ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 1 | январь 2019

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

№ 1
январь
2019

КАК БУСЕНЬКА РАСКЛАДЫВАЛА СНЕЖИНКИ

КРИСТАЛЛЫ

КАЗАРКИ И ГРАД

Enter

e-mail: kvantik@mccme.ru

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, календари загадок, наборы плакатов и книги серии «Библиотечка журнала «Квантик» (недавно вышел второй выпуск – книга С. Н. Федина «Перепутаница»).

Электронную версию журнала «Квантик» вы можете приобрести на сайте **litres.ru**
О том, как оформить подписку на журнал, читайте по ссылке **kvantik.com/podpiska**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 1, январь 2019 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
▪ «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 15.12. 2018
Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495) 363-48-84
http://capitalpress.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Валерия Сирота

Кристаллы

Нужно признаться, что в 10-м номере «Квантика» за 2018 год я вас немножко обманула. Не всех, а только тех, кто слепил из пластилина молекулы поваренной соли (NaCl) и оксида железа (Fe_2O_3). Дело в том, что таких молекул нет. Соль не состоит из молекул!

Если «посмотреть» на неё в очень сильный электронный микроскоп (в обычный оптический такие мелкие детали не разглядеть), окажется, что вместо того, чтобы попарно разделиться на молекулы – каждому атому натрия свой атом хлора, – все атомы построены, как солдаты на плацу! Да ещё и не на плоскости, а в пространстве. На одинаковых расстояниях друг от друга чередуются Na – Cl – Na – Cl –... Если этот строй и слепился из молекул, уже не различить, где какая, и не понять, с каким атомом хлора мог быть сцеплен этот атом натрия: все соседние атомы Cl находятся от него на равных расстояниях.

Это – ионный кристалл (рис. 1). Помните, что такое ионная связь? Атом хлора «отбирает» у атома натрия электрон, и оба атома становятся ионами – «дефектными» атомами с числом электронов, не равным числу протонов, и оттого заряженными: натрий положительным, а хлор отрицательным. Теперь они притягивают друг друга. Но если рядом много других таких же ионов, то ведь все отрицательные притягиваются ко всем положительным! Правда, от всех других отрицательных при этом отталкиваются. Получается, что им удобно расположиться в таком вот шахматном порядке. И хотя каждый отдельный хлор отобрал электрон у какого-то одного натрия, притягивается он ко всем своим соседям-натриям. Так что число связей-«ручек» оказывается намного больше.

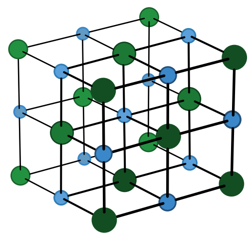


Рис. 1. Ионный кристалл поваренной соли (синий – Na^+, зелёный – Cl^-)

Это соединение получается очень твёрдым и прочным. В магазинах в основном продают мелко помолотую соль, а если взять соль крупного помола или вообще «каменную» – необработанную, то раздробить её можно разве что молотком.

Оксид железа – тоже кристаллическое вещество, но ионы железа и кислорода выстраиваются иначе – кристаллическая решётка другая (рис. 2).

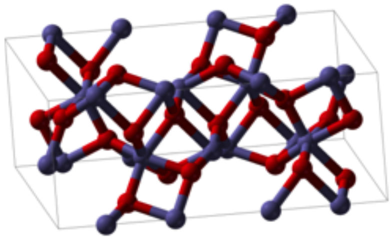


Рис. 2. Кристаллическая решётка оксида железа Fe_2O_3

Задача 1. Угадайте, каким цветом на рисунке 2 изображены ионы железа, а каким – кислорода. *Подсказка*: все атомы одного элемента в этом кристалле равноправны, то есть их положение относительно соседей и количество связей с соседями одно и то же.

Кристаллы возникают не только у веществ с ионной связью между атомами. Они могут составляться и из таких атомов, которые делятся электронами друг с другом, а не отдают «насовсем» – это называется *ковалентной связью*. Так, углерод может образовывать даже несколько разных видов кристаллов, «под настроение» – смотря какие условия вокруг. И в зависимости от того, как построились атомы – одни и те же атомы углерода! – получаются совсем разные вещества. (А если атомы никак не построились, а «валяются» как попало – получается сажа.)

Задача 2. Алмаз и графит (из которого делают стержни для карандашей) – два разных кристаллических вещества из атомов углерода. Вспомните, что вы знаете об этих веществах, и скажите: какое из них справа, а какое слева на рисунке 3?

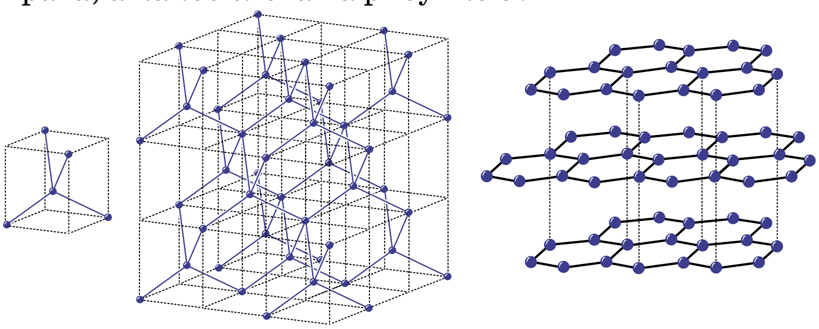


Рис. 3. Кристаллические решётки графита и алмаза: где чья?

А бывает, что в кристаллы строятся не отдельные атомы, а целые молекулы. Например, лёд: это тоже кристаллическое вещество, но решётку образуют молекулы воды (рис. 4). В каждой молекуле воды кислород хоть и «делится» своими электронами с атомами

водорода, но при этом «оттягивает» все общие электроны от ядер водорода – поближе к себе. Так что каждый электрон вроде бы вертится вокруг обоих ядер, но вокруг кислорода – больше. Получается, что кислород немножко заряжен отрицательно, а водород – положительно. И вот в результате кислородный «конец» одной молекулы притягивается к водородному «концу» другой. Это притяжение и удерживает их в решётке.

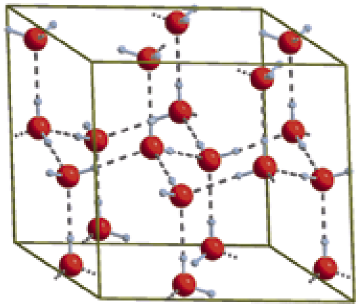


Рис. 4. Кристаллическая решётка льда. Красные шарики – кислород, серые шарики – водород.

Но совсем особый вид связи, который бывает только в кристалле, придумали себе металлы. Это такие атомы, у которых по одному-два электрона на внешнем уровне-этаже[1], и им их отдать вовсе не жалко. Такие атомы «делятся» своими электронами не просто с ближайшим соседом, а *со всеми* остальными атомами кристалла! То есть все эти «лишние» электроны становятся общими и летают по всему кристаллу. А ионы – ядра с оставшимися электронами – стоят «в строю» и образуют кристаллическую решётку.

Большая свобода электронов обеспечивает одно из главных свойств металлов – способность проводить электрический ток. Ток – это упорядоченное (дружное, в одну сторону) движение заряженных частиц. Если присоединить кусок металла к батарейке, ионы решётки стоят неподвижно, а электроны бегут (точнее, дрейфуют – бегая туда-сюда, постепенно сдвигаются) все в одну сторону, к «плюсу» батарейки. Это не значит, что их в металле становится меньше: ведь ток течёт, только когда металлический провод подсоединён к батарейке. И вместо электронов, «убегающих» в батарейку на одном конце провода, из батарейки приходят новые электроны на другой конец. Провод при этом всегда остаётся незаряженным. Но если батарейку присоединить к куску пласт-

[1] Или побольше, но у атомов с очень большим количеством электронов, так что на верхних этажах «электронного дома» до ядра уже очень далеко и внешние электроны держатся совсем непрочно. Из-за этого в нижних строках таблицы Менделеева почти все элементы – металлы.

массы, резины или даже к сухой деревяшке – ток не потечёт: нет свободных электронов, все привязаны к своим молекулам, некому бежать.

Ещё металлы хорошо проводят тепло: попробуешь нагреть один конец – нагревается весь кусок металла.[2] Это тоже из-за свободных электронов: летая между холодным и горячим концами, они переносят тепло и уравнивают температуру.

Задача 3. Не очень чистая вода (и, например, мокрая деревяшка) проводит ток, хотя она и не металл. Что же «бегает» в этом случае?

КРИСТАЛЛИЧЕСКОЕ ИЛИ АМОРФНОЕ?

Вообще-то все «по-настоящему твёрдые» вещества, хорошо сохраняющие свою форму, – кристаллические. Хотя вот пластилин или глина например, когда засохнут, – вполне твёрдые, а вовсе не имеют кристаллической структуры. Такие вещества называются *аморфными* (не имеющими формы): молекулы (или атомы) в них не построены в строгом порядке, а «набросаны» более-менее как попало. Часто бывает, что одни и те же молекулы могут образовывать и кристаллическое вещество, и аморфное (вспомните алмаз, графит, уголь и сажу). Чтобы атомы успели «построиться» в кристалл, расплавленное вещество должно остывать достаточно медленно. Если остужать его быстрее – получится аморфное тело.

У кристаллических веществ есть определённая температура плавления, у каждого своя; если нагреть их до этой температуры, они резко меняют свои свойства и плавятся, превращаются в жидкость: кристалл разваливается на отдельные молекулы. У аморфных тел никакой определённой температуры плавления нет – при нагревании они плавно становятся всё более текучими. Молекулы (или атомы) в них и так уже расположены как в жидкости.

Задача 4. При нагревании аморфные тела (например, стекло) становятся более «жидкими», молекулы в них – более подвижными. Почему же глина при обжиге становится не мягкой, а очень твёрдой?

