

## КАК ГОРГУЛИЙ ОКАЗЫВАЛ УСЛУГИ НАСЕЛЕНИЮ

Злобнопотам тупо смотрел на листы бумаги.

– Я не понял, какой ещё договор?

– Договор об оказании вычислительной услуги, – стараясь доброжелательно улыбаться, объяснил Горгулий, – вот, это же написано прямо в заголовке.

– Какой-какой услуги?

– Вычислительной. Вы сказали, что пришли по объявлению, за помощью в арифметических расчётах.

– Солидно формулируешь. Мне всего-то надо вычислить  $1/7$  с десятью знаками после запятой. Пустяк!

– Пустяк или нет – покажет экспертиза. Но прежде следует оговорить права и обязанности сторон и меру ответственности на случай возможных последствий.

– Да если делить в столбик на бумажке, это займёт всего пару минут!

– Не волнуйтесь, клиент! Мы, монстропитеки, никогда не делим на бумажке. Кустарные методы безвозвратно канули в прошлое, – уверенно возразил Горгулий. – Оборудование для вычислений, расходные материалы, формы представления результатов выбираются после составления плана работ в целях использования их с наибольшей эффективностью. Мы подберём вычислительную методику, максимально полно отвечающую вашим потребностям, а с помощью дополнительных тестов обеспечим гарантию точности и послегарантийное обслуживание. Но начать надо с договора!

Злобнопотам посинел, потом позеленел обратно, потом снова посинел.

– К тому же клиент, заключивший договор, получает дисконтную карточку нашей фирмы и небольшой деликатес по выбору – ириску, сушёную лягушку или пакетик комбикорма с кетчупом, – любезно сообщил Горгулий и протянул Злобнопотаму ручку. – Подписывать надо здесь, здесь и здесь, и потом ещё то же самое на остальных трёх экземплярах.

Злобнопотам, урча и пощёлкивая шипами, начал подписывать договор, так и не прочтя в нём ни строчки.

– Чудесно, – сказал Горгулий, когда экземпляры были подписаны. – За результатом приходите завтра.



– Как это завтра?! – рявкнул Злобнопотам. – Мне нужен результат немедленно!

– Успокойтесь, клиент, – широко улыбнулся Горгулий. – Вы сами только что подписали 4 экземпляра договора, в котором говорится, что фирма-вычислитель обязана предоставить результаты в течение пяти календарных дней. Но мы ценим своих клиентов! Результаты будут уже завтра! Это максимально короткий срок, и вам не придётся доплатить за скорость ни копейки.

\* \* \*

Наутро Злобнопотам с мрачным, если не сказать злобным видом сидел напротив Горгулия. Сзади расположился Коллега Спрудль, и вид его тоже не предвещал ничего хорошего. Горгулий выложил на стол огромную папку и, улыбнувшись присутствующим самой нежной из своих улыбок, радостно произнёс:

– Мы сделали это!

– Прежде чем вы познакомите нас с результатами, – ледяным тоном сказал Коллега Спрудль, – позвольте вас спросить, бульк, что означает пункт 2.7 «Работа экспертов по вы-ы-ыбору математических методов решения поставленной задачи оплачивается отдельно». Ка-а-аких ещё экспертов?

– Самых наилучших! Да вы и сами можете в этом убедиться: наш ведущий эксперт Бусенька как раз заглянула к нам на чашечку чая!

В кабинет вошла Бусенька.

– Приятно видеть такой интерес к работе прикладного математика, – скромно сказала она.

– И в чём же заключается ваш э-э-экспертный выбор? Подобрать подходящий размер бумаги, бульк, чтобы деление уместилось на одном листке?

– Вы невнимательно прочли договор, – ответил Горгулий. – В пункте 3.4 «Техническое задание» сказано: «Требуемое вычисление необходимо сделать без применения операции деления, поскольку клиент испытывает неуверенность в подобно-го рода расчётах».

– Постойте, посто-о-ойте, – зашуршал бумажками Коллега Спрудль. – Да, действительно, тут так и написано. Но что же это зна-а-ачит? Вы должны выполнить операцию деления 1 на 7, не пользуясь при этом делением?

– Именно так!





– Безумие ка-а-акое-то, – и Коллега Спрудль недоумённо посмотрел на Злобнопотама.

– Как посмотреть, – возразила Бусенька. – Основатель нашей фирмы Горгулий с детства ненавидит деление. Для него такая постановка вопроса естественна.

– Неуже-е-ели ты потребовал от них такую чушь? – обратился Коллега Спрудль к Злобнопотаму.

