Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru
№ 2 | февраль 2020

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 2
февраль 2020

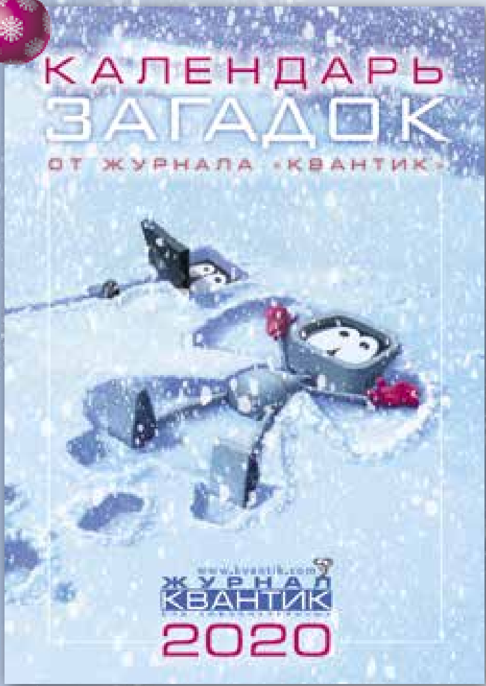
ИМЯ ЗВЕРЯ

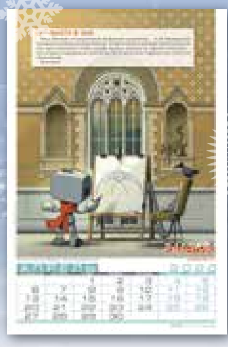
ПЛОЩАДИ И ПЕРЕКАШИВАНИЯ

ВОДА, ЧАЙНИКИ И НЕМНОГО ФИЗИКИ

Enter

По традиции к Новому году мы выпустили календарь
с интересными задачами-картинками из журнала «Квантик»





НАСТЕННЫЙ ПЕРЕКИДНОЙ КАЛЕНДАРЬ «КВАНТИКА» – ХОРОШИЙ ПОДАРОК ДРУЗЬЯМ, БЛИЗКИМ И КОЛЛЕГАМ!

Приобрести календарь можно в интернет-магазинах **kvantik.ru, biblio.mccme.ru**
и других магазинах – подробнее по ссылке **kvantik.com/buy**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 2, февраль 2020 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, Г. А. Мерзон, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
▪ Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка
на сайте агентства «Роспечать» **press.rosp.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 10.01.2020
Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495) 363-48-84
http://capitalpress.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

ЕАС

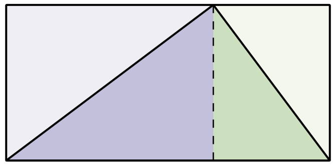
СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

Григорий Мерзон

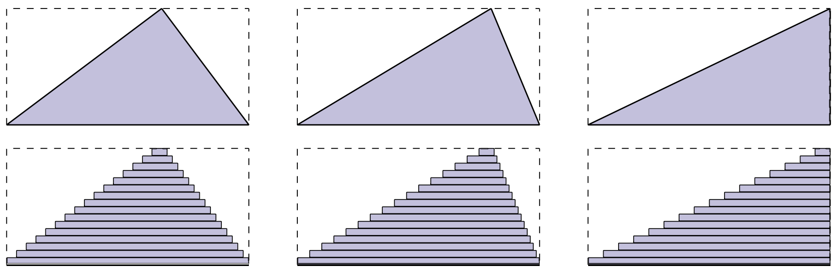
ПЛОЩАДИ И ПЕРЕКАШИВАНИЯ

Наверное, большинство читателей слышали, что площадь треугольника равна половине произведения его основания на проведённую к ней высоту. А задумывались ли вы о том, почему это верно?



В этом нетрудно разобраться, если нарисовать картинку. Произведение основания на высоту – это площадь «коробки», в которую можно убрать наш треугольник. А после того как высота проведена, видно, что треугольник занимает ровно половину коробки: половину левой части и половину правой.[1]

В рассуждении выше мы связали произвольный треугольник с прямоугольными, разрезав его на части. Но есть и совершенно другой подход, связанный с *перекашиванием* фигур: любой треугольник можно перекосить в прямоугольный треугольник с теми же основанием и высотой.



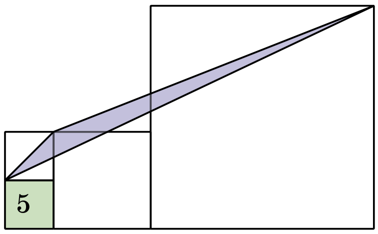
При таких перекашиваниях площади сохраняются. Вот наглядное объяснение. Представьте себе, что треугольник состоит из тонких горизонтальных полосок. При перекашивании эти полоски просто сдвигаются друг относительно друга, поэтому площадь не меняется.

Если вы согласны считать такие неформальные соображения в духе Архимеда убедительными, то мы

[1] Если треугольник тупоугольный, может возникнуть некоторая проблема – подумайте, как её решить (или загляните в статью Е. Бакаева «Площадь треугольника» в «Квантике» № 7 за 2019 год)

получили ещё одно доказательство формулы для площади треугольника. Если же это не кажется убедительным, то можно заметить, что и наоборот, сохранение площади треугольников при перекашиваниях следует из формулы для площади треугольника.

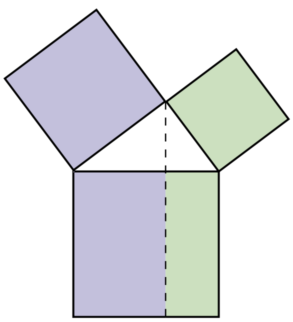
Задача 1. Площадь левого нижнего квадрата равна 5. Найдите площадь фиолетового треугольника. (Может показаться, что данных недостаточно: ведь правый квадрат может иметь разные размеры. Попробуйте понять, почему от его размера ответ не зависит...) [2]



ЛЕММА ЕВКЛИДА

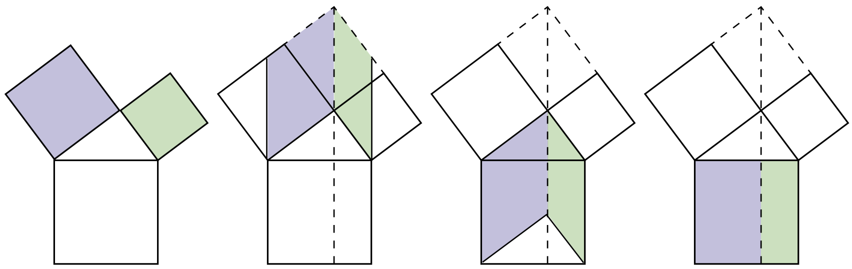
Наверное, самая знаменитая теорема классической геометрии – теорема Пифагора о том, что в прямоугольном треугольнике длины сторон связаны соотношением $a^2+b^2=c^2$.

Её утверждение означает, что построенный на гипотенузе квадрат можно разбить на две части: площади a^2 и площади b^2. Оказывается – и в этом состоит утверждение *леммы Евклида,* – для этого есть замечательно простая конструкция: достаточно провести высоту из вершины прямого угла!



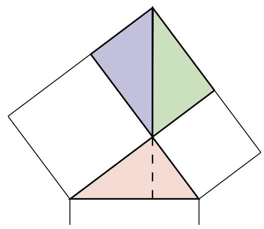
[2] Решение можно найти в «Квантике» № 1 за 2019 год на с. 28.

Эту лемму совсем не сложно доказать, используя перекашивания – см. рисунки ниже.



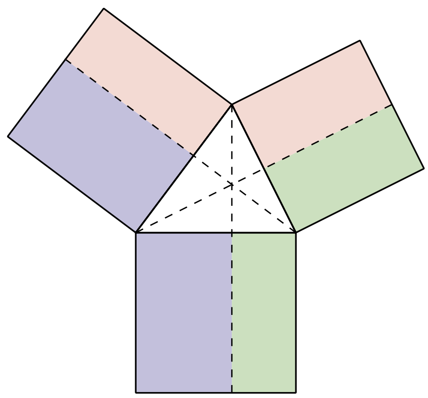
Первое перекашивание состоит в том, что мы делаем одну из сторон вертикальной. Но нужно ещё проверить, что после она становится равной гипотенузе. Можно сделать это следующим образом.

Задача 2. Стороны построенных на катетах квадратов продолжены до пересечения. Докажите, что два возникающих треугольника равны исходному, а их общая гипотенуза является продолжением его высоты.



Утверждение леммы Евклида можно обобщить:

Задача 3. Докажите при помощи перекашиваний, что в остроугольном треугольнике продолжения высот делят построенные на сторонах квадраты на 3 пары равновеликих прямоугольников.



Из последней задачи следует, что для остроугольного треугольника выполнено следующее обобщение теоремы Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2 - 2S$, где S – площадь каждого из двух прямоугольников, не примыкающих к стороне c.

Задача 4. Докажите (пользуясь этим обобщением теоремы Пифагора), что в треугольнике с углом 60° длины сторон связаны соотношением $c^2 = a^2 + b^2 - ab$.

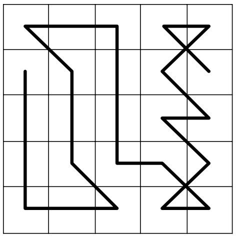
Художник Алексей Вайнер

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

Андрей Саускан,
Игорь Акулич

КОРОЛЬ ЛАТИНСКОГО КВАДРАТА

– Посмотри, – сказал Петя, – какой я придумал удивительный маршрут шахматного короля, обходящий все клетки доски размером 5×5:



– А что здесь удивительного? – спросил Коля. – Я тебе сто штук таких нарисую.

– Сейчас поймёшь. Давай сначала пронумеруем поля доски номерами от 1 до 25 в порядке посещения их королём:

10	11	12	24	23
1	9	13	22	25
2	8	14	20	21
3	7	15	16	19
4	5	6	18	17

А теперь заменим каждое число остатком от деления его на 5.

– Почему именно на 5?

– Потому что размеры доски 5×5. И вот что выходит:

0	1	2	4	3
1	4	3	2	0
2	3	4	0	1
3	2	0	1	4
4	0	1	3	2

Обрати внимание: во всех строках и столбцах находятся пять различных чисел. Я где-то вычитал, что такие квадраты называются *латинскими*. Поэтому мой маршрут короля генерирует латинский квадрат! Разве не удивительно? Но самое главное в другом – я уверен, что это единственно возможный маршрут, генерирующий латинский квадрат (разумеется, если маршруты, получаемые с помощью поворотов и отражений, считать одинаковыми).

– Что-то я сомневаюсь. Думаю, есть и другие маршруты.

Кто прав?

Художник Мария Усеинова

Ольга Кузнецова

ИМЯ ЗВЕРЯ

Пока язык используется, в нём появляются новые слова. Новое слово можно получить из другого языка или сконструировать из готовых «деталей». Часто названия для неизвестных предметов или явлений природы придумываются с помощью уже знакомых. И тогда самые разные понятия оказываются вдруг лингвистическими родственниками.

