

ПАРАДОКС ПАРРОНДО

Дождливая и неинтересная суббота. Родители уехали по делам, оставив Машу с Барсиком.

«И что же мне делать?», – грустно подумала Маша. Интернет! Нет, Маша не тратила время бездумно. Любимый сайт – Википедия. Любимая ссылка – «случайная статья». В прошлый раз Маша случайно узнала, что такое Кбал-Чхай. С приятным нетерпением Маша ткнула мышкой, и из недр интернета вылезло:

ПАРАДОКС ПАРРОНДО. *Возможно выиграть, играя поочередно в две заведомо проигрышные игры.*

Маша мало что поняла, запомнила лишь, что обнаружил это испанский физик Хуан Паррондо.

Иван Петрович вернулся из Барселоны в понедельник ранним вечером, и уже через час Маша, привстав на цыпочки, терзала кнопку его звонка. По блеску в Машиных глазах Иван Петрович сразу понял, что рассказом о Балеарском море от Маши не отделаться.

– Ну, Марья... Что на этот раз?

– Парандокс. То есть парроксондо. То есть парадокс Паррондо. Это когда играешь-играешь и каждый раз проигрываешь, а вместе – выигрываешь. Это как?

– Хм, подруга... везёт тебе на парадоксы. Основная идея Паррондо состоит в том, что... – размеренная речь профессора прервалась, когда он увидел Машины глаза. В них было ясно написано, что пора переходить к сути.

– Допустим, у тебя есть несколько игр, причём каждая из них проигрышная: играя в неё много раз подряд, ты в итоге останешься в проигрыше. Если ты периодически или случайно меняешь эти игры, связанные между собой, скажем, общим капиталом, то получается сложная, так сказать, комбинированная игра. И вот эта сложная игра может оказаться выигрышной, то есть в ней ты при длительной игре выигрываешь. Не всегда, конечно. При некоторых условиях.

– Да-да, это я поняла, но дальше не поняла. Почему? – У Маши от любопытства задымилась резинка, стягивающая волосы в хвост.

– Возьмём две игры *A* и *B* с простыми правилами.

A. Ты выигрываешь 3 рубля, если у тебя чётное количество рублей, иначе проигрываешь 2 рубля.



В. Ты проигрываешь 2 рубля, если у тебя чётное число рублей, иначе выигрываешь 3 рубля.

Обе эти игры проигрышны. Если у тебя, допустим, 100 рублей и ты сыграешь в игру А, что произойдёт?

– Так... 100 – чётное число, значит, я получу 3 рубля. Какие же это проигрышные игры? Я ведь только что 3 рубля выиграла!

– А ты посмотри, что будет, если ты продолжишь играть – посоветовал Иван Петрович

– Теперь у меня 103 рубля, число нечётное: $103 - 2 = 101$, опять число нечётное: $101 - 2 = 99$. Это что же получается? Я теперь всегда проигрывать буду?

– Именно. Игры-то, по сути дела, проигрышные!

– Но подождите! Я ещё не проверила игру В.

– Там будет то же самое, – заверил профессор.

– А! Я поняла! Эти игры связаны с чётностью. Если я их буду чередовать, то тогда смогу выиграть. Если у тебя вначале чётное количество монет, то следует начинать с игры А, потом играть в В, затем опять в А... Тогда я буду выигрывать аж по 3 рубля за каждую игру!

– Да, но заметь, что если бы ты наугад с равной вероятностью выбирала игры, то твой средний выигрыш за игру был бы равен $1/2$ рубля. Действительно, неважно, чётное у тебя число рублей или нет: ты всегда в одной из игр получаешь 3 рубля, а в другой теряешь 2. Тогда, сыграв, скажем, 100 игр, ты выиграешь в 50 из них и получишь около $50 \cdot 3 - 50 \cdot 2 = 50$ рублей.

– Иван Петрович, у меня как раз есть 100 рублей. Немедленно начинаем.

– Видишь ли, дорогая Маша... Нужно, чтобы ещё и противная сторона была согласна.

– Это кто здесь противный? Иван Петрович, вы очень милый, – горячо запротестовала Маша. – Эх, а всё равно тут нет никакого парадокса. Вот найти бы настоящий парадокс, чтобы ух!

– Верно, парадокса нет, просто такая модель игры, а парадоксом её назвали из-за внешней удивительности. Ты же сама сначала удивилась – как это можно выиграть, всё время проигрывая.

– Удивилась – не то слово. Чуть не сгорела от любопытства, – пожаловалась Маша, демонстрируя обугленную резинку. Но тут её посетила новая мысль.



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

– А бывает парадокс Паррондо в жизни?
– Недавно биологи заметили подобные странные на первый взгляд явления. Некоторые вирусы погибают при слишком высоких и при слишком низких температурах. Однако если температура случайным образом скачет от слишком высокой к слишком низкой и наоборот, то вирусы выживают.

А ещё в экономике известно, что если акции двух компаний падают, то владелец акций каждой из компаний по отдельности в проигрыше. Но бывает так, что продавая одни убыточные акции и покупая другие убыточные, а потом наоборот, можно получить выигрыш.

– Иван Петрович, мне кажется, что этот парадокс очень тесно связан именно с играми и капиталом.

– Наверно, ты права. Общее свойство игр, в которых возникает парадокс Паррондо, – асимметричное смешивание случайных процессов. Иногда асимметрия может сделать из хаоса порядок, а из проигрыша – выигрыш. Кстати, помнишь, недавно мы разбирались в парадоксе двух конвертов¹? Так вот, в нём тоже присутствует асимметрия. Когда оба конверта запечатаны, они одинаковы для тебя. Но как только ты вскрываешь один из них, симметрия ломается, и они уже для тебя неодинаковы. На этом построена одна из выигрышных стратегий – чем больше сумма в открытом конверте, тем с меньшей вероятностью надо менять конверт.

Маша посмотрела на часы:

– Ой! Уже поздно, мама, наверно, будет сердиться. Мне нужно обедать, кормить Барсика, пылесосить квартиру... ещё в химчистку, за хлебом... – Маша пятилась к входной двери, на ходу бормоча объяснения столь поспешному бегству, но думая совершенно о другом: Википедия! Скорее. В этот раз статья не будет случайной. Интересно, как пишется – «осеметрия» или «ассиметрия»? Ладно, разберёмся.

Вдогонку из-за уже захлопнувшейся двери Маша услышала Ивана Петровича:

– Асимметрия, голубушка! А-сим-метрия. Одно «с» и два «м». начинается с «А». Хе-хе...

¹ См. «Квантик» № 8 за 2016 г.