[2] Можете проверить это, нагревая один конец вилки или ложки над плитой или опуская их в горячую воду. Только не обожгитесь.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ЯЧЕЙКА И ВИДЫ РЕШЁТОК

Мы говорили в № 10 «Квантика» за 2018 год, что молекула – «минимальный кусочек» вещества, который ещё определяет его химические свойства: взяв много таких кусочков, получим сколько угодно этого вещества[3]. У кристаллического вещества «минимальное количество», которое его всё ещё полностью определяет, – не молекула, а *элементарная ячейка*. Это самый маленький кусочек решётки, из копий которого можно составить всю решётку.[4]

Например, кристаллическая решётка поваренной соли получается многократным повторением такого кусочка: Na – Cl. Это и есть элементарная ячейка соли, в ней два атома. А в элементарной ячейке полония – всего один атом (рис. 5). Такая кристаллическая решётка называется *простой кубической*: весь кристалл можно составить из одинаковых кубиков, в каждом – один атом (на рисунке один из этих кубиков выделен синим). Это и есть элементарная ячейка.

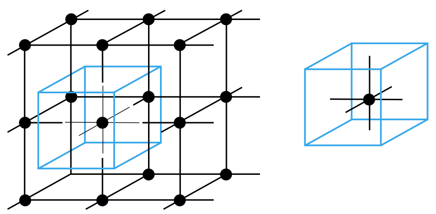


Рис. 5. Простая кубическая решётка и её элементарная ячейка

Обратите внимание! Чёрные линии, которыми на этом и следующих рисунках изображены связи между ионами, тоже образуют кубики. Но «разрезать» (даже мысленно) кристалл на ячейки удобнее не по ним – а то атомы попадут на границы разрезов, и мы легко запутаемся, разбираясь, «считается» ли этот атом внутри того или этого кубика. Лучше просто сдвинуть нашу воображаемую (синюю) сетку из элементарных ячеек.

[3] Имеются в виду «чистые» вещества, из одинаковых молекул. Смеси разных веществ (как воздух или дерево) мы сейчас не обсуждаем.

[4] Самые маленькие – потому что две соседние элементарные ячейки, например, тоже можно копировать, и получится то же самое. Интересно найти самый маленький из всех возможных «кирпичиков». Но всё-таки такой, который «сохраняет симметрии решётки»: если вся решётка симметрична, например переходит сама в себя при повороте на 90°, то и элементарная ячейка должна быть так же симметрична. В частности, если решётка состоит из кубов, то и элементарная ячейка должна иметь форму куба.

Следующий по сложности тип решётки – такой, в котором атомы расположены не только по вершинам кубиков, нарисованных чёрными палочками-связями, но и в центре каждого кубика (рис. 6, слева). Так устроены, например, кристаллы железа. А другие атомы – например, меди и золота – предпочитают строиться в *гранецентрированные* решётки, у которых атомы стоят в вершинах кубов и в центрах их граней (рис. 6, справа).

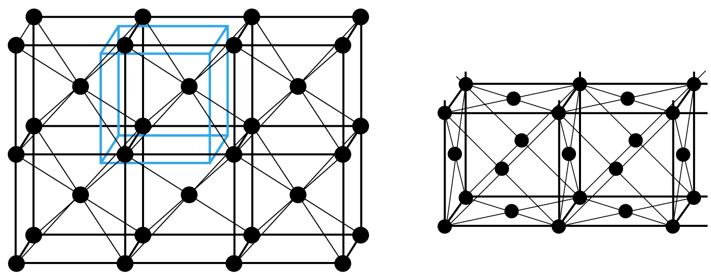


Рис. 6. Кубические решётки: объёмноцентрированная и гранецентрированная

Задача 5. Нарисуйте элементарные ячейки кристаллических решёток железа и золота. Сколько атомов в каждой из них? Если трудно сразу разобраться с объёмной картинкой, нарисуйте сперва «квадратную реброцентрированную» решётку на плоскости и выясните, какая у неё элементарная ячейка.

Как мы видели на примере углерода, бывают и некубические решётки: у графита, например, элементарная ячейка имеет форму шестиугольной призмы.

Задача 6. Один упорный школьник решил сделать из пластилина и спичек точную модель кристаллической решётки железного кубика со стороной 1 мм. Расстояние между атомами железа в соседних узлах решётки всего 3 ангстрема (пишется 3 Å), 1 Å $=10^{-10}$ м (одна десятимиллиардная метра). Какого размера получится модель?

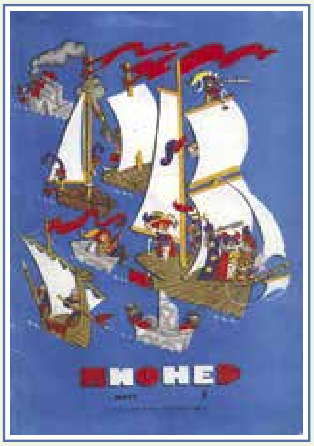
Задача 7. Пусть из атомов одного и того же элемента (то есть одинаковых) удалось сделать два разных кристалла: один с простой кубической решёткой, другой с гранецентрированной. Длина стороны кубика (шаг решётки) первого кристалла при этом получилась в 2 раза меньше шага решётки второго. Взяли два одинаковых по объёму больших куска обоих кристаллов. Какой из них тяжелее и во сколько раз?

Художник Мария Усеинова

Игорь Акулич

ПРИВЕТ ОТ «ПИОНЕРА»!

С 1924 года в Советском Союзе издавался журнал для школьников под названием «Пионер». Он выходит и по сей день, только теперь уже в России. Примерно полвека назад в нём имелась довольно интересная рубрика задачек и головоломок «Ума палата». Её многолетним ведущим – «ответственным дежурным» – был писатель, журналист и переводчик Никита Владимирович Разговоров[*]. Он сам и придумывал большинство публикуемых задач, чаще всего представленных в виде коротких сюжетов.



Вот одна из них, взятая из 3-го номера журнала за 1968 год:

Барон Мюнхгаузен, который, как вы помните, не отличался излишней скромностью и любил прихвастнуть, рассказал однажды своим друзьям такую историю:

– Года два назад меня занесло в далёкую страну, на языке которой я не понимал ни единого слова. В гостинице мне подали меню, я, разумеется, мог прочесть названия блюд, но убей меня бог, если я знал, что эти названия означают. И, как назло, мне сразу приносили одновременно все блюда, которые я заказывал.

[*] Как ни удивительно, это не псевдоним, а настоящая (и о многом говорящая) фамилия!

В первый день, решив действовать напропалую, я выбрал «мач» и «кули». Мне принесли рисовый суп и пирожное. На второй день я потребовал себе «амали», «мач» и «ахи». И официант подал мне: рисовый суп, бифштекс и компот. В третий раз я попросил «ахи» и «пуро». На столе передо мной оказались бифштекс и печёные яблоки.

И вот, господа, уже на четвёртый день ваш покорный слуга смело заказал себе обед из трёх блюд – «мач», «ахи» и «кули», прекрасно зная заранее, чем ему предстоит утолить свой голод.

Как вы думаете, соврал ли и на этот раз барон Мюнхгаузен или рассказал правду? Мог ли он знать, что ему подадут? Какие же это будут блюда, по вашему мнению?

Читатели «Квантика», конечно, без труда докажут правдивость знаменитого барона (да иначе и быть не могло!). А также то, что он смог безошибочно определить, каковы из себя ещё два названных блюда: «амали» и «пуро».

Но давайте считать, что это только присказка. Пусть в меню содержится огромное количество блюд (одних и тех же каждый день), и Мюнхгаузен поставил себе целью за те же три дня «увязать» названия максимального количества блюд с их «реальным содержимым». Как видим, если блюд всего пять (как в задаче из «Пионера»), то ему это удастся. А если их шесть? Семь? Восемь? Попробуйте отыскать рекордное значение.

Художник Анна Горлач

Константин Кохась

Как Бусенька раскладывала снежинки

Бусенька бежала по обледеневшему тёмному лесу. Завывания ветра сменялись потрескиваниями и похрустываниями, как будто кто-то тяжёлый, вроде Злобнопотама, нёсся сзади, проламывая сковавшую землю ледяную корку. Иногда были слышны звуки, напоминавшие рычание или фырканье, и это тоже не сулило запоздалому путнику ничего хорошего.

Наконец показался просвет, и, скатившись с пригорка, Бусенька оказалась на берегу озера, возле Заброшенного Грота. Не очень хорошее место, прямо скажем. Звуки приближались. Бусенька подошла к гроту и открыла дверь.

***

– Что за зима такая, – проворчала Огрыза, выглядывая из окна Ам-Бара, – на улице мороз –10° и ни одной снежинки!

– Ужас-с-сно, – согласился Ушася, – невозможно как следует впас-с-сть в зимнюю спячку.

– А как должно быть? – поинтересовался таракан Кузька. – Я про прошлую зиму ничего не помню.

– Правильно – это когда огромные сугробы снега и вся земля укутана большой белой шубой.

– Раз снега нет – значит, он куда-то пропал, – сообразил Кузька, – давайте его отыщем!

– Как же ты его отыщешь? Нет и всё тут, – сказала Огрыза. – И никаких улик, подсказывающих, куда он пропал, тоже нет.

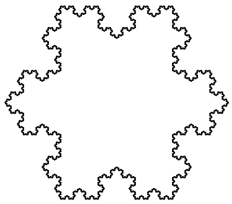
– Попробуем применить технологию сонного зондирования, – предложил Ушася. – Доброволец концентрируется на проблеме, и в это время его погружают в гипнотический с-с-сон. Если повезёт, решение проблемы он увидит во сне.

Кузька тут же побежал в глубину Ам-Бара. Через несколько секунд он вернулся, надев свой любимый шлем НШ-19У.

– Доброволец к выполнению сонного зондирования готов! – доложил он.

– Ну что ж, приступим, – сказал Ушася, надевая чёрно-белый гипнотический бантик. – Хрюкси-кукси-букси. Представь себе большую пушистую снежинку…

Кузька представил.



Снежинка была изображена на мониторе и имела номер 18. Возле монитора стоял коллега Спрудль и объяснял:

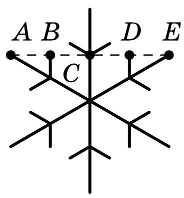
– Это самая красивая снежинка в моей коллекции. Видите ли, до-о-орогая Бусенька, все снежинки имеют уникальную форму, бульк. Количество вторичных лучиков, их пушистость, на-а-аклон – это всё не повторяется. Да вы сами посмотрите. – И на экране замелькали одна за другой разные снежинки.