Привезли из Вест-Индии домашнюю птицу: необычная, но нашего петуха напоминает. Почему бы не назвать её петухом, но только индейским? Словосочетание *индейский петух* довольно быстро сократилось до слова *индюк* (а ещё эта птица называется индейкой, так же как собачка из Болоньи стала болонкой, а кошка из Сиама – сиамкой). Многие знают «торговую» историю с названием морской свинки: слово *морской* раньше использовалось ещё и в значении *заморский*. По той же причине павлина когда-то называли *морским петухом*, но это наименование ушло из языка.

Зато до сих пор существует множество морских обитателей, названия которых родственны названиям сухопутных животных: ежи, котики, коньки, леопарды, слоны, коровы и даже петухи. Биолог скажет, что морской ёж вовсе не близкий родственник лесному, но из-за их внешнего сходства они сблизились в языке. Знаете, какое сухопутное животное лингвистически родственно рыбе, морскому коньку? Гиппопотам. В разных славянских языках он ещё называется *нильским* или *водным конём*. Греческое слово *гиппо-потам* содержит в себе как раз реку и лошадь. А ещё у южных славян есть забавный

вариант названия стрекозы: *божий конь*. Напоминает о божьей коровке, которая, между прочим, у них иногда называется *божья овечка* или даже *божий воло́к* (маленький вол).

У сухопутных животных довольно много морских и летучих родственников. В Средневековье люди представляли себе небо, воду и землю как пространства, в которых должны обитать подобные друг другу создания. Поэтому «симметрия» земных животных с морскими или воздушными имеет очень давнюю историю. Например, морской свиньёй раньше (задолго до появления в России того самого грызуна) называли дельфина. Сейчас существует отдельный вид водного млекопитающего, который по традиции носит это название.

Подумайте, сколько вы знаете лис, быков и собак, которые бегают, плавают или летают?

Конечно, названия новых животных могут быть связаны с их реальным происхождением: например, от лошади и зебры произошёл *зеброид*, а гибрид тигрицы и льва получил название *лигр*. В Древней Руси (часто с оглядкой на другие языки) давали такие же составные названия, желая отметить признаки разных животных в одном: *вепреслон*, *верблюдобарс*. *Верблюдобарсом,* или *камелопардом* (это на греческий манер) звали жирафа: считалось, что зверь имеет внешность верблюда и пятнистую окраску барса – по-древнерусски *пардуса* (из греческого). Отсюда же *лео-пард*: полулев, полубарс.

Какое ещё животное сейчас носит название, связанное с *пардусом*?

«Львиное» происхождение также можно увидеть у иностранного слова *хамелеон* – он оказывается лингвистической роднёй леопарда. И не забудь-

те, что бывают ещё и муравьиный лев, и морской...

В природе у орла обычно появляются орлята, но в лингвистике его «потомками» являются и другие птицы: *орлан* (он же *морской орёл*), *подорлик* (образовано с помощью приставки со значением «подвид»). Куропатка очевидно связана с курицей, причём и биологически, и лингвистически. Крохотная азиатская антилопа называется *оленёк*.

Как вы думаете, какое из следующих животных лингвистически не родственно козе: козерог, козявка (жучок), стрекоза, козослон (древнерус.)?

Немало родственников у медведя, больших и маленьких. *Морским медведем* раньше называли известного нам полярного, а современного *водяного медведя* трудно разглядеть без микроскопа. Отсюда же слово *медведка*: сейчас так называют крупное устрашающее на вид насекомое, за которым ещё закрепилось название *земляной рак*. В древнерусском языке *медведкой* (то есть маленьким медведем) могли назвать бобрёнка, а для насекомого существовало слово *медведóк*.

Названий животных такого типа ещё очень много.

Напоследок посмотрим на 4 пары: вол – буйвол; заяц – морской заяц; волк – койволк; мышь – мормыш. Лингвистические родственные связи в некоторых из них вызывают сомнения. В каких?

Художник Екатерина Ладатко

ЛАЙНУС ПОЛИНГ

Марина Молчанова

Окончание. Начало в «Квантике» № 1

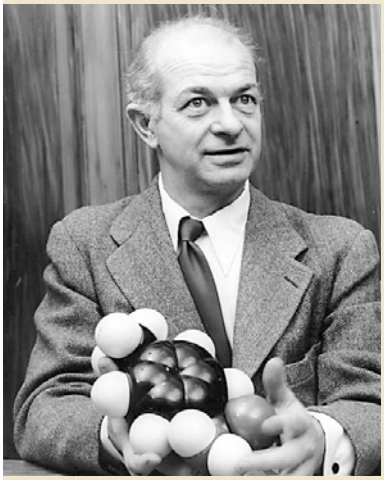
ЗЛОВРЕДНЫЕ ПАУЛИНГИСТЫ

Удивительно, но с именем американца Полинга связана одна из печальных и бесславных страниц в истории нашей отечественной науки.

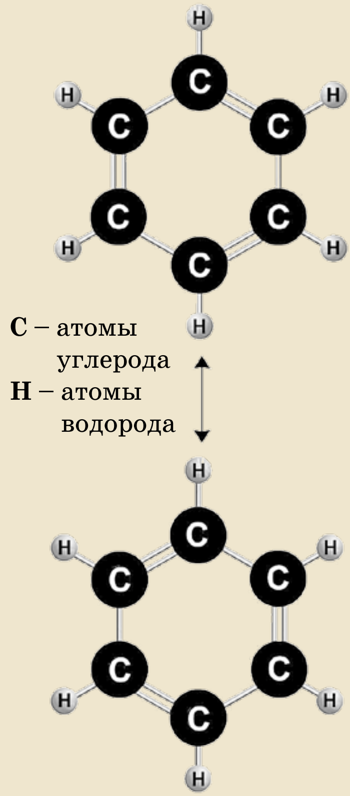
Сейчас это трудно себе представить, но в конце 40-х годов XX века на науку в Советском Союзе очень сильно влияла политика. Советские идеологи по тем или иным причинам объявляли разные научные теории «враждебными» и «буржуазными». И если кто-нибудь достаточно бессовестный или глупый хотел ускорить свою научную карьеру, можно было написать донос на конкурента: мол, такой-то в своих работах следует теории, которая на самом деле является лженаучной и вредной! К тому же теория разработана зарубежными учёными – а это непатриотично! И тогда конкурент запросто мог лишиться работы, а то и свободы.

Всем известен разгром советской генетики, который начался в 1948 году и продолжался многие годы. Но была не столь известная попытка устроить нечто подобное и в химии – и тут внезапно подвернулась переведённая на русский язык книга Полинга.

Дело вот в чём. Среди идей Полинга есть так называемая *теория резонанса*. Её суть можно изложить следующим образом. Есть некоторые химические соединения, структуру которых можно нарисовать по-разному. Например, в молекуле бензола можно двумя способами расставить двойные связи – так, как в верхней части рисунка, и так, как в нижней. В реальности же все связи в бензольном кольце одинаковы, но выразить это «обычными» химическими формулами с одинарными и двойными связями не получится. Зато мы можем нарисовать обе структуры, при этом понимая, что на деле молекула бензола представляет собой не какую-то из них, а нечто промежуточное – каждая связь между атомами в бензольном кольце не одинарная, не двойная, а «полу-



Лайнус Полинг с моделью молекулы. Фото: Oregon State University Libraries



Две возможные структуры бензола

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ОТДЕЛЕНИЕ ХИМИЧЕСКИХ НАУК

СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ ХИМИЧЕСКОГО СТРОЕНИЯ В ОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ

ВСЕСОЮЗНОЕ СОВЕЩАНИЕ
11 - 14 ИЮНЯ 1951г.

*

СТЕНОГРАФИЧЕСКИЙ ОТЧЕТ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
Москва – 1951

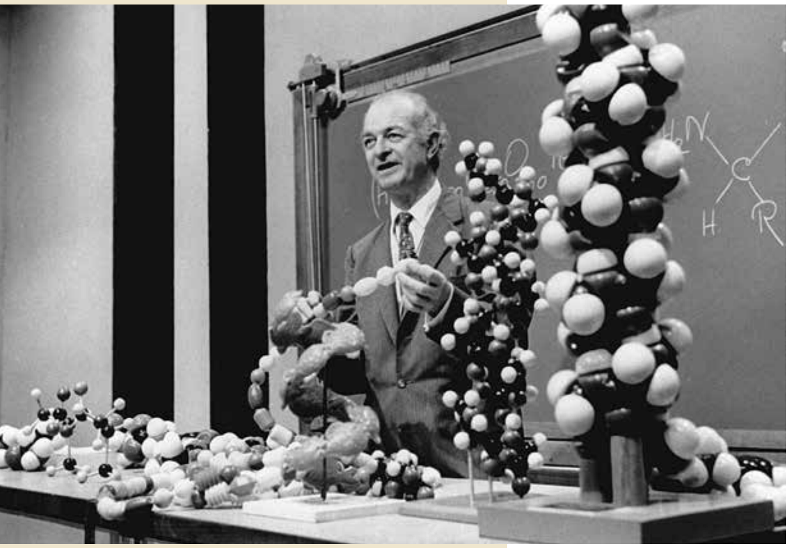
Стенограмма Всесоюзного совещания 1951 года

торная». И в целом ряде других случаев, рисуя возможные структуры для той или иной молекулы, мы понимаем, что реальность отражается чем-то промежуточным между ними. А мы, нарисовав их все, просто получаем удобную модель.

И вот этот несложный, но наглядный подход вызвал гнев советских философов (хотя, казалось бы, какое им дело до химии…). Что это такое – рисование структур, которые в действительности не существуют?! Это же безобразие, наука должна быть про то, что можно увидеть глазами и пощупать руками!

И началось. Как в генетике громили «вейсманистов-морганистов» (то есть последователей зоолога Августа Вейсмана и генетика Томаса Моргана), так в химии решили громить «ингольдистов-паулингистов». Паулинг – так в то время в русскоязычной литературе называли Полинга, а английский химик Ингольд – автор теории мезомерии, которая во многом похожа на теорию резонанса.

Началось всё со статей и докладов, похожих на доносы: мол, некоторые отечественные химики (далее шёл список фамилий) пропагандируют лженаучную теорию резонанса и вообще излишне преклоняются перед зарубежными учёными. А в 1951 году состоялось «Всесоюзное совещание по состоянию теории строения в органической химии», где должен был случиться окончательный разгром «паулингистов».



На лекции.
Фото: Universal History Archive

К счастью, последствия были не столь катастрофическими, как в генетике. Во-первых, советские идеологи не так сильно были заинтересованы в масштабном разгроме. Во-вторых, большинство академиков-химиков повело себя достойно: не имея возможности игнорировать идеологическую кампанию, они сделали всё, чтобы спустить её на тормозах. Были увольнения, но не было ни арестов и тюремных сроков, ни прекращения научных исследований – даже идеи Полинга продолжали использоваться, просто под другим названием и без ссылки на него.

