но тогда и само число вершин чётно.

XL ТУРНИР ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

Математика

1. Ответ: 15 км/ч. Пусть мальчики двигались t часов. Тогда Саша шёл $5 \cdot t/2$ км, а бежал $10 \cdot t/2$ км, что в сумме равно 0,6 км, откуда $t = 0{,}08$. Илья прошёл 300 м за $0{,}3/5 = 0{,}06$ часа. Значит, оставшиеся 300 м Илья пробежал за 0,02 часа. То есть, его скорость равна 0,3 км/0,02 ч = 15 км/ч.

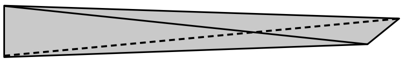
2. Ответ: $(90/11)°$. Обозначим меньший из углов Лёшиного треугольника через α, а угол при основании равнобедренного треугольника через β. Заметим, что в пятиугольнике $ABCDE$ углы B, C и D равны $90° + \alpha$ и все стороны, кроме AE, равны друг другу. Из этого следует, что пятиугольник симметричен относительно биссектрисы угла C. Значит, углы A и E равны: $90° + \beta = 180° - 2\beta + \alpha$, откуда $\beta = \alpha/3 + 30°$.



Но сумма всех углов пятиугольника равна $540°$, то есть $3(90° + \alpha) + 2(90° + \beta) = 540°$, откуда $3\alpha + 2\beta = 90°$. Подставляя найденное ранее выражение β через α, получим: $3\alpha + 2(\alpha/3 + 30°) = 90°$, откуда $11\alpha/3 = 30°$, то есть $\alpha = (90/11)°$.

3. Ответы: а) да; б) нет.

а) Возьмём два равнобедренных треугольника со сторонами 0,9 см, 1001 км, 1001 км. Расположим их друг на друге в одной плоскости, а дальше «приподнимем» один из них над плоскостью, не трогая его основание. Иными словами, повернём один из треугольников вокруг прямой, содержащей основания треугольников. Понятно, что можно это сделать так, чтобы расстояние между вершинами треугольников было меньше 1 см.



б) Пусть это возможно. Ввиду неравенства треугольника не может быть грани, где одна сторона больше 1 км, а две меньше 1 см. Возьмём какое-нибудь ребро длиной больше 1 км. Оно входит в две грани. Но хотя бы в одной из них нет второго ребра длиной больше 1 км, противоречие.

Математические игры

а) Выигрывает 2-й. Повторяя ходы 1-го симметрично относительно диагонали, он всегда сможет сделать ход: 1-й не сможет закрасить клетку на диагонали, потому что соседнюю с ней клетку закрасил 2-й своим последним ходом, и игроки будут красить клетки каждый в своей половине поля, разделённого диагональю.

б) Выигрывает 2-й, повторяя ходы 1-го симметрично центру поля. Докажем, что 2-й всегда сможет сделать ход. Заметим, что на поле нет клетки, симметричной самой себе, и что после любого хода 2-го каждой закрашенной клетке соответствует симметричная клетка другого цвета. Пусть в какой-то момент 2-й не может сделать ход. Тогда он вынужден покрасить какую-то клетку A, рядом с которой клетка $Б$ 1-го цвета. Так как A и $Б$ соседние, они не могут быть симметричны друг другу. Рассмотрим тогда пару клеток, симметричных клеткам A и $Б$. Это другие клетки, они тоже соседние, и обе закрашены, причём разными цветами – противоречие.

в) Выигрывает первый. Вторым ходом он закрашивает клетку так, чтобы она и закрашенная клетка соперника были угловыми клетками некоторого квадрата 9×9, лежащего внутри поля. Дальше первый использует стратегию из пункта а), симметрично повторяя ходы второго относительно диагонали этого квадрата 9×9.

г) Выигрывает первый. Разделим поле на три части: две центральные клетки, часть первого игрока (клетки по одну сторону от центральных) и часть второго (клетки по другую сторону). Пусть за первые 8 ходов первый закрасит ряд клеток, включая центральную, затем покрасит вторую центральную клетку, а потом будет красить оставшиеся клетки из своей части. Так в его распоряжении окажется больше половины клеток поля. Второй не сможет ему помешать. Второй может закрасить клетку, соседнюю с центральной, ровно в одном случае: на 7-м ходу перед тем, как первый на 8-м ходу закрасит первую центральную клетку. Но тогда 8-й ход второй игрок не сможет сделать.

Лингвистика

Поскольку $sami\times sami=cxra$ и все числа, упомянутые в первой части условия, лежат в диапазоне от 1 до 10 и предположительно целые, есть две возможности: $sami=2$ или $sami=3$. Если $sami=2$, $cxra=4$; тогда $erti+ori=2$, но составить 2 из двух разных целых слагаемых от 1 до 10 невозможно – противоречие. Значит, $sami=3$. Тогда $cxra=9$; раз к 9 ещё можно прибавить *erti* и получить число *ati* в диапазоне от 1 до 10, то $erti=1$, $ati=10$. Тогда $ori=2$. У нас остаются числительные *xuti*, *ekvsi*, *otxi*, *rva* и *švidi*, которые обозначают числа от 4 до 8. Мы знаем, что $švidi\times sami=otxi\times ekvsi-sami$, или, перенося *sami* в левую часть, $(švidi+1)\times3=otxi\times ekvsi$. В левой части могут стоять кратные 3 числа от $5\times3=15$ до $9\times3=27$, но только одно из них можно получить перемножением двух чисел из набора от 4 до 8: $24=4\times6$. Тогда $švidi+1=8$, а значит, $švidi=7$. Одно из чисел *otxi* и *ekvsi* – это 4, а другое 6. Но если $ekvsi=4$, $otxi=6$, то в первом равенстве задания 1 получаем $6+rva=4\times2$; тогда $rva=2$, но это число уже занято – противоречие. Значит $otxi=4$, $ekvsi=6$, $rva=8$. Тогда из равенства $xuti+erti=ekvsi$ получаем $xuti=5$.

1. $4+8=6\times2$; $7\times3=4\times6-3$.

Из второй части задачи видно, что основа числительных не включает в себя конечное *i* (то есть, например, основа слова *erti* выглядит как *ert*-). Образование числительных, больших 10: $10+X=$ *t*-{основа X}-*met'*-*i* (например, $5=$ *xut-i*, $15=$ *t-xut-met'-i*, $oci=20$); далее счёт двадцатеричный: $20\,Y=$ {основа Y, если $Y\geqslant2$}-*oc*-*i* (например, $3=$ *sam*, $60=$ *sam-oci*); $20\,Y+X=$ {основа Y, если $Y\geqslant2$}-*oc*-*da*-{основа X}-*i* (например, $10=$ *ati*, $30=$ *oc-da-ati*).

2. $35-12=23$, и $23=$ *ocdasami*; $30\times2+9+1=70$, и $70=$ *samocdaati*; $8\times2=16$, и $16=$ *tekvsmet'i*.

3. $74=$ *samocdatotxmet'i*.

Решения задач по физике, астрономии и биологии читайте в следующем номере.