Рядом сидела Бусенька. Она была крепко привязана к стулу и, похоже, совсем не могла пошевелиться.

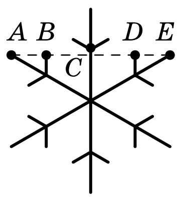
– Стоп! – воскликнула Бусенька. – Снежинку номер 329 мы только что видели под номером 41.

Коллега Спрудль вывел на экран обе снежинки. Кузьке, наблюдавшему с подоконника, снежинки показались совершенно одинаковыми.

– Да, сходство имеется, – подтвердил коллега Спрудль, – но настоя-а-ащему коллекционеру, тем более такому, как я, сразу очевидны отличия. Вот посмотрите, у 41-й снежинки точки *A*, бульк, *C*, *D*, *E* лежат на одной пря-а-амой – это очень редкое явление, а у 329-й – точка *C* лежит выше! Такого добра в любом сугробе навалом!



Снежинка № 41



Снежинка № 329

– А много ли снежинок у вас в коллекции? – спросила Бусенька.

– Бесконечно много! – с гордостью сказал коллега Спрудль. – Пришлось для них купить специальный

сундук. – Коллега Спрудль махнул клешнёй в сторону стены. Только сейчас Кузька обратил внимание на стену. Казалось, это был гигантский сейф, точнее, верхняя часть сейфа, уходящего глубоко-глубоко в землю. Вся видимая поверхность стены была сделана из металла и покрыта какими-то панелями, датчиками, тумблерами и прочими механическими штуковинами.

– Это сундук? – удивилась Бусенька, не прекращая попытки то так, то этак ослабить привязывавшие её ремни.

– Ну... в некотором смысле. Это автоматизированный контейнер для-а-а хранения коллекции снежинок. Каждая снежинка хранится, бульк, в миниатюрной кри-и-иокапсуле, все капсулы аккуратно рассортированы, пронумерованы и каталогизированы.

– Но если снежинок бесконечно много, то получается, что вы не видели целиком всей своей коллекции?

– Всей не видел – она ведь бе-е-есконечно большая, я видел лишь конечное число снежинок, бульк. Кроме того, я ведь коллекци-и-ионирую их недавно – сундук заполнился всего полгода назад. Но, тем не менее, с помощью этой компьютерной системы, бульк, я в считанные се-е-екунды могу достать из коллекции любую конкретную снежинку. Набираем номер, нажимаем на кнопочку и... – На стол выкатилась криокапсула с прекрасной 18-й снежинкой.

– А зачем вам почти одинаковые снежинки?

– Во-о-обще-то вы правы, – нехотя согласился коллега Спрудль, – но дело в том, что недавно, э-э-э... бульк, мне досталась в наследство ещё одна бесконечная коллекция снежинок, я её тоже положил в сундук. 329-я снежинка как раз из новых.

– Как такое может быть? – не поняла Бусенька. – Сундук был полон, и вы положили в него ещё бесконечно много снежинок?

– Я го-о-оржусь своей изобретательностью! – сказал коллега Спрудль. – Это оказалось несложно, бульк. Питон Уккх помог мне запрограммировать су-у-ундук, чтобы переложить имеющиеся снежинки, а именно: для каждого k переложить снежинку из капсулы номер k в капсулу номер $2k$. Такую о-о-операцию сундук выполняет очень быстро. Поэтому через полминуты освободились все капсулы с нечётными номерами! А после этого мы попросили сундук для каждого k, бульк, поместить новую снежинку номер k в $(2k-1)$-ю капсулу, и – ву-у-уаля! – ещё через полминуты вся новая часть коллекции была размещена!

– Гениально! – поддакнула Бусенька, поскольку в борьбе с ремнями всё ещё не было никакого прогресса.

– А сегодня – са-а-амый лучший день моей жизни! И дело не только в том, что я поймал вас, дорогая Бусенька. – Коллега Спрудль протанцевал по комнате:

Счастливый день! Могу сегодня я
В сундук с моей коллекцией прекрасной
Горсть новеньких снежинок положить!

– Бульк! Вы слышали тяжёлые шаги за окном? Мне до-о-оставляют новый снег! Теперь я – единственный коллекционер снежинок на-а-а всём свете! Я скупил все значимые коллекции, бульк!

Кузька выглянул в окно. Весь берег возле Заброшенного Грота был уставлен огромными ящиками.

– И много коллекций вы скупили?

– Бесконечно много! Такое впе-е-ечатление, что все, ну просто все интересуются снежинками, бульк. Вот, видите список. – И Коллега Спрудль вывел на экран список коллекционеров. Коллекционеры в списке были аккуратно пронумерованы: первый, второй, третий и т.д. до бесконечности. – У каждого в коллекции было бе-е-есконечно много снежинок! И это не просто кучи снега – все снежинки пронумерованы и записаны в каталоги! Весь снег на земле теперь мой!

– А куда вы денете такую прорву снега? Если вы сейчас же не разложите его по криокапсулам, он растает!

– Бульк?! Об этом я не подумал, – сказал коллега Спрудль.

– На каком языке пишутся инструкции для сундука? – серьезным тоном спросила Бусенька. – На Питоне?

– Да. Питон Уккх сказал мне, что это са-а-амый лучший язык.

– Это самый лучший язык для питонов, а не для сундуков! Похоже, вам нужна помощь очень квалифицированного специалиста. Развяжите меня.

Коллега Спрудль послушно исполнил приказание. Бусенька села за компьютер и стала быстро печатать.

– На первом этапе мы воспользуемся вашим трюком, – стала объяснять Бусенька, не переставая печатать код программы, – k-я снежинка перекладывается в капсулу $2k$. В результате освободятся нечётные капсулы, и мы разложим в них первую новую коллекцию по правилу: k-я снежинка помещается в капсулу $2k+1$.

– Но тогда останется пустой ка-а-апсула номер 1, – возразил коллега Спрудль.

– Пусть останется про запас. Вдруг потом вы найдёте ещё снежинку. На втором этапе мы переложим снежинки по правилу: снежинка из капсулы $2k$ перекладывается в капсулу $4k$. В результате освободятся 2-я, 6-я, 10-я и т.д. капсулы. Мы разложим в них снежинки из второй новой коллекции: k-я снежинка будет положена в капсулу $4k+2$.

– А капсула номер 2, бульк, останется пустой?

– Не отвлекайте меня. Я уже сказала: небольшой запас пустых капсул не помешает. Мы пока разложили всего две коллекции, а у вас их бесконечно много. На третьем этапе снежинка из капсулы $3k$ перекладывается в капсулу $6k$. Освободятся 3-я, 9-я, 15-я и т.д. капсулы, и мы положим в них третью коллекцию: k-я снежинка отправляется в капсулу $6k+3$. И так далее. Сколько, вы говорите, времени требуется сундуку для выполнения одного этапа?

– Около минуты.

– Отвратительно. Слишком долго. Не помните, ваш сундук поддерживает хронодинамическую компрессию?

– Да, – гордо сказал коллега Спрудль, – это са-а-амая современная модель!

– Тогда я запрограммирую сундук на ускоренное выполнение операций. Первый этап он выполнит за минуту, второй – за полминуты, третий – за четверть минуты и так далее. Через пару минут все поступившие коллекции будут разложены.

– По-о-атрясающе, – сказал коллега Спрудль. – Неужели всё поместится, бульк?

– И даже останется свободное место. Запускайте! – И Бусенька подвинулась, пропуская коллегу Спрудля к клавиатуре.

Коллега Спрудль запустил программу. Внутри сундука началось какое-то движение и чавканье, замигали лампочки, зашевелились датчики. Коллега Спрудль и Бусенька, а также Кузька у них за спиной завороженно следили за процессом. Сундук заглотил первую порцию снежинок и через минуту мигнул, сообщая, что снежинки разложены. Начался второй этап. Звук, исходящий от сундука, стал тоньше, чувствовалось, что действия, происходившие в нём, ускорились. Через полминуты вторая коллекция была размещена. Коллега Спрудль застыл со счастливой маской на лице.

– Неудобно досаждать вам своим присутствием в столь драматический момент, – скромно сказала Бусенька и, подмигнув Кузьке, скрылась за дверью.

Сундук зажужжал ещё тоньше, потом ещё и ещё. К концу второй минуты звук стал почти неслышен, но было ясно, что работа идёт, причём с колоссальной скоростью. Наконец, две минуты прошли и всё стихло. Коллега Спрудль запустил на компьютере Обозреватель Коллекции.

Жуткий вопль «Где мои снежинки???» огласил Заброшенный Грот и все окрестности.

***

– Букси-кукси-хрюкси, – услышал Кузька и очнулся. Рядом с ним лежала криокапсула с 18-й снежинкой.

– Какая красивая снежинка, – сказала Огрыза.

– Рассказывай, как ты этого добился? – тут же стал расспрашивать его Ушася.

– Чего «этого»? – недопонял Кузька.

– Снег. На улице пошёл снег. Как ты это сделал?

Художник Инга Коржнева

Ольга Кузнецова

Как говорить с царями

У Поли был талант строить удивительные штуки из конструктора. А Стёпа обожал книжки по истории. Однажды он застал сестру за сборкой странного агрегата.

– Я изобретаю машину времени, – похвасталась Поля.

– Ну и куда ты поедешь на ней? – заинтересовался Стёпа.

– В древние времена. Посмотрю, какие были дворцы, рыцари, платья.

– Тебя прогонят из любого дворца. Ты же не умеешь говорить с царями!

– А чего с ними говорить?

– Дворец – это тебе не зоопарк, – принялся объяснять Стёпа, – если будешь просто стоять и молчать, можешь *отглавиться*.

– Главной стать? А что, я не против! Жить во дворце, носить корону…

– *Отглавиться* – остаться без головы! Казнить могут. Ну, не огорчайся, я сейчас тебя всему научу.

Стёпа запрокинул голову и нараспев прокричал:

– Светлость твоего милосердия на мне сияет! К тебе, царю, очи мои выну…

– Стёпа, ты что, глаза себе выколоть хочешь? Не надо, цари этого не стоят! – испугалась Поля.