Полинг на демонстрации против ядерных испытаний

В более поздние годы Полинг как раз считался большим другом Советского Союза. Это было связано как с его «левой» политической позицией, так и с его борьбой за мир. И ругань в адрес «ингольдистов-паулингистов», как неудобная страница истории, была почти забыта уже через несколько лет – после смерти Сталина, когда обстановка в науке стала более здоровой. Но беспощадные документы остались, и по ним видно, кто из учёных как себя повёл в это печальное время.

ПРОТИВ БОМБЫ

После первого испытания атомной бомбы и особенно после ядерной бомбардировки Хиросимы и Нагасаки многие учёные были обеспокоены разрушительной силой нового оружия. И Полинг оказался в рядах тех, кто активнее всех говорил о возникших опасностях. Это даже вызвало недовольство американского начальства и многих «ястребов».

Основной темой выступлений Полинга в те времена была проблема ядерных испытаний – за послевоенные годы их были проведены многие сотни. И если вопрос установления «мира во всём мире» так и остался нерешённым, то задача ограничить испытания ядерного оружия оказалась реальной. Так, Полинг поддерживал исследования возможного вреда этих испытаний для здоровья. Естественно, он был далеко не единственным учёным, который выступал против ядерных испытаний, но он был одним из самых активных и убеждённых спорщиков, и его голос играл особую роль, особенно после присуждения ему Нобелевской премии по химии в 1954 году.

Лайнус Полинг и король Швеции Густав VI, церемония вручения Нобелевской премии, Стокгольм, Швеция, 1954 г.

Так что в 1963 году (как раз в те дни, когда вступил в силу первый договор между Советским Союзом и США о частичном запрете испытаний ядерного оружия) вторая Нобелевская премия – Премия мира – была вручена «Лайнусу Карлу Полингу, который с 1946 года вёл неустанную кампанию не только против испытаний ядерного оружия, не только против его распространения, не только против его использования, но и вообще против войны как способа решать международные конфликты».

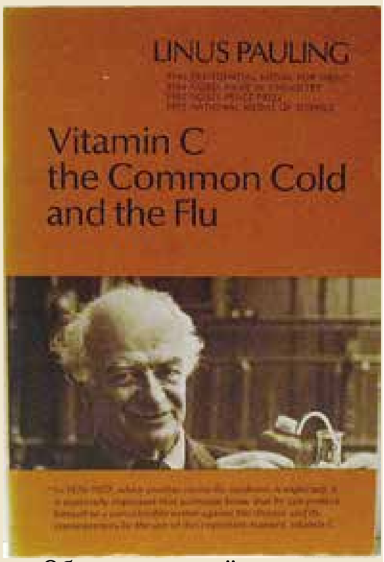
«Вообще-то я начинал с квантовой механики, но где-то по дороге свернул не туда.»
Карикатура Сиднея Харриса, взято из Oregon State University's Special Collections

ГРУЗИТЕ ВИТАМИНЫ БОЧКАМИ

Нередко бывает, что великий учёный, совершив свои основные открытия, пытается затем устроить такой же переворот в другой области науки. Иногда он достигает успеха, но всё-таки чаще в таких случаях речь идёт об очень спорных, а то и просто завиральных идеях. Полинг здесь не был исключением. Его многолетние попытки создать «новую медицину» приобрели некоторую популярность, но в целом не оправдали ожиданий.

В сорокалетнем возрасте Полинг страдал от серьёзной болезни почек. Ему помогла строгая диета, которая сопровождалась приёмом витаминов. Видимо, уже тогда учёный решил, что всё дело в витаминах и что именно они играют главную роль в борьбе с болезнями. К сожалению, здесь он допустил обычную ошибку: «мне помогло, значит, поможет всем».

И через многие годы, отчасти отойдя от «большой химии» в сторону медицины, Полинг сосредоточился именно на витаминах. Его идея состояла в том, что состояние здоровья человека зависит от баланса питательных веществ в организме – и поэтому лечение и профилактика болезней (и физических, и психических) обязательно должны включать в себя приём витаминов, минеральных веществ, других добавок. В принципе, само по себе звучит разумно, но Полинг сильно преувеличивал роль витаминов и пищевых добавок, а главное, их желательные дозировки.



Обложка одной из книг Полинга о витамине С

Огромные дозы витамина С? Несколько граммов в день, в десятки раз больше принятых норм? Отлично! Это (с обычной своей страстью говорил Полинг) поможет вам избежать простуд, сердечно-сосудистых проблем, а заодно и рака. Ну и, понятное дело, поможет выздороветь, если вы всё-таки ухитрились заболеть.

Честно говоря, серьёзных подтверждений здесь нет. Большинство клинических испытаний не показывает заметной связи между приёмом больших доз витамина С и течением тех или иных болезней, хотя шума было много, а исследования ведутся до сих пор. Так что идеи Полинга не оказали существенного влияния на общепринятую медицинскую практику, доказательная медицина их не подтверждает, но поклонники у них есть, как и у всякой альтернативной медицины. И очень жаль, что многие люди, не понимая настоящих достижений Полинга, знают его только как проповедника «мегавитаминной терапии».

Впрочем, сам Полинг, много лет употреблявший витамин С в огромных дозах, прожил 93 года и до глубокой старости чувствовал себя великолепно. А вот его жена Ава, которую он очень любил, умерла в 78 лет от рака желудка после нескольких лет борьбы с болезнью (лечилась она, разумеется, витамином С). Впрочем, Полинг считал, что её, может быть, удалось бы спасти, если бы она начала принимать витамин раньше...

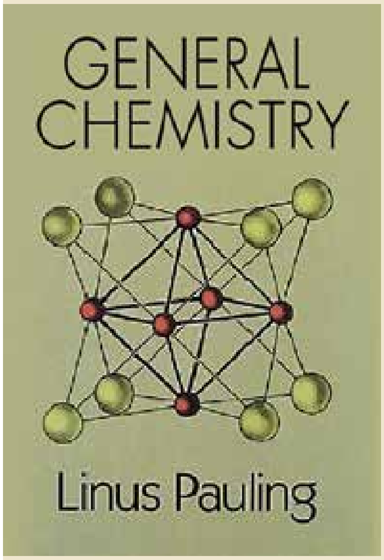
* * *

Даже в этой длинной статье мы упомянули лишь часть научных идей Полинга. Их было очень много. Не все они оказались верными, не все выдержали проверку временем. Но здесь уместна цитата из самого Полинга: «Как получить хорошие идеи? Нужно иметь много идей, а потом просто выбросить неудачные».

И ещё одна хорошая фраза того же автора:

«Удовлетворение собственного любопытства – один из главных источников счастья в жизни».

Ава Полинг.
Фото: Oregon State University Libraries



Обложка книги Полинга «Общая химия»

Выпуск 28 2/3 ПРАВ/ДЫ

Сергей Федин

АЛЕКСАНДР II, ГУМИЛЁВ, МАРКОВ

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

АЛЕКСАНДР II

Один не получивший образования помещик очень хотел, тем не менее, чтобы сын его учился в университете. В то время для поступления нужно было спрашивать разрешения у государя, и помещик взялся писать прошение. Так как он был малограмотный, трудности у него возникли уже в самом начале письма – он не знал, как обратиться к царю.

В конце концов, он вспомнил, что где-то слышал, будто особ такого высокого ранга называют «августейшими». «Это то, что надо!» – обрадовался помещик-недоучка, и, поскольку дело было в сентябре, начал письмо так: «Сентябрейший государь...»

Александр II вдоволь посмеялся над этим посланием и постановил: «Принять сына в университет, чтобы выучился и не был таким же неграмотным, как его отец».

ГУМИЛЁВ

Как известно, Николай Гумилёв был женат на Анне Ахматовой. В конце 1918 года брак знаменитых поэтов Серебряного века распался, но они ещё некоторое время жили вместе. Как раз в этот период к ним как-то постучался курьер, молча положил на стойку при входе два свёртка в красивых упаковках, и так же молча удалился.

Гумилёв и Ахматова подошли к столику. Развернув первый свёрток, они увидели саблю в богато украшенных ножнах, на клинке которой было выгравировано: «Герою Первой мировой войны Николаю Гумилёву».

Во втором свёртке оказалась изящная шкатулка, на которой было крупно написано без пробелов:

НАГРАДАЗАМУЖЕСТВО. В шкатулке лежали дорогие гранатовые чётки.

– Гм, – удивился Гумилёв, – зачем мне гранатовые чётки?

– А почему ты думаешь, что это подарок тебе? – усмехнулась его бывшая супруга.

– На шкатулке же ясно написано: «Награда за мужество».

– Но надпись на шкатулке можно прочитать и по-другому: «Награда – замужество».

– Пожалуй, – улыбнулся Гумилёв и вручил шкатулку бывшей супруге.

МАРКОВ

Эта, ставшая уже легендой, история случилась вскоре после Октябрьской революции 1917 года. На общем собрании Российской Академии наук неожиданно выступил академик-математик Андрей Андреевич Марков (1856–1922) и, в частности, сказал:

– К сожалению, я лишён возможности посещать заседания секции математики Академии из-за отсутствия обуви.

Об этом стало известно Комиссии по улучшению быта учёных (КУБУ), которой руководил сердобольный писатель Максим Горький. Комиссия приняла решение помочь босоногому академику. И вот что из этого вышло. На очередном заседании своей секции Академии наук Марков сообщил:

– Наконец я получил обувь. Однако она не только дурно сшита, но и совершенно не подходит по своим размерам. Таким образом, я по-прежнему лишён возможности правильно посещать заседания Академии.

Художник Капыч

ВОДА, ЧАЙНИКИ И НЕМНОГО ФИЗИКИ

ДВА ЧАЙНИКА

Две мышки набрали в свои чайнички воды, сколько влезло. Кто несёт больше воды? (Чайнички отличаются лишь тем, что второй удлинён сверху; наклонены они одинаково.)

ДВА РАЗНЫХ ЧАЙНИКА

Оба этих причудливых чайника равного объёма до краёв наполнили водой и поставили на электроплиту. Какой чайник закипит раньше?

Два одинаковых чайника

Аня и Боря хотят вскипятить по литру холодной воды в одинаковых чайниках. Боря для ускорения подлил в свой чайник немного горячей воды. Чей чайник быстрее вскипит?

Чайный пакетик

Поднимите за ниточку чайный пакетик и дождитесь, когда он перестанет вращаться. Аккуратно опустите пакетик в кружку с водой и поднимите обратно – он снова начнёт вращаться. Почему?

Художник Евгений Паненко

Константин Кохась

УЖАСНОЕ ЧИСЛО 37

Злобнопотам, пошатываясь под тяжестью стола, который нёс на спине, вошёл в Заброшенный Грот.

– Левее! А теперь чуть правее! Ещё немного впе-е-ерёд! – командовал Коллега Спрудль. – Стоп-стоп! Бульк! Достаточно! Ставь!

Не удержавшись в последний момент, Злобнопотам с грохотом поставил свой груз на пол.

– Вот она, моя рулее-е-е-точка! – пританцовывая, напевал Коллега Спрудль, распаковывая обновку. – За поистине нео-а-аценимую помощь, которую ты оказал мне при установке рулетки, ты получаешь право на одну, бульк! бесплатную игру в моём казино каждый вечер!