– Именно это и потребовал! – пояснил Горгулий. – Видите, в договоре клиент подписал, что техническое задание с его слов составлено верно.

– Я не позволю изде-е-еваться над моим другом!

– Да ладно, ничего особенного, почти фольклорная постановка вопроса, – жизнерадостно сказал Горгулий, – пойти туда, не знаю куда, сокрушить всеокрушающим молотом несокрушимую скалу, поделить, не деля... Обычное дело. Вот, пожалуйста, ознакомьтесь.

#### ПЕРЕЧЕНЬ ПРОВЕДЁННЫХ РАБОТ

1. Выбор итерационного метода.
2. Разработка программной реализации.
3. Подбор начального приближения.
4. Оценка точности полученного результата.
5. Проведение вычислений.

Обоснования, необходимые выкладки и доказательства содержатся в приложении 1, а отчёты, смета и финансовая документация – в приложении 2.

– Я не понял, вы тут что – коллегию профессоров соби-и-ираете ради задачи, которая решается, бульк, делением в столбик?!

– Наш клиент специально оговорил, что деление запрещено! А слово клиента – закон, – сказала Бусенька. – Для вычисления  $1/7$ , о котором попросил ваш приятель, мы остановились на методе Ньютона.

– Наинадёжнейшая схема, к тому же от самого создателя научной картины мира, – добавил Горгулий. – Мы выбираем самые авторитетные источники!

– Не буду утомлять вас подробностями, – продолжила Бусенька, – скажу лишь, что мы последовательно вычисляем члены последовательности по формуле

$$x_{n+1} = 2x_n - 7x_n^2.$$

Как видите, в формуле нет ни одного деления.

– Какая-то безу-у-умная формула, – сказал Коллега Спрудль, – пусть  $x_0 = 0$ . Тогда  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$ , ерунда какая-то, бульк!



– Оставьте эту работу специалистам, – ласково сказал Горгулий.

– Да при чём тут специа-а-алисты! Возьмём  $x_0=1$ . Тогда  $x_1=-5$ ,  $x_2=-185$ ,  $x_3$  – ещё более отрицательное, короче, опять бульк!

– Вычисления по этой формуле нельзя начинать с чего попало, – объяснила Бусенька, – загляните в пункт 3 перечня работ. Начальное приближение, то есть число  $x_0$ , должно быть выбрано очень аккуратно!

– И какое вы взяли начальное при-и-иближение?

– Мы взяли  $x_0=0,1$ , после чего сделали целых пять итераций, и число  $x_5$  – это и есть наш результат!

– Пять итераций?! Бульк?! Вы вы-ы-ыставляете нам этот счёт всего за пять прогонов этой формулы?!

– Вас не устраивает наша формула? Напишите свою! – предложил Горгулий. – Что вам не нравится? Вчера наш клиент требовал, чтобы результат предоставили немедленно. А сегодня вы недовольны, что мы работаем слишком быстро? Мы всего за пять шагов получили точность 17 знаков вместо заказанных 10, и все лишние знаки предоставляем вам совершенно бесплатно!

– Но как можно всего за пять итера-а-аций получить такую огромную точность?

– Этому и посвящён пункт 4 перечня работ. Когда всё уже сделано, это не кажется слишком хитрым. Перепишем нашу формулу в виде

$$7\left(x_{n+1}-\frac{1}{7}\right)=-\left(7\left(x_n-\frac{1}{7}\right)\right)^2.$$

Отсюда сразу получаем, что

$$7\left|x_n-\frac{1}{7}\right|=7\left|x_{n-1}-\frac{1}{7}\right|^2=7\left|x_{n-2}-\frac{1}{7}\right|^4=\dots=7\left|x_0-\frac{1}{7}\right|^{2^n}.$$

В нашем случае

$\left|x_5-\frac{1}{7}\right|=\frac{1}{7}\left|7\left(x_0-\frac{1}{7}\right)\right|^{2^5}=\frac{1}{7}\left|7\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{7}\right)\right|^{32}=\frac{1}{7}(0,3)^{32}\approx 2,6\cdot 10^{-18}$ .  
Так что вот наш прекрасный ответ на ваш злобнопотамский вопрос: с точностью  $\pm 2,6\cdot 10^{-18}$  одна седьмая равна 0,14285 71428 57142 8545. Можете сами проверить.

– И проверим! Мы умножим ваш ответ на 7 и посмотрим, так ли уж бли-и-изко к 1 произведение.

– Э, нет... Вы опять невнимательно прочли договор, – улыбнулся Горгулий. – Пункт 4.3 гласит, что клиент и его доверенные лица не имеют права проверять наш ответ, используя операцию умножения!