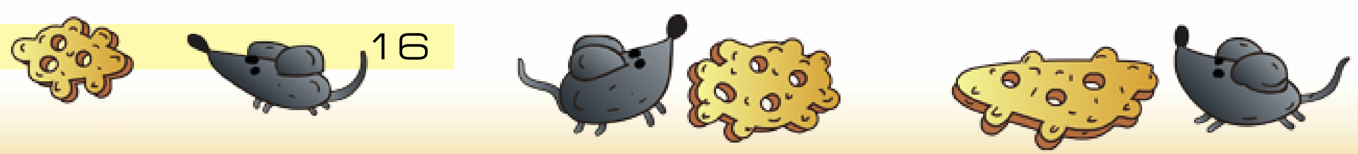
– Видишь, какая ты необразованная. *Выну* – значит *всегда*. С царями надо говорить очень торжественно, особенно если тебя позвали во дворец на какой-нибудь праздник. *Влазины*, например.

– Какие ещё *влазины*? *Именины* – это я знаю. А *влазины* – когда кто-то куда-то влезает?

Догадайтесь, какое торжество обозначали раньше словом *влазины*.

– Стёп, а как принято называть древнего царя? Например, если у него пуговица расстегнулась, то я ему скажу: «Ваше высочество, у вас брюки расстёгнуты».

– Ни в коем случае! Царь обидится и отправит тебя работать на портомойню. Высочество – это скорее про



принца или принцессу. Но вообще если мы едем в Древнюю Русь, то и королевским величеством не отделаемся. *Большой титул*, то есть самый подробный – это: *великий государь*, *царь* и *великий князь*, потом ты должна перечислить все его владения, их около тридцати, и сказать, что он их обладатель, отчич, дедич и наследник.

– Ну и ну. Пока я всё это буду перечислять, царь простудится.

– Не простудится. К тому же он не знает, что такое брюки. До XVIII века и брюк-то никаких не было, только порты, и те на завязках. Посмотри на изображения царей – во время приёмов они носили длинное одеяние, которое называлось *платно*.

– Я поняла, это как платье. А что значит *отчич* и *дедич*?

– В титуле царя это значит, что он является наследником своих предков.

– Ого, – обрадовалась Поля, – а раз мы с тобой Николаевичи, то тоже наследники?

– Точно, отчества образованы с помощью того же суффикса. И львёнка в царском зверинце могли называть *львич*, *львовищич* или *львичище*.

– Бедный львёнок, прямо как *чудовище*.

– Раньше было много смешных слов, связанных с животными. Например, если комары во дворце кусают, то жаловались: *комарно*.

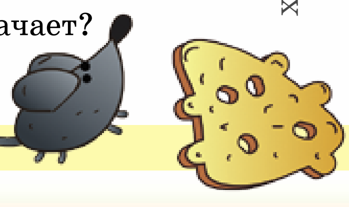
– А как пожаловаться царю, что ты дерёшься и кусаешься?

– Вообще-то я давно уже не кусаюсь, – обиделся Стёпа, – но слово для обозначения такой драки было – *зубоеж*.

– При чём тут ёж?

– Никакого ежа нет. *Зубоеж* или *зубоедство* означает, что зубы одного человека наносят другому человеку вред. Вот, кстати, ещё одно слово, связанное с царскими библиотеками и кладовыми, – *мышеедство*. Можешь объяснить, что оно означает?

Художник Лидия Широнина



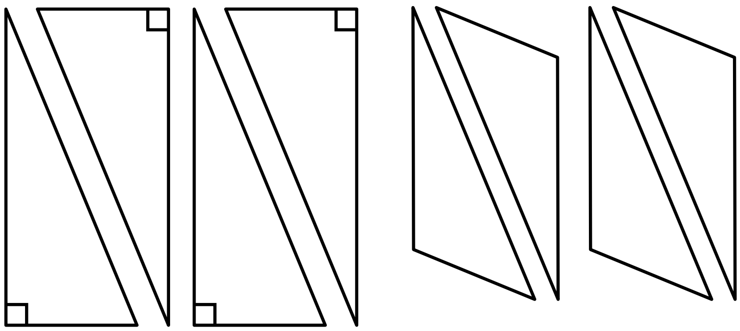
Владимир Красноухов

УПРЯМОУГОЛЬНИК-8

(российская головоломка возвращается из Нидерландов)

Недавно в крупной голландской газете Volkskrant была опубликована любопытная задача-головоломка. Её напечатала в своей научно-популярной рубрике профессор Ионика Сметс (Ionica Smeets) в ответ на просьбу одного из читателей «дать такую задачку, чтобы голова была занята хотя бы один из выходных дней». Выбрать задачу помог легендарный голландский учёный, разработчик первых компьютеров и большой любитель занимательной математики профессор Виллем ван дер Пул (Willem van der Poel).

Возьмите восемь треугольников как на рисунке. Четыре из них равны друг другу и имеют углы 90°, 22,5° и 67,5°. Другие четыре тоже одинаковые, но с углами 22,5°, 45° и 112,5° и длинной стороной, равной длинному катету у первых треугольников (схему скопируйте или скачайте по ссылке v.ht/upr-8; фигурки можно наклеить на картон, чтобы не мялись).



Задача. Используя все 8 треугольников, сложите 1) прямоугольник; 2) треугольник; 3) симметричный n-угольник (отдельно для каждого n от 5 до 16).

Изначально эта головоломка (автор В. Красноухов) была представлена на 10-м открытом очном чемпионате России по пазл-спорту в 2007 году. На первую задачу отводилось 10 минут, за это время её решили 5 из 26 финалистов. Быстрее всех – 6 мин 59 сек – справился многократный чемпион России по решению головоломок Андрей Богданов из Подмосковья. Вторая задача попроще и имеет два решения, на неё отвели 5 минут. Лучшее время – 2 мин 42 сек – показал Алексей Олешов из Архангельска.

Попробуйте справиться и вы. Желаем успеха!

Художник Алексей Вайнер

КАЗАРКИ И ГРАД

На картинке вы видите, как канадские казарки встречают град, вытянув шеи вертикально и направив клювы навстречу стихии. Объясните такое поведение казарок.

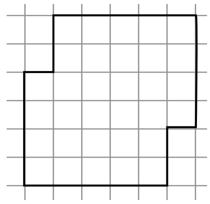
В интернете можно посмотреть видео, снятое на смартфон в Торонто 27 июля 2018 года Марлоном Иннисом: youtu.be/4rNW6gEHYyI

Художник Ольга Демидова

XLI ТУРНИР имени М.В.ЛОМОНОСОВА

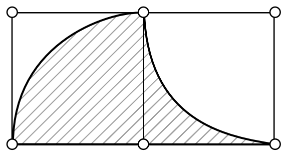
В сентябре 2018 года прошёл Турнир Ломоносова – ежегодная олимпиада с заданиями по разным предметам: от математики и физики до истории и лингвистики. Можно было поучаствовать сразу в нескольких конкурсах, распределив время. Мы приводим некоторые задачи прошедшего турнира.

Математика



1. (6–8) Можно ли разрезать по границам клеток фигуру на рисунке справа на 4 одинаковые части?

2. (8–10) В парке два года проводили озеленительные работы: спиливали старые и сажали новые деревья. Руководители проекта заявляют, что за два года средний прирост количества деревьев составляет 15%. Экологи говорят, что за два года количество деревьев уменьшилось на 10%. Может ли и то, и другое быть правдой? (Если количество деревьев за год увеличилось, прирост считается положительным, если уменьшилось – отрицательным. Средний прирост за два года руководители вычисляют как $(a+b)/2$, где a прирост в процентах за первый год, b – за второй.)



3. (9–11) Требуется разделить криволинейный треугольник на рисунке справа на две части одинаковой площади, проведя одну линию циркулем. Это можно сделать, выбрав в качестве центра одну из отмеченных точек и проводя дугу через другую отмеченную точку. Найдите способ это сделать и докажите, что он подходит.

Лингвистика

Даны фразы на русском языке и их переводы на сингальский* язык, записанные в латинской транскрипции:

1. Старик, которого раздражает собака, задерживает ребёнка.

Balleku vehesaṭapatkarana mahallek daruveku pramādakaray.

*Сингальский язык – один из официальных языков Республики Шри-Ланка – относится к индоарийской группе индоевропейской семьи языков. На нём говорят около 17 млн человек.

2. Старик, которого задерживает ребёнок, раздражается.
Daruveku pramādakarana mahallek vehesaṭapatvey.

3. Ребёнок, который боится, просыпается.
Biyavena daruvek avadivey.

4. Человек, который беспокоится, беспокоит юношу.
Kalabalavena minihek taruṇayeku kalabalakaray.

Переведите на сингальский язык:

5. Собака, которую пугает человек, раздражает старика.

6. Юноша, который задерживается, будит ребёнка.

Примечание. *ṭ*, *ṇ* – особые звуки сингальского языка; чёрточка над гласной обозначает долготу.

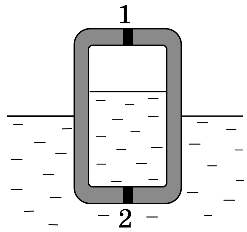
Физика

1. (5–7) Петя заморозил несколько мелких кусочков льда разной формы и бросил их в стакан. Отметил, на каком уровне находятся верхние кусочки. Потом он налил в стакан немного воды, рассчитывая, что лёд всплывёт и его уровень поднимется. Вопреки его ожиданиям этот уровень опустился! Как такое могло произойти?

2. (5–8) Вася, Петя и Гриша ехали рядом на велосипедах (довольно быстро). Вася держался за руль двумя руками, Петя – одной, а Гриша ехал вообще «без рук». В некоторый момент всем троим пришлось резко затормозить. При этом Вася и Гриша удержались на своих велосипедах, а вот Петя кувырком полетел на землю. Объясните, почему с ним такое случилось. Все велосипеды одинаковые, тормоза у них ножные (тормозят заднее колесо).