– А как играть в рулетку? – спросил Злобнопотам.

– Очень просто! Круг руле-е-етки разбит на 37 секторов, они пронумерованы числами от 1 до 37. Можно взять монету и положить её, бульк, в эту таблицу 6×6 на любое число от 1 до 36. Когда все игроки сделали ставки, вращаем рулетку – и, если выпало твоё число, вручаем все поставленные деньги тебе! Каждый вечер я буду бесплатно давать тебе одну монету для игры в рулетку.

– Это хорошо, – сказал Злобнопотам, – а что я получу, если выпадет не моё число?

– Если выпадет не твоё число, ты получишь глубокое моральное у-у-удовлетворение, поскольку твоя ставка, сделанная моей монетой, достанется другому игроку!

– Не очень-то оно глубокое, – сказал Злобнопотам. – Но среди чисел, на которые можно ставить, я не вижу 37. Что будет, если выпадет 37?

– В этом случае моральное у-у-удовлетворение получишь не только ты, но и я, поскольку казино, то есть я, заберёт все поставленные деньги себе!

– Ты хочешь сказать, что и в этом случае я не получу назад свою монету?

– Не свою, а мою! Бульк! Не получишь!

Злобнопотам выпустил из ушей облако едкого дыма и зарычал.

– Я буду здесь играть по своим правилам! – Своим огромным когтем он процарапал на круге рулетки ноль поверх числа 37. – Если выпадет 0, ты, так и быть, забирай себе все ставки, но если выпадет не 0, то я заберу не только ставки, но и все деньги из кассы!!

* * *

Дятел Спятел, Огрыза и Бусенька убирались на кухне, где жил Кузька. Фантики были повсюду: за холодильником, на полке позади банок с вареньем, в шкафу с кастрюлями и даже в мойке, точнее говоря, под мойкой между фановой трубой и стенкой.

– Ты, Кузька, Плюшкин. Зачем тебе столько фантиков? – проворчала Огрыза.

– Во-первых, они вкусно пахнут, а во-вторых, я на них пишу и рисую.

– Что пишешь? – спросила Бусенька.

– Всякие интересные мысли! и числа!

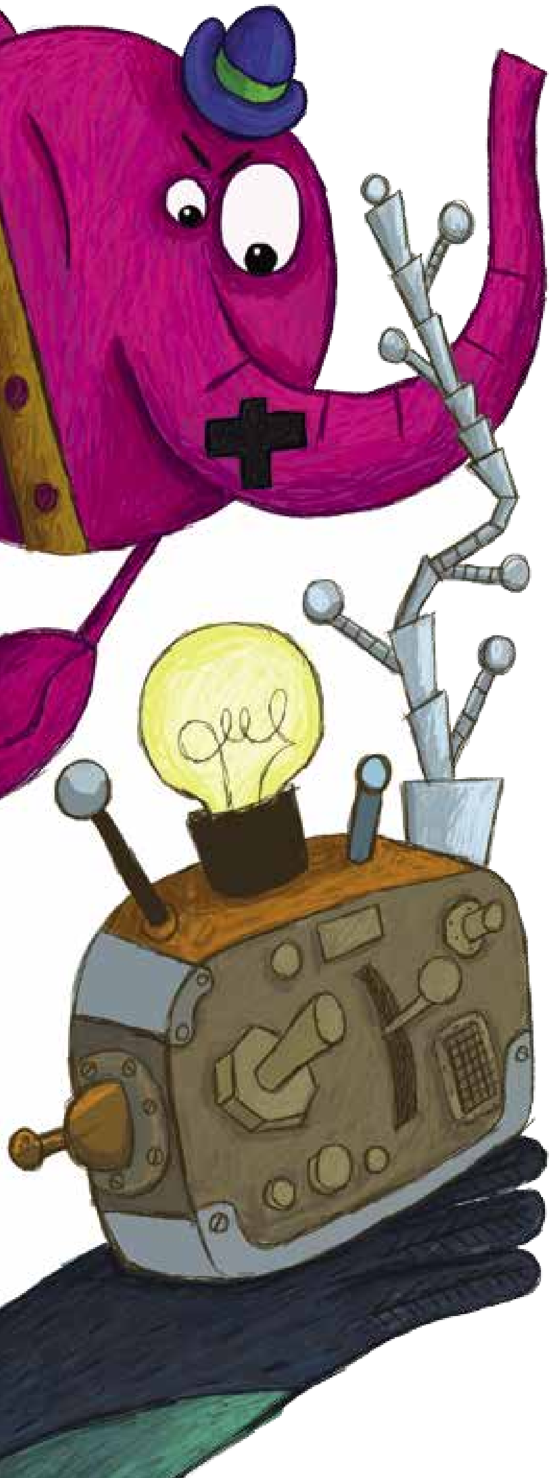
– Да на таких маленьких фантиках ни одного интересного числа записать нельзя – больше трёх цифр не влезет.

– Можно писать число на нескольких фантиках. Вот, например, на этих двух фантиках записано очень интересное число – 999 999.

– Чем же оно интересно? Одни девятки, скукотища! – прокомментировал дятел Спятел.

– Очень даже интересное! Например, оно делится на 37!

– Правда? – воскликнул дятел Спятел. – Хм, действительно, интересно! Вы не поверите, но на днях ко мне заходил коллега Спрудль. Так вот, он ненавидит число 37! Из-за этого числа у него случилось затруднение со Злобнопотамом. Тот каждый вечер вламывается к нему в казино, запускает рулетку, и если выпадает не 0 (а за две недели 0 не выпал ещё ни разу), Злобнопотам уносит все деньги. Посетители валом валят посмотреть на это шоу. Коллега Спрудль спрашивал у меня совета, как ему выкрутиться из этой щекотливой ситуации.



– И что ты ему посоветовал? – спросила Бусенька, – намагнитить рулетку?

– Так просто от Злобнопотама не отделаешься. Он чувствует, когда его обманывают. Нужен тонкий и неожиданный ход. Я сказал, что подумаю.

– Так ли уж нам нужно мирить Коллегу Спрудля со Злобнопотамом? – усомнилась Огрыза. – Да и казино в Заброшенном гроте нам совсем не требуется...

– Я знаю один хитрющий ход, – уверенно сказала Бусенька, – это... фантики! Коллега Спрудль обожает всякие технические новинки и гаджеты. Мы изготовим для него... Фантикоскоп!

* * *

– Вот наш замечательный фантикоскоп! – гордо сказал дятел Спятел Коллеге Спрудлю. – Назначение этого прибора – повысить детерминированность вероятностных процессов за счёт радикального уменьшения дисперсии. Говоря попросту, фантикоскоп существенно улучшает качество игры в рулетку! А говоря ещё проще, фантикоскоп – это электронная рулетка!

– Выглядит впе-е-ечатляюще, – похвалил Коллега Спрудль, разглядывая блестящий корпус, многочисленные светодиоды и тумблеры. – А как это работает?

– Вот стандартная таблица 6×6, на которой игроки делают ставки. Обратите внимание, в каждой клетке таблицы находится фантик с фирменным логотипом вашего казино, на нём напечатан номер клетки, – от 001 до 036. Прошу вас, сделайте какие-нибудь ставки. Коллега Спрудль подумал и поставил на 006, 016, 026 и 036.

– Хорошо. Теперь мы собираем фантики с тех клеток, где сделаны ставки, и кладём их в левый отсек фантикоскопа. А в правый отсек для нелинейности процесса вы можете добавить ещё несколько фантиков вот из этой кучи. Чтобы не снижать быстродействие, мы оставили здесь только самые простые фантики – с числами 112, 223, 334, ..., 889.

Коллега Спрудль, не глядя, взял несколько фантиков из кучи и сунул их в правый отсек.

– Можно запускать! – объявил дятел Спятел, приглашая Коллегу Спрудля нажать на красную кнопку.

Коллега Спрудль нажал кнопку. Фантикоскоп замигал лампочками и зашуршал.

– Происходит перемешивание фантиков в отсеках, – стал объяснять дятел Спятел.

– Как красиво они перемешиваются, – заметил Коллега Спрудль.

– Да, завораживающее зрелище, – согласился дятел Спятел. – А теперь включился сканер. Сейчас все фантики будут отсканированы, и... – Раздался гудок. – Есть! Фантикоскоп отсканировал все фантики и перемножил прочитанные на них числа. Получилось огромное число N. Теперь фантикоскоп готов приступать к вычислительной рандомизации. Для её запуска требуется нажать вот эти две кнопки с цифрами 2 и 3. Каждую кнопку нужно нажать два раза. Порядок, в котором вы нажимаете кнопки, вносит дополнительную неопределённость в процесс вычисления. Нажимайте!

Коллега Спрудль с любопытством нажал кнопки: 2, 3, 3, 2. Фантикоскоп снова зажужжал.

– Сейчас фантикоскоп производит вычисления в соответствии с порядком нажатия кнопок. Сначала вы нажали кнопку 2. Это значит, что фантикоскоп возведёт число N в квадрат! Далее, он как бы распечатает это совсем огромное число на фантиках – справа налево, на каждом фантике по 3 цифры. Для экономии фантиков все эти действия выполняются в электронной памяти фантикоскопа. Потом фантикоскоп пе-ре-ме-ша-ет полученные фантики в произвольном порядке, и у него получится другое, тоже совсем огромное число K. Но это был только первый шаг! Следующая нажатая вами кнопка 3 говорит, что на следующем шаге фантикоскоп возведёт число K в куб, после чего опять мысленно распечатает полученное суперогромное число и снова перемешает фантики! Но и это не всё! На следующем шаге он возведёт в куб, перемешает, а на последнем шаге снова возведёт в квадрат!!

Фантикоскоп притих и зажёг зелёный индикатор.

– Вычисления закончены. Теперь фантикоскоп мысленно распечатывает результат на фантиках, складывает получившиеся на фантиках трёхзначные числа, прибавляет для надёжности 73 и... Вы ещё помните, зачем всё это было нужно? Мы с помощью электроники моделируем работу рулетки! Нашу электронную рулетку не намагнитишь и не перекосишь, она никогда не обманет!

– Ну и какой же резу-у-ультат показала наша электронная рулетка?

– Мы остановились на том, что фантикоскоп вычислил сумму чисел, – это и есть результат! Но эта сумма, как правило, довольно большая, поэтому завершающая операция – это вычисление остатка найденной суммы при делении на 37. Сейчас мы нажмём на кнопочку, и результат на экране!

На экране зажглось число 0.

– Это по-о-атрясающе, – сказал Коллега Спрудль. – Бульк! Покупаю!

* * *

– Кузька, мы совсем недавно делали здесь уборку, а у тебя опять полно фантиков! – строго сказала Огрыза.

– Где-то я видела такие фантики... – стала вспоминать Бусенька.

– Это фантики из казино Коллеги Спрудля. Когда оно закрылось, я перетащил их сюда, – объяснил Кузька.

– Уже закрылось? – спросила Бусенька. – Надеюсь, обошлось без жертв?

– Коллега Спрудль, чтобы отогнать Злобнопотама, установил вместо рулетки фантикоскоп. Каждый раз, когда Злобнопотам делал ставки, выпадал 0. Злобнопотам приходил целую неделю подряд и всё время проигрывал. Наконец, ему это надоело. Но проблема в том, что и без Злобнопотама на фантикоскопе всё время выпадал 0. Так что другим посетителям это надоело ещё раньше.

– Да здравствует тысячеричная система счисления! – сказала Бусенька.

– Какая система? – не понял Кузька.

– Тысячеричная. В твоей любимой шестеричной системе счисления используется 6 цифр, – годятся цифры от 0 до 5. В десятичной системе счисления 10 цифр. А в тысячеричной системе требуется 1000 цифр!

– Где же столько взять?

– На фантиках! Каждый фантик, на котором записано число от 0 до 999, мы можем считать цифрой в тысячеричной системе счисления! Помнишь признак делимости на 9?

– У меня голова кружится, – сказал Кузька. – Фантики, тысячеричная система... Сейчас я ничего не помню!

– Каждое натуральное число при делении на 9 даёт такой же остаток, как и его сумма цифр, – подсказала Огрыза.

– А, ну это все знают, – согласился Кузька.

– Это значит, что если в десятичной записи числа произвольно переставить цифры, то остаток от деления на 9 не изменится!

– Ээээ... – сказал Кузька, – ну да, – и зевнул.

– Так вот, в тысячеричной системе счисления выполнен совершенно аналогичный признак делимости на 37! Поэтому если число записано на фантиках и мы произвольно переставляем фантики, то есть тысячеричные цифры, то остаток числа при делении на 37 не меняется!

– Ничего себе, – сказал Кузька и, прислонившись к ножке табуретки, уснул.

– Вот, значит, в чём хитрость вашего фантикоскопа, – прошептала Огрыза.

– По результатам ставок фантикоскоп генерирует число x, которое заведомо не делится на 37 и, так как все промежуточные действия не влияют на остатки при делении на 37, можно считать, что фантикоскоп возводит число x – хи-хи, ха-ха, 2, 3, 3, 2 – в 36-ю степень!

– Ну а $x^{36}+73$ в этом случае, конечно же, делится на 37! – сообразила Огрыза. – Только, боюсь, читатель нас не поймёт.

– Поймёт, поймёт. Он же не Кузька!

Художник Инга Коржнева

XLI ТУРНИР имени М.В.ЛОМОНОСОВА

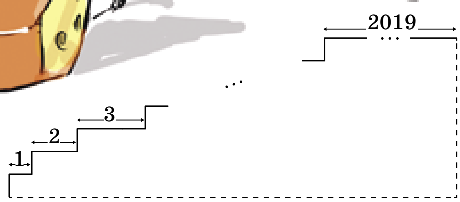
В сентябре 2019 года прошёл очередной Турнир Ломоносова – ежегодная олимпиада с заданиями на очень разные темы, от математики и физики до истории и лингвистики. Можно было поучаствовать сразу в нескольких конкурсах, распределив время. Приводим некоторые задачи этого турнира.

Математика

1. (6–7) Четыре мышонка: Белый, Серый, Толстый и Тонкий делили головку сыра. Они разрезали её на 4 внешне одинаковые дольки. В некоторых дольках оказалось больше дырок, поэтому долька Тонкого весила на 20 г меньше дольки Толстого, а долька Белого – на 8 г меньше дольки Серого. Однако Белый не расстроился, так как его долька весила ровно четверть от массы всего сыра. Серый отрезал от своего куска 8 г, а Толстый – 20 г. Как мышатам поделить образовавшиеся 28 г сыра, чтобы у всех сыра стало поровну?

2. (8–9) Пусть a, b, c, d и n – натуральные числа. Докажите, что если числа $(a-b)(c-d)$ и $(a-c)(b-d)$ делятся на n, то и число $(a-d)(b-c)$ делится на n.

3. (9–11) В школе провели турнир по настольному теннису. Турнир состоял из нескольких туров. В каждом туре каждый участник играл ровно в одном матче, а каждый матч судил один из не участвовавших в нём игроков. После нескольких туров оказалось, что каждый участник сыграл по одному разу с каждым из остальных. Может ли оказаться, что все участники турнира судили одинаковое количество встреч?



4. (9–11) Высота каждой из 2019 ступенек «лестницы» (см. рисунок) равна 1, а ширина – увеличивается от 1 до 2019. Правда ли, что отрезок, соединяющий левую нижнюю и правую верхнюю точки этой лестницы, не пересекает лестницу?

5. (10–11) Сумма нескольких положительных чисел равна единице. Докажите, что среди них найдётся число, не меньшее суммы квадратов всех чисел.

Лингвистика

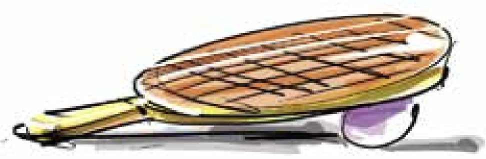
1. Даны слова языка эсперанто и их переводы на русский язык в перепутанном порядке:

fidema, malalta, fidinda, timemulo, timinda, barata, malaltulo, baratano, maltimo, inda, pigrulo, ridema

лентяй, индийский, страшный, достойный, коротышка, доверчивый, низкий, достоверный, индиец, бесстрашие, трус, смешливый

а) Установите правильные соответствия.

б) Переведите на русский: *fidemulo*, *ridinda*, *timema*.



в) Переведите на эсперанто: недоверчивый, высота, склонность, Индия.

Примечание. Эспера́нто – язык для международного общения, разработанный в 1887 году Л. Заменгофом. В настоящее время на эсперанто говорит, по разным оценкам, от 200 тыс. до 2 млн человек; для некоторых из них он является родным языком.

2. Дан отрывок из корейской песни в русской транслитерации и в переводе, а также некоторые строки из этого отрывка, записанные корейским письмом хангы́ль, в перепутанном порядке.

1. *Ком се марига хан чибе иссэ:*	В доме живут три медведя:
2. *Аппа Ком, Эмма Ком, Эги Ком.*	Папа-медведь, мама-медведица и медвежонок.
3. *Аппа Комын ттунъттунъхэ,*	Папа-медведь толстый,
4. *Эмма Комын нальссинхэ,*	Мама-медведица худая,
5. *Эги Комын нэму квийэвэ,*	А маленький медвежонок очень милый:
6. *Ыссык-ыссык чарханда!*	Как он хорошо танцует!

A. 애기 곰은 너무 귀여워 B. 아빠 곰은 뚱뚱해

C. 으쓱 으쓱 잘한다 D. 곰 세 마리가 한 집에 있어

а) Установите правильные соответствия.

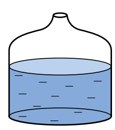
б) Запишите корейским письмом остальные строки.

в) Напишите по-корейски название корейского письма.

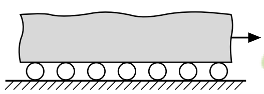
Примечание. Звуки, обозначенные как *ль* и *р* в русской транслитерации, по-корейски записываются одинаково; *э* – особый гласный, похожий на русское *о*; *нъ* – особый согласный, похожий на английское *ng*.

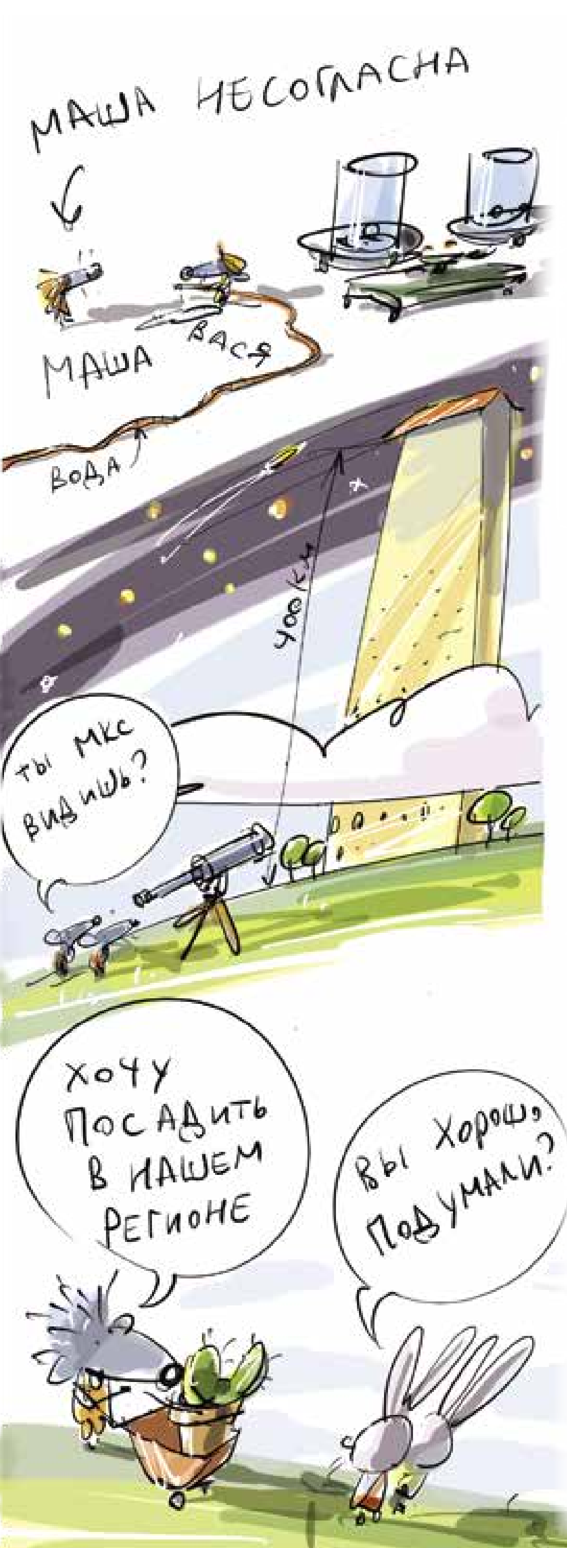
Физика

1. (5–7) В бутылку с овальным дном налит 1 л воды, при этом вода явно занимает больше половины её объёма. Как, имея лишь линейку, определить полную вместимость бутылки?



2. (5–7) Древнее сооружение Стоунхендж в Англии сложено из каменных блоков, самые большие из которых имеют высоту 9 м и весят около 25 тонн. Считается, что их приволокли с расстояния 30 км, подкладывая под них брёвна. Если расстояние между двумя соседними брёвнами было около метра, то сколько раз приходилось переносить выкатившееся сзади бревно вперёд за всё время путешествия каменного блока?





3. (5 – 8) Если взять лист стекла, которое с одной стороны матовое, а с другой – гладкое, и положить на страницу книги матовой стороной вниз, то текст книги прекрасно читается. Однако если стекло положить матовой стороной вверх, то ничего прочесть невозможно – очертания букв расплываются. Почему?