3. (5–8) Вокруг некой звезды вращаются две планеты. Орбиты у них круговые, лежат в одной плоскости. Период обращения (время одного оборота) одной планеты равен 1 земному году, второй – 0,8 земного года. В некоторый момент планеты оказались на минимально возможном расстоянии друг от друга. Через какое время расстояние между ними станет максимально возможным?

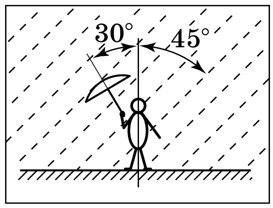
4. (7–8) В большой ванне с водой плавает цилиндрический сосуд. В его крышке и дне есть небольшие отверстия, закрытые пробками. В сосуд налито некоторое количество воды, её уровень расположен так, как показано на рисунке справа. Давление воздуха в сосуде равно атмосферному. Отверстия по очереди открывают. Опишите, как после каждого открывания будет изменяться высота уровня воды в сосуде, а также глубина погружения самого сосуда. Рассмотрите два случая:



а) сначала вытаскивают пробку 1, а затем пробку 2;

б) пробки вытаскивают в обратном порядке.

5. (9–11) Пассажир поезда смотрит в окно и видит, что на улице идёт косой дождь, струи которого отклонены от вертикали на угол 45°. Поезд проезжает мимо платформы, и пассажир замечает, что все люди, стоящие на ней, дружно наклонили свои зонты на угол 30° по направлению струй дождя, а не навстречу им (см. рисунок справа)!



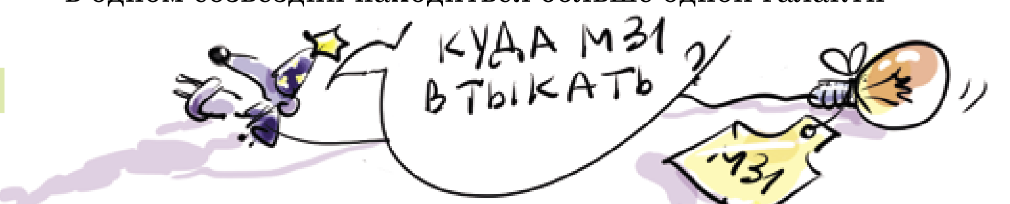
а) Куда дует ветер (относительно земли) и куда едет поезд (вправо или влево по рисунку)?

б) Найдите скорость поезда, если скорость ветра равна 10 м/с.

В решении исходите из того, что на платформе стоят адекватные люди, совершенно не склонные мокнуть.

Астрономия

1. Галактику М31 часто называют галактикой Андромеды или туманностью Андромеды. Ещё говорят, что она находится в созвездии Андромеды. Как же так получилось? Как в одном созвездии может находиться целая галактика? Что всё-таки больше – галактика или созвездие? Сколько звёзд в одной галактике и сколько – в одном созвездии? Может ли в одном созвездии находиться больше одной галакти-



ки? А может быть, на самом деле всё наоборот, и это созвездия находятся в галактиках?

2. Можно ли потушить Солнце? Каким образом можно это сделать? Можно ли потушить Солнце водой? Сколько нужно воды, чтобы потушить Солнце?

Биология

1. У многих животных мы легко можем отличить самцов от самок. Так курицу мы не путаем с петухом. У других видов (например, у соро́к) самцы и самки внешне практически неразличимы. Как вы думаете, почему в одних случаях оба пола похожи, а в других – нет?

2. Могут ли растения иметь температуру своего тела (или отдельных его частей) отличающейся от температуры окружающей среды? Зачем это может быть нужно? Какими способами они могли бы этого достигать?

3. Многие существа, обитающие в толще воды, способны погружаться или, наоборот, подниматься ближе к поверхности. Назовите особенности строения или физиологические приспособления, позволяющие быстро изменять плавучесть, и приведите примеры организмов для указанных способов.

4. Изначально жизнь существовала в воде, но с течением времени живые организмы заселили сушу. Однако некоторые животные вернулись обратно к водному образу жизни. В каких крупных группах животных (тип, класс, отряд) это происходило? Какими изменениями в организме это сопровождалось?

История

1. Задолго до Джордано Бруно один учёный немец описал Космос, равномерно заполненный звёздами и планетами, на которых могут жить люди. Никаких репрессий от церкви этот немец НЕ испытал. Как его звали и почему так получилось? Почему судьба Бруно обернулась иначе?

2. Мог ли Николай I сфотографироваться на память? Мог ли Александр III прокатиться на трамвае по Петербургу? Мог ли Николай II отправить своему кузену телеграмму?

Художник Сергей Чуб

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

В этом номере мы подводим итоги прошлогоднего конкурса по русскому языку.

ПОБЕДИТЕЛЯМИ СТАЛИ

Лаврушин Денис	Санкт-Петербург	физико-математический лицей № 30	7 кл.
Степина Алиса	Балашиха	гимназия № 2	5 кл.

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПРИЗЁРОВ КОНКУРСА

Гришина Анастасия	Москва	школа № 1158	5 кл.
Леонтьева Дина	Москва	гимназия № 1540	6 кл.
Мизинов Михаил	Москва	школа № 15	7 кл.
Сухих Эдуард	Сочи	школа № 78	7 кл.
Тужик Ольга	Москва	школа № 179	10 кл.

КРОМЕ ТОГО, МЫ ОТМЕЧАЕМ ДВУХ УЧАСТНИКОВ

Линиченко Дарья	Москва	школа № 1543	7 кл.
Черкашин Лев	Омск	школа № 107	4 кл.

И БЛАГОДАРИМ ВСЕХ ОСТАЛЬНЫХ РЕБЯТ, РЕШАВШИХ ЗАДАЧИ КОНКУРСА!

А ещё мы начинаем конкурс 2019 года! Победителей ждут призы. Предусмотрены специальные премии за лучшее решение отдельных туров.

Решения I тура отправляйте по адресу **ruskonkurs@kvantik.org** не позднее 1 марта. В письме кроме имени и фамилии укажите ваш город, а также школу и класс, где вы учитесь.

Можно (и нужно!) предлагать на конкурс задачи собственного сочинения – лучшие будут опубликованы.

Желаем успеха!

I ТУР

1. В русских предложениях слово *тут* чаще всего можно заменить словом *здесь*; при этом предложение останется правильным и его смысл не изменится, например: *Света уже тут* = *Света уже здесь*. Приведите пример предложения, в котором слово *тут* нельзя заменить на слово *здесь*.

(Примеры со словом *тут* в значении «дерево шелковица», конечно, не считаются.)

С. В. Дьяченко

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

2. Название цветка происходит от слова со значением «жестокий, свирепый», а название музыкального инструмента – нет. Напишите эти названия.

И.Б. Иткин

3. Какой любимый детьми предмет одна маленькая девочка называла словом *кадатка*?

Л.З. Иткина

4. Какой промежуток времени можно отмерить глазами?

О.А. Кузнецова

5. Однажды зимним вечером Серёжа шёл по улице и увидел на одном из домов бегущую строку. «ДОМ СНОВ», – прочитал Серёжа. – «Как красиво!» – подумал он, прежде чем буквы побежали дальше. Что на самом деле было написано в бегущей строке?

С.И. Переверзева

Художник Николай Крутиков

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, IV ТУР («Квантик» №10, 2018)

16. *Маленькой Маше год и десять месяцев. Какую сказку Маша называет «Та паясионе»?*

Эта сказка – **«Три поросёнка»**.

17. *Однажды Иван-царевич заблудился в Измайловском лесопарке и вдруг увидел незнакомую ведьму.*

– Вы не подскажете, как отсюда быстрее всего добраться до Красной площади? – вежливо спросил Иван-царевич.

– ___ ___! – ответила ведьма и исчезла.

Ивану-царевичу оставалось только гадать: то ли ведьма не выговаривает одну согласную букву, то ли не знает правил русской грамматики. Что ответила ведьма?

Ведьма ответила: **«На метре!»** И Ивану-царевичу действительно оставалось только гадать: то ли ведьма не выговаривает букву *л* и хотела сказать «На метле!» (ведьма всё-таки), то ли имела в виду «На метро!» (всё-таки в Москве живёт), но не знает, что слово *метро* не склоняется.

Может показаться, что возможен и «симметричный» ответ «На метло!» Но это не так: если склонение несклоняемых существительных – реальная и когда-то очень распространённая ошибка («Теперь, небось, он ходит по кинам!..» – возмущается не слишком образованный герой в песне Владимира Высоцкого «Про Серёжку Фомина»), то сказать «на метло» вместо «на метле» не придёт в голову даже самой глупой ведьме: ни у одного русского существительного в предложном падеже не бывает окончания *-о*.

У измайловской ведьмы была предшественница. В знаменитой книге К.И. Чуковского «От двух до пяти» (глава «Новая эпоха и дети») рассказывается, как маленькая дочь драматурга И.В. Штока поправила своего отца, читавшего ей сказку Чуковского «Тараканище»:

– Ты неправильно говоришь. Нужно «на метре», а ты говоришь «на метле». Зайчики в трамвайчике, жаба на метре.

18. *По НЕЙ одинаково легко (но не с одинаковой скоростью) пройдут и простой солдат, и лошадь, и корабль. Назовите ЕЁ двумя словами.*

На первый взгляд, в качестве ответа подходит «что угодно» – «земная поверхность», «территория Мексики»... Но почему речь идёт именно о солдате, лошади и корабле? Как можно заранее знать, с какой скоростью они будут двигаться? И при чём здесь русский язык? Хорошенько подумав, мы понимаем, что «простой солдат, лошадь и корабль» – это шахматные фигуры (*пешка* (пехотинец), *конь* и *ладья*), а значит, имеется в виду **шахматная доска**.

19. *В русском алфавите 10 гласных букв. Составьте цепочку из 9 слов (существительных, нарицательных, в именительном падеже, но необязательно в единственном числе) такую, что: первое слово начинается на Гласную 1 и заканчивается на Гласную 2; второе слово начинается на Гласную 2 и заканчивается на Гласную 3; ...; девятое слово начинается на Гласную 9 и заканчивается на Гласную 10.*

Один из бесчисленного множества вариантов решения: **ёжики – интервью – юнга – алоэ – эму – ухо – ожерелья – явление – еноты.**

20. *Однажды Иван-царевич шёл по Измайловскому лесопарку в гости к Бабе-Яге и заблудился. Вдруг он увидел знакомую ведьму.*

– Вы не могли бы _______: я правильно иду к Бабе-Яге? – спросил Иван-царевич.

– Что-что? – сварливо переспросила ведьма.

– Я только хотел _______, правильно ли я иду к Бабе-Яге, – робко сказал Иван-царевич.

– Третья тропинка наискосок, – проворчала ведьма и исчезла.

Интересно, что Иван-царевич оба раза употребил один и тот же глагол. Какой?

Как правило, в контексте «– Вы не могли бы _______?» употребляются одни глаголы речи (*сообщить, подсказать, пояснить*...), а в контексте «– Я только хотел _______» – совсем другие (*спросить, узнать, выяснить*...). Но есть глагол, который одинаково хорошо подходит к обоим этим контекстам: это глагол ***уточнить***.

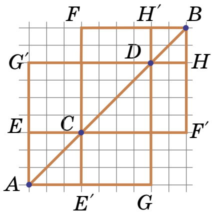
НАШ КОНКУРС, III ТУР («Квантик» № 11, 2018)

11. *Электронные часы показывают часы и минуты. Вася подошёл к часам и заметил, что сейчас на них палиндром – время выглядит как AB:BA. Он решил подождать, когда это повторится, но, просидев 4 часа, так и не увидел второго палиндрома. А сколько ему ещё осталось ждать?*

Ответ: 11 минут. Выпишем все палиндромы: 00:00, 01:10, 02:20, 03:30, 04:40, 05:50, 10:01, 11:11, 12:21, 13:31, 14:41, 15:51, 20:02, 21:12, 22:22, 23:32. Лишь после двух из них – 05:50 и 15:51 – ждать следующего палиндрома надо более 4 часов (в обоих случаях – 4 часа 11 минут).

12. *На прямой лежат точки A, C, D, B именно в этом порядке. Построены равнобедренные* *прямоугольные треугольники AGD, BHD с гипотенузами AD, BD – по одну сторону от прямой, и треугольники AEC, BFC с гипотенузами AC, BC – по другую сторону от прямой. Докажите, что прямые EH и GF перпендикулярны.*

Отразим все 4 равнобедренных прямоугольных треугольника относительно прямой AB (рис. справа). Видно, что прямоугольники $E'GH'F$ и $EF'HG'$ симметричны друг другу относительно неё, а значит, получаются друг из друга поворотом на $90°$ (вокруг середины CD). При повороте диагональ GF переходит в диагональ EH, откуда $GF \perp EH$.

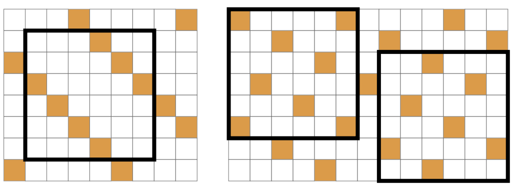


13. *Докажите, что любое целое число, не меньшее 12, можно записать как сумму двух составных чисел.*

Если число n, не меньшее 12, чётное, то $n-4$ чётное и составное. Тогда $n=4+(n-4)$. Если же n – нечётное, то $n-9$ чётное и не меньше 4. Опять же, $n=9+(n-9)$.

14 *(продолжение задачи 1). а) Можно ли зачеркнуть 8 клеток в клетчатом квадрате 6×6 так, чтобы не было 5 незачёркнутых клеточек подряд ни по горизонтали, ни по вертикали, ни по диагонали. б) А можно ли так зачеркнуть всего 7 клеток?*

Ответ: а), б) Можно. Чтобы не было 5 незачёркнутых клеток подряд ни по вертикали, ни по горизонтали, зачеркнём на большом клетчатом листе каждую пятую диагональ, идущую слева-сверху вниз-вправо: ответом будет любой квадрат 6×6. Чтобы не было 5 незачёркнутых клеток по диагонали, сдвинем по очереди каждую строку на 1 клетку вправо относительно строки сверху (см. рис.). На полученном листе найдётся нужный квадрат как с восемью зачёркнутыми клетками, так и с семью.



15. *На N карточках Лена написала числа от 1 до N (по одному на карточке) синим фломастером, а на N других карточках – эти же числа красным фломастером. Затем она перемешала отдельно карточки с синим цветом, отдельно – с красным и положила стопку красных карточек на стопку синих. В получившейся колоде для каждой пары карточек с одним и тем же числом Лена записала на бумажку, сколько между ними лежит других карточек. Затем она сложила все записанные на бумажку числа. Какой результат могла получить Лена?*

Ответ: $(N-1)\cdot N$. Возьмём любую пару карт с одним и тем же числом, скажем M. Число карт между ними, которое мы пишем на бумажку, можно представить как сумму: число карт в красной стопке под картой с M («верхнее» число) плюс число карт в синей стопке над картой с M («нижнее» число). Разбив так все числа на бумажке, получим N верхних чисел $0, 1,\ldots, N-1$, и N нижних чисел $0, 1, \ldots, N-1$ в каком-то порядке. Значит, сумма всех верхних и нижних чисел равна $(N-1)\cdot N$.

НАЙДИ ПЛОЩАДЬ («Квантик» № 12, 2018)

Ответ в задачах 1–6: в каждом круге закрашена ровно половина площади.

Если соединить по циклу точки на границе, круг разобьётся на 12 «шапочек» и правильный 12-угольник. В каждой из задач 1–6 ровно половина шапочек закрашены. Поэтому везде можно доказывать, что закрашена половина площади правильного 12-угольника.

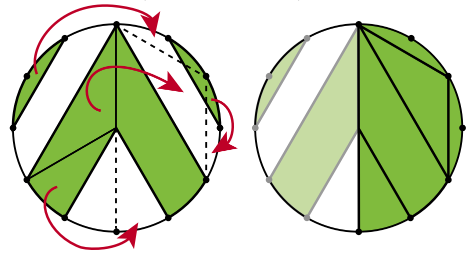
Вот указания и решения к задачам 1–6:

1. Каждой жёлтой части соответствует своя белая часть той же площади.

2. Чему равна площадь каждого из закрашенных секторов?

3. Переложите две голубые «шапки», чтобы из треугольника получилась половина круга.

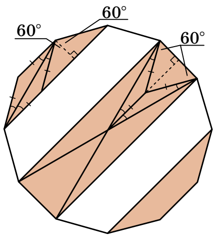
4. Разрежем центральную фигуру на 3 части – теперь из зелёных частей можно сложить половину круга (см. рисунок).



5. В предыдущей задаче белая часть имеет площадь 1/2 и состоит из сектора площади 2/12 и двух полосок (которые в нашей задаче синие). Значит, площадь синей полоски составляет $(1/2-2/12)/2=1/6$ площади круга.

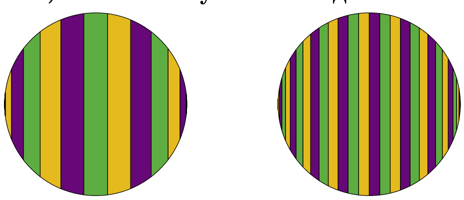
6. Будем называть *стандартным* равнобедренный треугольник с углами 30°, 75°, 75°, который получается, если соединить сторону правильного 12-угольника с его центром. Надо доказать, что в правильном 12-угольнике оранжевым цветом закрашена площадь, равная шести стандартным треугольникам.

Центральный прямоугольник разбивается диагоналями на 4 треугольника: два стандартных и ещё два такой же площади. Каждую же из оранжевых трапеций можно разрезать на 4 части, из которых можно сложить стандартный треугольник.

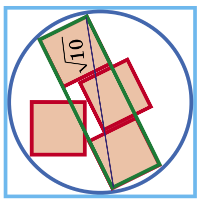


Комментарии. Разобравшись с этим решением, найдите площадь правильного 12-угольника, вписанного в круг радиуса 1 (решение см. в статье «Знакомьтесь: двенадцатиугольник» «Квантик» № 7, 2014 г.).

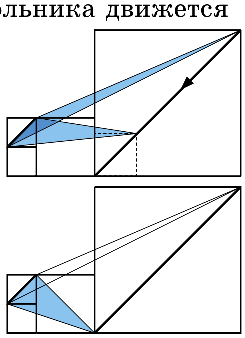
Арсений Акопян сильно обобщил утверждение задачи 6: если отметить на окружности $2nk$ точек через равные расстояния и покрасить получающиеся полоски по очереди в k разных цветов (см. рис.), то каждым цветом будет закрашена ровно $1/k$ часть площади. Может быть, читатели сумеют это доказать?



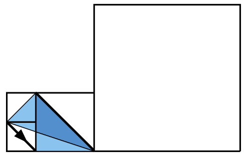
7. Пусть сторона маленького квадрата 1. Тогда в круг вписан прямоугольник 1×3. Сторона большого квадрата равна диаметру круга, то есть диагонали этого прямоугольника, а именно $\sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$. Значит, закрашено $4/10 = 2/5$ площади большого квадрата.



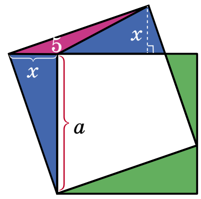
8. При изменении размеров большого квадрата вершина синего треугольника движется по прямой, параллельной диагонали маленького квадрата, то есть противоположной стороне синего треугольника. При таких «перекашиваниях» площадь треугольника не меняется (ведь остаётся неизменной и сторона, и длина опущенной на неё высоты).



Передвинем сначала правую вершину синего треугольника, а потом левую. Получаем, что искомая площадь равна половине площади среднего квадрата, то есть 10.



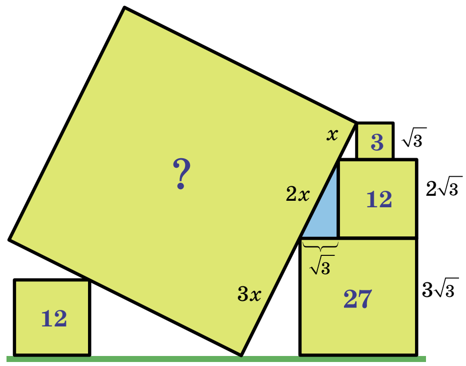
9. Пусть сторона меньшего квадрата равна a, второй катет левого синего треугольника равен x. По теореме Пифагора, площадь большего квадрата равна тогда a^2+x^2.