Матовым называют стекло, поверхность которого покрыта мельчайшими неровностями. Свет, проходящий сквозь такую поверхность, рассеивается во все стороны.

4. (8 – 10) На чашках весов уравновешены два одинаковых сосуда, в каждом находится лёгкий шарик (шарики тоже одинаковые). В первом сосуде шарик просто лежит на дне, а во втором он привязан к дну короткой ниткой. Если налить в них одинаковые количества воды, первый шарик всплывёт, а второй – нет: нитка натянется и будет удерживать его под поверхностью жидкости. Вася и Маша обсуждают, нарушится ли при этом равновесие весов. Вася считает, что первый сосуд перевесит – натянутая нитка во втором сосуде тянет его вверх за дно, поэтому его вес станет меньше. Маша не согласна – сосуды и шарики одинаковы, воды в них налили тоже одинаковое количество, значит, равновесие весов сохранится. Кто из них прав и в чём ошибка в рассуждении другого?

Астрономия и науки о Земле

1. Почему Луна от Земли удаляется, а Фобос (спутник Марса) к Марсу приближается?

2. Представьте, что построен дом высотой около 400 км (высота, на которой летает МКС). Чем будет отличаться пребывание на его крыше от пребывания на МКС? При какой высоте здания разницы не будет?

3. Почему миражи чаще наблюдаются в пустынях, чем в других регионах – степях или морях? В каких погодных условиях шанс увидеть мираж выше?

Биология

Многие растения, которые в родном регионе долгое время имеют стабильную невысокую численность, попадая в новое место, могут очень сильно размножиться и начать быстро распространяться. Как вы думаете, каковы могут быть причины такого явления?

Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС, IV тур («Квантик» № 12, 2019)

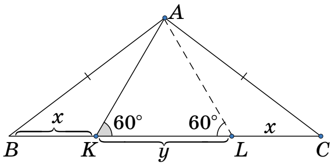
16. *Саша придумал шифр: заменил несколько букв однозначными или двузначными числами, используя только цифры 1 и 2 (разные буквы он заменял разными числами, а одинаковые – одинаковыми). Слово КРОЛИК превратилось в число 1212111212. Слово КРОКОДИЛ тоже превратилось в число. В какое?*

Ответ: 12121122122211. Так как первая и последняя буквы в слове КРОЛИК одинаковы, К = 12. Тогда Р = 1 и И = 2. Тогда О = 21 и Л = 11. Все числа из 1 и 2 с не более чем двумя цифрами использованы, кроме 22. Тогда это Д.

17. *Найдите наименьшее семизначное число, делящееся на 17, в котором все цифры разные.*

Ответ: 1023468. Наименьшее семизначное число с разными цифрами – это, очевидно, 1023456. Оно не подходит, так как при делении на 17 даёт остаток 5 (проверьте). Тогда ближайшее большее число, делящееся на 17, – это $1023456+12=1023468$, и у него разные цифры!

18. *Точка K делит основание BC равнобедренного треугольника BAC на отрезки длины x и y, как показано на рисунке. Найдите длину AK, если угол AKC равен 60°.*



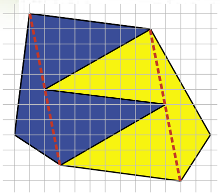
Ответ: $y-x$. Отложим на BC отрезок CL, равный x. Из симметрии картинки, угол ALK тоже будет равен 60°. Тогда треугольник KAL – равносторонний, откуда $AK=KL=KC-CL$.

19. *Квантик и Ноутик хотят показать такой фокус. Зритель задумывает два натуральных числа, различающихся на 1, и сообщает одно Квантику, а другое – Ноутику. После этого Квантик показывает Ноутику чёрную или белую карточку, и Ноутик сразу угадывает число Квантика. Помогите Квантику и Ноутику договориться о своих действиях, чтобы фокус всегда удавался.*

Ноутик выбирает из двух чисел с разностью 2. Их остатки от деления на 4 – либо 0 и 2, либо 1 и 3, и Ноутик знает, какая пара возможна. Пусть Квантик покажет чёрную карточку, если у него остаток 0 или 1, и белую – если 2 или 3.

20. *Разрежьте шестиугольник на рисунке на две равные части.*

Ответ: см. рисунок. Чтобы доказать равенство частей, проведём в каждой из них пунктирный отрезок (см. рисунок). Видно, что каждая часть составлена одним и тем же способом из одних и тех же трёх треугольников (проверяем это, находя длины их сторон по теореме Пифагора).



XLI ТУРНИР ГОРОДОВ («Квантик» № 1, 2020)

Базовый вариант

1. Ответ: при крайних положениях. Крайнюю карту можно не трогать до конца, так как её номера с одного и другого края всегда разные.

Если тройка треф сначала была не с краю, пусть зритель называет что угодно, кроме крайних чисел, не давая удалять крайние карты. Когда останется 3 карты, тройка треф (если она ещё на столе) будет в центре. Зритель назовёт 2.

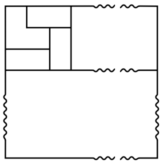
2. Так как $YH \perp OX \perp AP$, то $YH \parallel AP$, а прямая YH содержит среднюю линию треугольника APC. Аналогично, прямая XH содержит его среднюю линию. Эти средние линии пересекаются в точке H – середине стороны AC.

3. Ответ: за 50 рублей. *Оценка.* Каждая фишка должна поменять чётность своего номера. Бесплатная операция не меняет чётность, а платная меняет её у двух фишек.

Пример. Занумеруем фишки подряд числами от 0 до 99. Покрасим клетки в 4 цвета: *abcdabcd…d*. Бесплатная операция меняет фишки в соседних одноцветных клетках. Поэтому в клетках одного цвета фишки можно бесплатно переставить в любом порядке. Поменяем фишки во всех парах *bc* и *da* – это 49 платных операций. В клетках цвета *b* и *c* фишки уже можно бесплатно расставить как нужно. В клетках цвета *a* и *d* поставим фишки 0 и 99 рядом. Поменяем их последней платной операцией и дорасставим все фишки как нужно.

4. Ответ: верно. Из условия следует, что $a_{k+41}^2 \equiv a_k^2 \pmod{41^2}$ (индексы зациклим, то есть за 1000 идёт 1). Значит, $a_{k+41n}^2 \equiv a_k^2 \pmod{41^2}$ при любом n. Так как 41 и 1000 взаимно просты, квадраты всех чисел на круге дают при делении на 41^2 один и тот же остаток. Тогда $41a_k^2$ делится на 41^2, поэтому a_k^2 делится на 41, а поскольку 41 – простое, то и a_k делится на 41.

5. Так как mnk делится на 3, то m, n или k делится на 3; пусть это высота k. Достаточно заполнить коробку $m\times n\times 3$. Из двух уголков можно сложить кирпич $1\times 2\times 3$. Если mn чётно, разбиваем основание коробки на доминошки 2×1 и ставим на них по кирпичу, заполнив коробку. Иначе разобьём основание на квадрат 3×3 и два прямоугольника (возможно пустых), см. рисунок. Прямоугольники разобьём на доминошки, а квадрат – как на рисунке. На доминошки ставим по кирпичу, а в оставшееся место – три уголка.



Сложный вариант

1. а) Ответ: для $n=2^k$. Очевидно, 2^k – наименьшее число сложности k. Поэтому все числа между 2^k и 2^{k+1} имеют сложность не больше k. Пусть n – не степень двойки. Тогда между n и $2n$ есть степень двойки (можно взять наибольшую степень двойки, меньшую n, и удвоить её). Очевидно, её сложность больше, чем у n.

б) Ответ: таких чисел нет. В силу пункта а) достаточно рассмотреть случай $n=2^k$, где k – натуральное. Но число $3\cdot2^{k-1}$ имеет такую же сложность, как и n, и находится между n и $2n$.

2. В неравенстве в условии была допущена опечатка, приносим свои извинения. Правильное неравенство, которое надо было доказать:

$$\frac{S}{AB+AC}>\frac{S_1}{A_1B_1+A_1C_1}.$$

Приводим решение для верного условия.

Пусть точки D и D_1 симметричны точкам A и A_1 относительно BC. Проведём биссектрисы AK и A_1K_1 наших треугольников. Тогда K и K_1 – центры окружностей, вписанных в четырёхугольники $ABDC$ и $A_1B_1D_1C_1$, а требуемое неравенство превратилось в очевидное неравенство $r>r_1$, где r и r_1 – радиусы этих окружностей.

3. Назовём ситуацию *победной*, если проведено не более чем $k+1$ взвешиваний и определены веса k монет, причём среди них есть серебряная или две медные. В победной ситуации, сравнивая неизвестную монету с весом 2 г, мы определим её вес, увеличив число известных монет и число взвешиваний на 1, и так определим все монеты не более чем за 101 взвешивание.

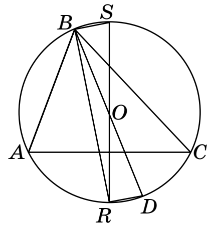
В каждый момент будем сравнивать число *затронутых* (участвовавших во взвешиваниях) монет z с числом взвешиваний v. Сначала выделим одну монету и будем сравнивать незатронутые с ней, пока не найдём монету другого веса. Пусть A – более лёгкая, а B – более тяжёлая из затронутых. Далее сравниваем незатронутые монеты с B, пока снова не получим неравенство. Теперь у нас $v=z-1$; есть одна или несколько монет одинакового веса a, одна или несколько монет другого веса $b>a$ и монета C веса $c\neq b$. Сравним C с A. Возможны два случая.

1) $c=a$. Сравним B с $A+C$, то есть b с $2a$. Возможны варианты: $b=3$, $a=1$ (если $b>2a$); $b=2$, $a=1$ ($b=2a$); $b=3$, $a=2$ ($b<2a$). Во всех случаях ситуация победная: $v=z+1$, веса z монет определены и есть нужные монеты (с общим весом 2).

2) $c\neq a$. Значит a, b, c – три разных веса, они как-то упорядочены и поэтому определены однозначно. При этом $v=z$ – ситуация победная.

Замечание. Можно определить все монеты не более чем за 100 взвешиваний. Попробуйте!

4. Проведём гомотетию с центром B и коэффициентом 2. Точка O перейдёт в точку D, диаметрально противоположную вершине B на описанной окружности Ω, точка P – в точку R пересечения биссектрисы угла B с Ω, точка Q – в диаметрально противоположную R точку S, «отрезок, соединяющий...» – в сторону AC. Осталось заметить, что диаметр RS проходит через середину стороны AC, так как R – середина дуги AC.

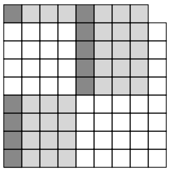


5. Пара $(m,\ m(4m+3)^2)$ хорошая (проверьте). *Путь к решению.* Естественно попытаться найти такое n, что оно есть квадрат, умноженный на m, и при этом $n+1$ имеет вид $k^2(m+1)$. Тогда $n/m=(k^2(m+1)-1)/m=k^2+(k^2-1)/m$ – квадрат. Это легко обеспечить, положив $(k^2-1)/m$ равным $4k+4$, тогда $(k-1)/m=4$, откуда $k=4m+1$.