Высота второго синего треугольника тоже равна x (почему, кстати?). Другими словами, у красного треугольника и основание, и высота равны x, откуда $x^2/2 = 5$, $x^2 = 10$.

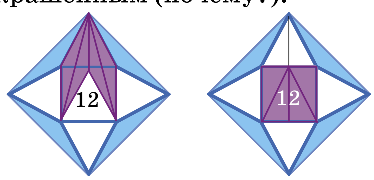
Итак, площади двух квадратов отличаются на 10. То есть (синяя площадь) + 5 + (белая площадь) = (зелёная площадь) + (белая площадь) + +10. Тогда синяя площадь больше зелёной на 5.

10. Стороны квадратов справа равны $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$. Катеты синего треугольника равны тогда $\sqrt{3}$ и $2\sqrt{3}$, откуда гипотенуза равна $\sqrt{15}$. Она составляет 1/3 стороны большого квадрата (почему, кстати?). Поэтому сторона большого квадрата равна $3\sqrt{15}$, а площадь – 135.

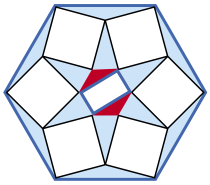


Комментарий. Решение никак не использует левый квадрат площади 12. Докажите, что на продолжении его левой стороны лежит левая вершина большого квадрата.

11. Ответ: 12. Построим на стороне квадрата равносторонний треугольник в другую сторону. Заметим, что возникают треугольники, равные закрашенным (почему?).



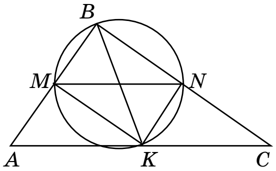
12. Ответ: 2/3. *Указание.* Вспомните задачу 11 и докажите, что площадь каждого голубого треугольника на рисунке справа равна четверти площади белого квадрата. Проведите в центральном прямоугольнике диагонали и убедитесь, что возникающие треугольники равновелики красным треугольникам.



XL ТУРНИР ГОРОДОВ, ОСЕННИЙ ТУР, 8–9 КЛАССЫ («Квантик» № 12, 2018)

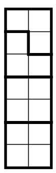
Базовый вариант

1. Пусть M лежит на AB, а N – на BC, и пусть K – середина AC. Тогда $BK = 1/2\ AC$ (медиана равна половине гипотенузы). Так как угол B прямой, то MN – диаметр данной окружности. Поскольку $BK = 1/2\ AC = MN$, то BK – тоже диаметр. Значит, углы BMK и BNK прямые (опираются на диаметр). Тогда KM и KN – средние линии треугольника ABC.



2. Ответ: все $n > 1$. Ясно, что $1+2$ – не квадрат. Пусть $n > 1$. Разобьём числа на четвёрки подряд идущих, и, если надо, шестёрку первых чисел. Из каждой четвёрки a, $a+1$, $a+2$, $a+3$ образуем $(a+(a+3))((a+1)+(a+2)) = (2a+3)^2$, из шестёрки – $(1+5)(2+4)(3+6) = 18^2$.

3. а) Ответ: могло. Пусть в прямоугольнике 7 строк и 14 столбцов. Разобьём его на полоски из двух столбцов, а каждую из полосок – как на рисунке справа.



б) Ответ: не могло. Выставляя фигурки, будем следить за чётностью количества покрытых клеток в каждом столбце. Квадраты не меняют эту чётность, а уголок меняет чётность только одного столбца. Сначала все столбцы были чётными, а должны стать нечётными. Значит, потребуется хотя бы 14 уголков. Тогда квадратов не больше $(7\cdot14-3\cdot14):4 = 14$.

4. Ответ: может. **Первый способ.** Обозначим монеты буквами a, b, c, d, e. Настя попросит провести взвешивания: $a?b$, $c?d$, $ab?cd$. С точностью до симметрии возможны четыре исхода:

1) $a>b$, $c>d$, $ab>cd \Rightarrow a$ – тяжёлая, d – лёгкая;
2) $a=b$, $c>d$, $ab=cd \Rightarrow c$ – тяжёлая, d – лёгкая;
3) $a=b$, $c>d$, $ab>cd \Rightarrow e$ – тяжёлая, d – лёгкая;
4) $a=b$, $c>d$, $ab<cd \Rightarrow c$ – тяжёлая, e – лёгкая.

Второй способ. Настя отдаст эксперту четыре монеты и попросит взвесить все три разбиения их на пары. Пусть каждая из этих монет получит метку – сколько раз она была на перевесившей чаше. Для каждого вида оставшейся монеты запишем набор меток: настоящая – 2110, лёгкая – 3111, тяжёлая – 2220. Видно, что все эти случаи различаются, и в каждом из них определяется вид обеих фальшивых монет.

5. Всякое девятизначное число M равно $10^6A + 10^3B + C = 999\cdot(1001A + B) + (A + B + C)$, где A, B, C – числа, образованные тремя первыми, тремя следующими и тремя последними цифрами числа M. Разобьём цифры от 1 до 9 на три тройки с суммой 15 в каждой. Если мы на первые места в числах A, B, C поставим три цифры из одной тройки, на вторые – из другой, на третьи – из оставшейся, сумма $A+B+C$ будет равна $15\cdot111 = 45\cdot37$. Так как и 999 делится на 37, то красивое число M при такой расстановке цифр будет кратно 37. Поскольку три цифры по трём местам можно расставить шестью способами и назначить три тройки на первые, вторые и третьи места тоже можно шестью способами, всего мы получим $6\cdot6\cdot6\cdot6 = 1296$ красивых чисел, кратных 37.

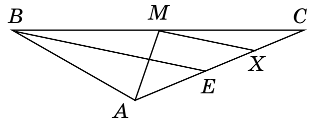
Осталось указать три тройки цифр с равными суммами. Например, это строки магического квадрата на рисунке справа. Столбцы этого квадрата дают ещё 1296 красивых чисел, кратных 37.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Замечание. Всего 89712 красивых чисел кратны 37; из них 34416 кратны 111.

Сложный вариант

1. Пусть X – середина отрезка EC. Тогда $MX = BE/2 \geqslant MA$. Если $MX \geqslant MC$, отрезок AC лежит в круге с центром M и радиусом MX, и X не может лежать на границе круга. Значит, $MC > MX$. Тогда A лежит внутри круга с центром M и диаметром BC, откуда угол A тупой.



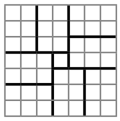
2. Ответ: 1009 подпевал. Назовём рыцарей и лжецов *принципиальными*. Заметим, что подпевала не может увеличить минимум из текущих количеств «Да» и «Нет». Так как этот минимум увеличился от 0 до 1009, причём с каждым ответом он изменялся не более чем на 1, то принципиальных жителей хотя бы 1009.

Пример. Сначала все 1009 подпевал сказали «Нет», а потом 1009 рыцарей сказали «Да».

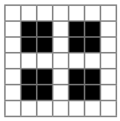
3. Ответ: да. Заметим, что $\underbrace{7\ldots7}_{n} = \frac{10^n-1}{9}\cdot7 =$

$=\frac{7\cdot 10^n-7}{9}$. Число 10 запишем как $(77-7):7$, а 9 – как $7+(7+7):7$. А n возьмём 77 или $7+7$.

4. Ответ: 16 детекторов. *Оценка.* В каждом прямоугольнике 2×3 должно быть хотя бы два детектора. Действительно, прямоугольник состоит из трёх доминошек 1×2, и если корабль целиком лежит в нём, то занимает среднюю доминошку и одну крайнюю. Один детектор в крайней доминошке не определит, есть ли корабль на двух других доминошках, а один детектор в средней доминошке, если сработает, не позволит понять, какую из крайних доминошек занимает корабль. В квадрате 7×7 помещается 8 прямоугольников 2×3 (см. рисунок справа), поэтому всего детекторов не менее 16 .

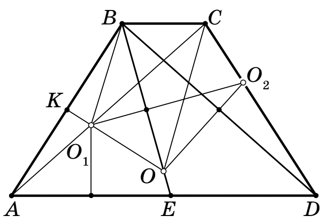


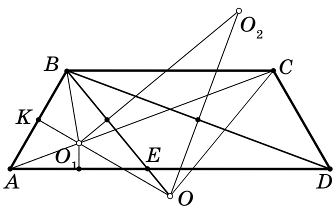
Пример. На рисунке справа чёрным отмечены 16 детекторов. Всякий корабль пересекает ровно один чёрный квадрат 2×2 по одной клетке, по двум соседним или по всем четырём, что однозначно определяет положение корабля или его отсутствие.



5. Нетрудно понять, что AD – большее основание, треугольник AEB остроугольный, точки B, C и O_2 лежат по одну сторону от прямой OO_1. Прямые OO_1, O_1O_2 и OO_2 – серединные перпендикуляры к AB, BE и BD соответственно. Пусть точка K – середина AB (тогда K лежит на прямой OO_1).

Первый способ. Так как $\angle BO_1O_2=\angle BAD=$ $=\angle BOO_2$ (половина центрального угла равна вписанному для треугольников BAE и BAD), то четырёхугольник OO_1BO_2 вписанный. Так как $\angle KO_1B=\angle AEB=\angle CBE=\angle CBO=\angle BCO$, то четырёхугольник OO_1BC вписанный. Поэтому O, O_1, B, C, O_2 лежат на одной окружности.





Второй способ. Заметим, что $\angle EAO_1=90°-$ $-\angle ABE=\angle KOB=\angle ADB=\angle CAD$. Значит, точка O_1 лежит на прямой AC. Поэтому $\angle OCO_1=$ $=\angle EBD=90°-\angle BOO_2=\angle OO_2O_1$. Следовательно, точки O, O_1, C, O_2 лежат на одной окружности.

Замечание. Аналогично можно показать, что точка O_2 лежит на луче (но не обязательно на отрезке) DC; точки A, E, O, O_1 лежат на одной окружности и точки D, E, O, O_2 тоже.