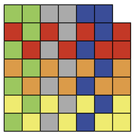
6. Выясним, сколько мелочи Петя мог получить. Рассмотрим последнюю дешёвую покупку, увеличившую количество мелочи. Пусть стоимость этой покупки x, тогда перед этим было не более $x-1$ рублей мелочи, а значит, после этого её станет не больше чем $x-1+100-x=$ $=99$ рублей. Так как дорогие покупки количество мелочи не уменьшают, все предыдущие покупки вместе с рассмотренной дали в сумме не более 99 рублей мелочи. Тем более все *дешёвые* покупки в сумме принесли не более 99 рублей.

Пусть было n покупок дороже 100 рублей. Каждая из них добавляет не более 99 рублей мелочи. Если бы других покупок не было, то на дорогие было бы потрачено не менее $2n$ сотен, а сдача составила бы не более $99n$ – меньше половины потраченного. Поэтому другие покупки есть. Но тогда у Пети было не менее $2n+1$ сторублёвок, а мелочи в конце стало не больше $99n+99$. Значит, $(2n+1)50\leqslant 99n+99$, откуда $n\leqslant49$, и мелочи останется не более $99\cdot49+99<$ <5000 руб. Значит, и потрачено менее 5000 руб.

7. Ответ: мог. Оказывается, любой квадрат $(2N+1)\times(2N+1)$ без угловой клетки можно получить, $2N$ раз приложив печать из $2N+2$ клеток. Приведём два примера, которые легко обобщаются. На первом рисунке ($N=4$) след печати окрашен в тёмно-серый цвет. Сдвигая его вправо на одну клетку, мы постепенно покроем серую область. Развернув печать на 90°, аналогично покроем белую область.



На втором рисунке ($N=3$) каждый отпечаток покрашен в свой цвет.



ПЕРЕНЕСТИ СТОЛ («Квантик» № 1, 2020)

Закрасим некоторые клетки комнаты и назовём их проходом. Будем передвигать стол по стрелкам, как на рисунках. Сначала повернём стол ножками вбок и разместим его так, чтобы одна пара ножек целиком уместилась в проходе, а другая – немного вошла в ванную (рис. 1). Теперь подвинем стол вдоль прохода (рис. 2) Повернём стол, так чтобы одна пара ножек вышла из прохода в комнату, а другая вышла из ванной и целиком уместилась в проходе (рис. 3). И проносим стол вдоль прохода в комнату.

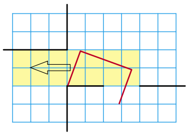


Рис. 1

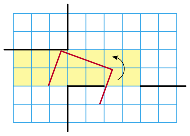


Рис. 2

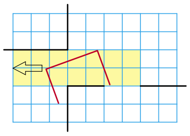
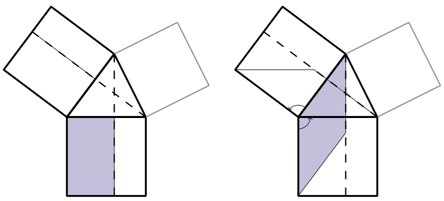


Рис. 3

ПЛОЩАДИ И ПЕРЕКАШИВАНИЯ

План решения задачи 3. После изображённого ниже перекашивания прямоугольники превращаются в равные параллелограммы: один получается из другого поворотом на 90° вокруг их общей вершины.



XLI ТУРНИР ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

Математика

1. Ответ: Толстый и Тонкий должны взять себе по 14 г сыра. Заметим, что теперь долька Серого весит столько же, что и долька Белого, то есть ровно четверть от массы всего сыра. Значит, и Белый, и Серый уже получили свою долю, и все 28 граммов должны быть поделены Толстым и Тонким. Сейчас у них поровну сыра, значит, и получить они должны поровну.

2. Раскроем скобки в каждом из выражений:

$$(a-b)(c-d)=ac-ad-bc+bd;$$
$$(a-c)(b-d)=ab-ad-bc+cd;$$
$$(a-d)(b-c)=ab-ac-bd+cd.$$

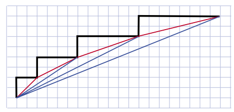
Теперь несложно заметить, что

$$(a-d)(b-c)=(a-c)(b-d)-(a-b)(c-d)$$

– разность двух чисел, делящихся на n.

3. Ответ: нет, не могло. Пусть в одном туре игралось k партий. Так как каждый играл в одной партии, всего участников $2k$. Тогда всего в турнире было $\frac{2k(2k-1)}{2}$ партий, ведь каждый сыграл с $2k-1$ участниками, итого $2k(2k-1)$ «участий» в партиях, а партий в два раза меньше. Но если все судили одинаковое количество встреч, то каждый участник должен был судить $\frac{2k(2k-1)/2}{2k}=\frac{2k-1}{2}$ встреч, а это не целое число.

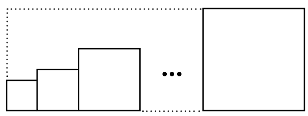
4. Ответ: правда. В каждой ступеньке соединим начало и конец красным отрезком, а начало первой ступеньки соединим с правыми концами остальных ступенек синими отрезками (см. рисунок).



Заметим, что красные отрезки наклонены под всё меньшим углом к горизонтали (так как очередная ступенька длиннее предыдущей).

Так как второй красный отрезок отклоняется вниз от линии первого красного, эти отрезки не пересекаются с первым синим отрезком (лежащим «под ними»). Тогда угол наклона к горизонтали у первого синего отрезка больше, чем у второго красного, а значит, больше и чем у третьего красного. Поэтому следующий синий отрезок не пересечёт предыдущие красные и синие отрезки (тоже будет лежать «под ними»), и т.д.

5. Докажем, что подойдёт наибольшее из данных чисел. Заменим квадрат каждого числа на фигуру – квадрат со стороной, равной числу. Расставим квадраты подряд, по возрастанию. Ясно, что они лежат внутри прямоугольника со сторонами «сумма данных чисел» и «наибольшее из данных чисел». Поэтому их суммарная площадь (сумма квадратов данных чисел) не больше площади прямоугольника, которая равна сумма данных чисел (то есть, 1), умноженной на сторону наибольшего квадрата, то есть равна наибольшему из данных чисел.



Лингвистика

1. Пять слов оканчиваются на *-о* и семь слов – на *-а*. Это существительные и прилагательные соответственно. Найдя общие элементы значения и выделяя части слов, получаем: приставка *mal* «противоположность»; корни *fid* «верить», *alt* «высокий», *tim* «бояться», *pigr* «лениться», *barat* «Индия»; суффиксы *em* «склонный», *ind* «достойный», *an* «житель», *ul* «обладатель свойства». Например, *malaltulo* – это «обладатель свойства противоположности высокому, существительное» = «*коротышка*».

а) fidema – доверчивый, malalta – низкий, fidinda – достоверный, timemulo – трус, timinda – страшный, barata – индийский, malaltulo – коротышка, baratano – индиец, maltimo – бесстрашие, inda – достойный, pigrulo – лентяй, ridema – смешливый.

б) fidemulo – доверчивый человек, простак, верующий, простофиля; ridinda – достойный смеха, смехотворный, смешной; timema – склонный бояться, боязливый, пугливый, трусливый, робкий, застенчивый.

в) недоверчивый – malfidema, высота – alto, склонность – emo, Индия – Barato.

2. Один квадратный знак корейского письма соответствует слогу. Гласный передаётся вертикальной или горизонтальной чертой (а ㅏ, э ㅐ, ɔ ㅓ, е ㅔ, и ㅣ; о ㅗ, у ㅜ, ы ㅡ); в зависимости от этого выбирается расположение знаков для согласных внутри квадрата. Отсутствие согласного в начале слога обозначается специальным знаком. Опираясь на повторы слов и звуков, устанавливаем соответствия.

а) A–5, B–3, C–6, D–1.

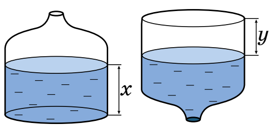
б) 2. 아빠 곰, 엄마 곰, 애기 곰 Аппа Ком, Эмма Ком, Эги Ком

4. 엄마 곰은 날씬해 Эмма Комын нальссинхэ

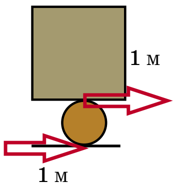
в) 한글 хангыль.

Физика

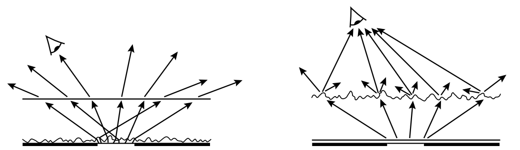
1. Сначала измерим высоту уровня воды в бутылке – x см, потом, заткнув отверстие, перевернём её и измерим высоту воздушной прослойки над уровнем воды – y см (см. рисунок). Поскольку вода занимает более половины бутылки, новый уровень воды снова будет в цилиндрической части бутылки. Тогда объём воздуха относится к объёму воды как y к x, и общий объём бутылки равен $1+y/x$ л.



2. Ответ: 15000 брёвен. Относительно бревна камень и дорога движутся с одинаковыми скоростями в разных направлениях. Поэтому, когда бревно под камнем проезжает метр, камень перемещается на метр относительно бревна – итого на два метра, и относительно камня бревно сдвигается на метр назад. Получается, что на каждые два метра перемещения камня нужно добавлять одно бревно, всего – 30 000/2 = =15 тыс. брёвен.



3. Свет, отражённый от очень маленького участка книги, мысленно представим в виде светящегося пятнышка на книге. Матовая сторона стекла рассеивает свет, то есть из каждой точки матовой стороны к нам приходит свет, собранный с разных направлений. Если стекло лежит матовой стороной вниз, то светящееся пятнышко прилегает к матовой стороне и освещает почти такую же по размерам область матовой стороны, которую мы и видим сквозь стекло (см. рисунок). А если стекло лежит матовой стороной вверх, то пятнышко освещает большую область матовой стороны, и свет попадает в наш глаз со всей этой области; пятнышко оказывается очень размытым, и так же размытым выглядит каждый участок книги.



4. Ответ: Маша права. Вася не учитывает, что шарик не только тянет дно вверх во втором сосуде, он ещё (в обоих сосудах) поднимает уровень воды, вытесняя её и тем самым увеличивая давление у дна. При этом в первом сосуде он полностью погружён в воду, а во втором – он плавает на поверхности. Значит, уровень воды в первом сосуде выше, чем во втором. Можно показать (попробуйте!), что сила давления воды на дно в первом сосуде тогда оказывается больше, чем во втором, ровно на величину силы натяжения нити, тянущей его дно вверх, то есть полные силы, действующие на донья сосудов, одинаковы. Маша показала этот факт с помощью гораздо более простого рассуждения.

Астрономия и науки о Земле

1. Дело в приливных силах. Сила притяжения Луны (синие линии на рисунке 1) неоднородна – меняется от места к месту. Отличия силы притяжения от среднего значения (красные линии на рисунке 1) мнут Землю: растягивают её на доли метра, а воду в океане сдвигают ещё больше, образуя приливы. Так на Земле возникают два «горба», которые должны были бы смотреть один – на Луну, другой – от неё, но Земля своим вращением сносит их, и из-за трения они не успевают «подстроиться». Получается картина как на рисунке 2: приливные горбы смещены так, что притяжение от первого немного разгоняет Луну, а от второго – тормозит, но слабее (так как второй горб дальше).

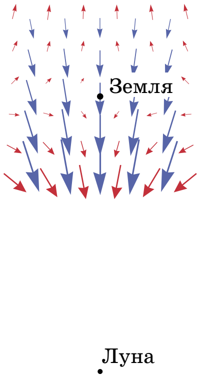


Рис. 1

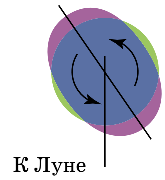


Рис. 2. Размер приливов и угол отставания преувеличены.

В итоге притяжение Луны растягивает Землю, та уносит горбы вперёд, и они своим притяжением утягивают Луну за собой, выводя на более высокую орбиту (а Луна тянет их обратно, тормозя вращение Земли). Так вращение Земли «перекачивается» во вращение пары Земля-Луна (вращение Луны уже всё «перекачалось» и она смотрит к нам одной стороной).

С Марсом и Фобосом всё так же, но он вращается вокруг Марса быстрее, чем сам Марс, поэтому приливные горбы Марса «пытаются остановить» Фобос и он падает на орбиту пониже.

См. также статьи «Земля и Луна: приливы» и «Марс» в «Квантиках» №3 и №4 за 2017 год.

2. Человек на здании на такой высоте движется с угловой скоростью вращения Земли (около 0,6 км/с). Человек на МКС движется с 1-й космической скоростью (около 7,9 км/с) и чувствует невесомость. На здании разница в весе почти не ощутима. Орбита, на которой спутник вращается вокруг Земли со скоростью вращения Земли, называется *геостационарной*. Высота такой орбиты примерно 36 тыс. км. На этой высоте разницы в ощущениях на крыше здания и на спутнике не будет.

3. Мираж возникает из-за того, что разные слои воздуха имеют разные оптические свойства. Это может быть вызвано либо разницей в температуре, либо во влажности. Например, перепад возникает над раскалённой на солнце асфальтовой дорогой или песком, над ледником, если он значительно холоднее воздуха, над крупным водоёмом в жаркую погоду, когда испарение воды интенсивное. Если смотреть в сторону горизонта над такой поверхностью, то можно увидеть мираж, потому что лучи света над ней летят не по прямой, и вид искажается. В пустынях чаще можно увидеть мираж, чем в степи, потому что в пустыне солнце жарче и песок хорошо нагревается, а растения – плохо. Мираж лучше видно в безветренную погоду, потому что при перемешивании оптические свойства разных слоёв воздуха выравниваются. Подробнее читайте в статье «Жидкое зеркало» в «Квантике» №8 за 2013 год.

Биология

Причины могут быть самые разные. В новом месте более подходящие почвы, влажность, освещённость, больше переносчиков спор, плодов и семян. Или может не быть конкурентов, паразитов, болезней и поедателей, что были в родном регионе. К примеру, если клён ясенелистный в XIX веке был локализован на своей родине, Северной Америке, а на нашем континенте выращивался лишь в парках, то сейчас его трудно не встретить почти в любом российским городе. Причина в том, что им активно озеленяли города в советское время из-за того, что он быстро растёт. Хорошо растёт на нарушенных почвах: в плохо обустроенных дворах, у гаражей, на пустырях. Доминирует в поймах рек и озёр, вытесняя аборигенные виды. На родине клёна на нём обычно можно встретить жука, который предпочитает это дерево и личинки которого поедают его листья. Этот жук не обитает на нашем континенте.

Несколько аналогичных примеров: недотрога желёзконосная завезена из Гималаев как декоративное растение, селится на обочинах дорог, вдоль вырубок, в сырых оврагах, на пустырях, в поймах рек; золотарник канадский завезён как лекарственное и декоративное, селится в городах и вдоль дорог; борщевик Сосновского завезён с Кавказа как кормовое растение для скота, селится вдоль дорог, на необрабатываемых участках полей, в долинах рек.

Это примеры растений, завезённых в Россию человеком и распространившихся в местах, созданных человеком. Поэтому выделим ещё один ответ в задаче: приспосабливаемость на нарушенных человеком территориях.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач VI тура, с которыми справитесь, не позднее 1 марта в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

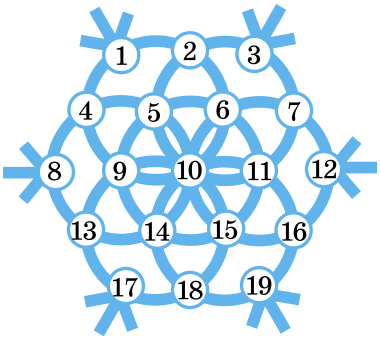
VI ТУР

26. Число 1210 *автобиографичное*: его первая цифра показывает, сколько в нём нулей, вторая – сколько единиц, третья – сколько двоек, а четвёртая – сколько троек. Найдите следующее автобиографичное число.

27. У барона Мюнхгаузена есть волшебный кубик, в котором две грани – синие, две – красные и две – зелёные. Если поставить этот кубик на любую грань и запомнить, где какой цвет, то на какую бы другую грань потом ни ставить кубик, не удастся повторить такое же расположение цветов. Может ли так быть?

Авторы: по мотивам задачи Мартина Гарднера (26), Александр Перепечко (27), Николай Авилов (28), Александр Блинков и Антон Акимов (29), Сергей Костин (30)

28. Снежинка «соткана» из семи окружностей, на них расположены кружки, по 6 на каждой окружности. В кружках расставлены числа от 1 до 19 (см. рисунок). Переставьте 6 чисел так, чтобы на каждой окружности сумма чисел была одной и той же.



29. Ноутику и Квантику дали задание: нарисовать какой-нибудь четырёхугольник $ABCD$, в котором стороны AD и BC параллельны и $AN = CM$, где M – середина AB, а N – середина CD. Мог ли у Ноутика получиться параллелограмм, а у Квантика – нет, если и в примере Квантика, и в примере Ноутика $AD = 14$, $AN = CM = 5$, а расстояние между AD и BC равно 8?

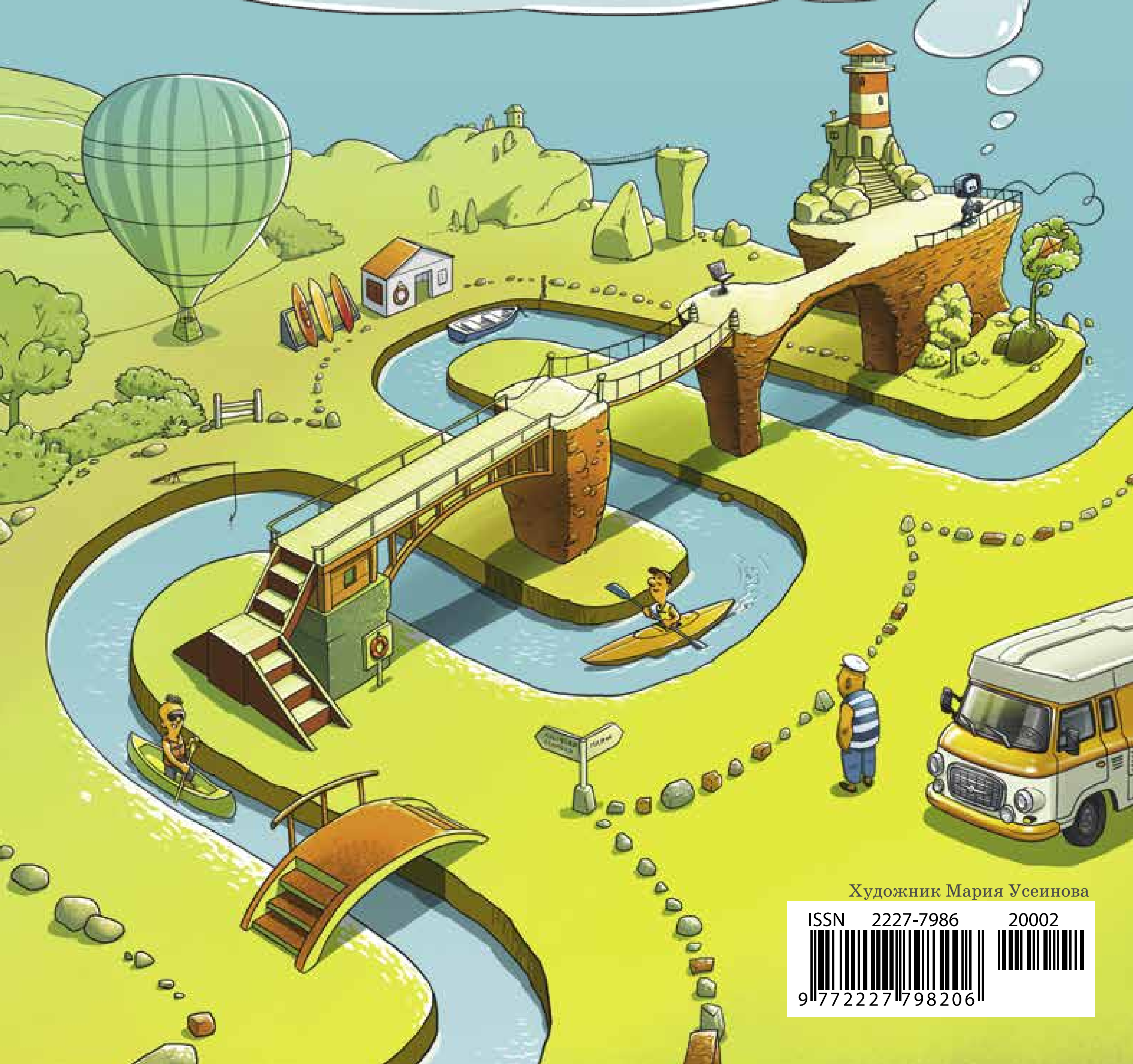
30. В каждой клетке таблицы 7×7 стоит минус. За ход можно в любом квадрате 2×2 поменять все знаки на противоположные. Какое наибольшее количество плюсов можно получить в таблице с помощью таких ходов?

Художник Николай Крутиков

БУМАЖНЫЙ ЗМЕЙ

Воздушный змей запутался в ветвях дерева. Квантик хочет его достать, не выпуская из рук катушку с нитью, к которой привязан змей (чтобы змей случайно не улетел). Квантик может переходить через реку только по мостам (перепрыгивать опасно). Когда Квантик окажется рядом со змеем, вся нить должна быть при нём, не зацепившись ни за какую из арок. Как Квантику это сделать?

По задаче Л. и Р. Пенроузов



Художник Мария Усеинова

ISSN 2227-7986 20002

9 772227 798206