6. а) Заметим, что $k^3-(k+3)^3+(3k+5)^2=3k-2$.

б) Вычтем из числа, которое нужно представить, такой куб (0, 1 или –1), чтобы результат имел вид $3k-2$, и применим пункт а).

7. а) Приведём возможную стратегию Пети. Сначала Петя выберет любой город A. Поскольку в государстве нет циклов (циклических маршрутов без повторяющихся дорог), от каждого города существует ровно один путь (без повторяющихся дорог) в A. Все дороги на этом пути Петя ориентирует в сторону A.

Первым ходом Петя ставит туриста в любой город, соседний с A, и перемещает в A. Теперь все пути по стрелкам ведут к туристу. Вася разворачивает одну дорогу, турист идёт по ней, и снова все пути ведут к туристу, и т. д. – у Пети всегда есть ход, так что он не проиграет.

б) Докажем индукцией по числу городов, что Вася может обеспечить себе победу для любой изначальной расстановки направлений (даже если перед первым ходом Васи все дороги ведут из города, где сейчас турист).

База – цикл без повторяющихся дорог и городов. Пусть в таком цикле $A_1A_2...A_n$ как-то расставлены стрелки на дорогах, и турист смог пойти из A_1 в A_2. Вася будет разворачивать стрелки перед ним. Турист будет идти только вперёд и попадёт в тупик, дойдя до A_1 или раньше.

Шаг индукции. Выберем в государстве цикл C с наименьшим числом дорог. Ясно, что в C нет повторяющихся городов и нет дорог между «не соседними» городами в цикле. Если больше городов нет, задача решена. Иначе выберем такой город V вне C, что после удаления V по-прежнему можно будет добраться от любого города до любого. Например, подойдёт город с наибольшим расстоянием до C (расстояние – это наименьшее число дорог, которое надо пройти, чтобы попасть в C). Обозначим государство без города V буквой G.

По предположению индукции, в G есть выигрышная стратегия для Васи при любой ориентации дорог. Внутри G Вася будет следовать ей. Тогда Петя либо проиграет, либо в какой-то момент переместит туриста в V по какой-то дороге. Вася «развернёт» эту дорогу, уменьшив число дорог, ведущих из G в V. Турист выйдет из V и снова окажется в G. У Васи опять есть выигрышная стратегия в G, и он ей следует, пока турист вновь не попадёт в V, и т.д. Когда-нибудь дороги, ведущие из G в V, закончатся, и Петя проиграет в G, если не проиграл до этого.

ПИРАТЫ И ПРОПАВШАЯ ЛОДКА
(«Квантик» № 12, 2018)

Пусть скала находится в точке A, пальма – в точке C. Оказывается, любое начальное положение лодки приведёт к кладу – одной и той же вершине квадрата с диагональю AC. Докажите это, проверив, что сдвиг лодки как параллельно AC, так и перпендикулярно AC не изменит итоговой точки. Решение см. в ответах к статье А. Кючукова «Неудачи одной цивилизации» в «Квантике» № 11 за 2013 год.

КРИСТАЛЛЫ

1. Ионы кислорода красные. В такой решётке синих шариков в 1,5 раза меньше, чем красных. Да и палочек из синих шариков торчит по 6 штук, а из красных – по 4 (каждая связь в этом кристалле «работает» дважды).

2. Алмаз – одно из самых твёрдых известных веществ. Это благодаря тому, что атомы в кристаллической решётке «растопыривают» свои палочки-связи почти симметрично во все стороны. В кристалле графита атомы образуют относительно прочную похожую на пчелиные соты структуру в каждой из горизонтальных (на рисунке) плоскостей, а между плоскостями и расстояние почти в 3 раза больше, чем между соседними атомами в шестиугольниках, и связи слабенькие. Поэтому при нагрузке, даже небольшой – например, когда мы проводим карандашом по бумаге, – связи между плоскостями легко разрушаются, и графит «отламывается» целыми слоями – остаётся на бумаге.

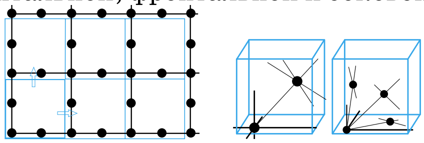
3. «Бегают» подвижные заряженные частицы, плавающие в воде. Обычно это растворённые в ней соли: в воде кристалл соли разваливается на куски – отдельные ионы, не спешащие возвращать друг другу отобранные электроны. Чем больше солей – тем лучше вода проводит ток. А через очень чистую воду ток не идёт.

4. При обжиге из глины испаряется вся вода, которая обеспечивала подвижность глины; идут химические реакции: глина состоит из разных компонентов, и часть из них – органические добавки – сгорает, другая часть «перестраивается». Так что глина до обжига и керамика, получившаяся после, – два разных вещества.

5. В квадратной реброцентрированной решётке на плоскости 3 атома в элементарной ячейке: при сдвигах синего квадратика вверх-вниз и вправо-влево из одного получатся все «узловые» атомы, из другого – все центры горизонтальных рёбер, из третьего – центры вертикальных.

В элементарной ячейке железа (объёмноцентрированная решётка) два атома: один – из тех, что стоят в узле чёрной решётки, и один – в центре клетки чёрной решётки. Остальные узлы и центры клеток получатся сдвигом элементарной ячейки.

В ячейке золота (гранецентрированная решётка) 4 атома: «узловой» и 3 центра граней – горизонтальной, фронтальной и боковой.



6. Длина спички равна 4 см. Значит, модель будет больше оригинала в $\frac{4\text{ см}}{3\text{Å}} = \frac{4}{3} \cdot 10^8 = \frac{4}{3} \cdot 100000000$ раз. Моделью кусочка размером в 1 мм будет спичечный куб с длиной стороны $\frac{4}{3} \cdot 10^8$ мм $= \frac{4}{3} \cdot 10^5$ м ≈ 130 км, это поперечный размер небольшой европейской страны. А 130 км в высоту – это уже за границей атмосферы! Вряд ли кто справится с такой задачей...

7. Одна элементарная ячейка второго кристалла занимает объём, как 8 элементарных ячеек первого: ведь и длина, и ширина, и высота её в 2 раза больше. В элементарной ячейке второго кристалла помещается 4 атома, потому что она – гранецентрированная. А в таком же объёме первого кристалла, в 8 его элементарных ячейках, помещается 8 атомов. Значит, одинаковые по объёму куски обоих кристаллов отличаются по массе в 2 раза, первый – тяжелее.

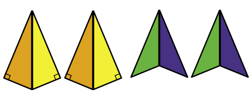
Правда, мы не учли «краевые эффекты»: крайний слой атомов не попадает в «подсчитанные» элементарные ячейки. Но даже очень маленький кусочек кристалла содержит миллионы миллионов элементарных ячеек. Число атомов «вдоль границы» по сравнению с этим громадным числом пренебрежимо мало.

КАК ГОВОРИТЬ С ЦАРЯМИ

Влазины – это новоселье. *Мышеедство* – это вред, причиняемый мышами.

УПРЯМОУГОЛЬНИК-8

Подсказка к вопросу 1: собирайте прямоугольник из фигурок на рисунке справа. Решение см. в следующем номере.



НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач V тура, с которыми справитесь, не позднее 1 февраля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: v.ht/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

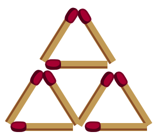
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

V ТУР

21. Из спичек сложен равносторонний треугольник со стороной 2 (см. рисунок). Два игрока по очереди убирают по одной спичке. Проигрывает игрок, после хода которого не останется ни одного треугольника, составленного из трёх спичек. Кто может обеспечить себе победу – начинающий или его противник – и как ему играть?



22. Придумайте какое-нибудь число, квадрат которого состоит только из цифр 1, 2, 3 и все эти цифры присутствуют.

Авторы: Сергей Костин (21, 23), Михаил Энгельгардт (22),
Лев Емельянов (24), Павел Кожевников (25)

23. Сад в форме квадрата 6×6 окружён невысоким забором. Садовник хочет посадить в саду яблони (не более одной в каждой клетке квадрата) так, чтобы ни одна яблоня не была в тени. Яблоня находится в тени, если с четырёх сторон от неё (в четырёх соседних по стороне клетках сада) растёт по яблоне. Какое наибольшее число яблонь может посадить садовник? Приведите пример и докажите, что больше яблонь посадить нельзя.

24. Петя и Вася купили по конструктору «Собери тетраэдр». В конструкторе 4 треугольника – будущие грани тетраэдра. По дороге Петя потерял один треугольник. Заметив это дома, он побежал с остатками своего конструктора к Васе. Сравнивая детали, они обнаружили, что среди четырёх Васиных треугольников есть три таких же, как у Пети. «Отлично, теперь я знаю, какой треугольник я потерял!» – воскликнул Петя. «Вот только почему цены конструкторов отличаются?» – задумался он. А могло ли быть так, что у ребят конструкторы отличались одним треугольником, но из каждого можно было собрать свой тетраэдр?

25. Найдутся ли 100 различных натуральных чисел, никакие два из которых не имеют общих множителей, больших 1, но среднее арифметическое любых нескольких из них – целое?

Художник Николай Крутиков

ИГРУШКИ НА ЁЛКУ: ЗАГАДКИ

Квантик, вырезая из бумаги снежинки на новогоднюю ёлку, придумал задачу: нарисовать многоугольник, у которого каждая сторона лежит на одной прямой ровно с одной другой стороной. «Интересно, – размышлял он дальше, – а может ли каждая сторона лежать на одной прямой ровно с двумя другими сторонами? А ровно с 10 другими?»

Тут он вспомнил про объёмные игрушки: «А существует ли многогранник, у которого каждая грань лежит в одной плоскости ещё ровно с одной другой гранью? Бывает ли, что каждая грань лежит в одной плоскости ровно с двумя другими гранями или даже ровно с 10 другими?»

Помогите Квантику ответить на эти вопросы. В поисках примеров можете рассматривать не только «обычные» фигуры, но также многоугольники и многогранники с дырками.

Автор Георгий Челноков   Художник Анна Горлач

ISSN 2227-7986
9 772227 798190 19001