

## НАШ КОНКУРС, VIII тур

(«Квантик» № 4, 2020)

**36.** Петя решил задачу из книги: «В Канаде  $\_\_\_\%$  процентов населения говорит по-английски, а  $\_\_\_\%$  процентов – по-французски (на других языках в Канаде не говорят). Какой процент населения Канады говорит и по-английски, и по-французски?». (Числа из книги мы заменили пропусками.) «Какая лёгкая задача! – сказал он. – Надо просто вычитать из первого числа второе, вот и всё решение!» Петя посмотрел ответы в конце книги и убедился, что его ответ правильный. Какой процент населения Канады говорит по-французски, по мнению этой книги?

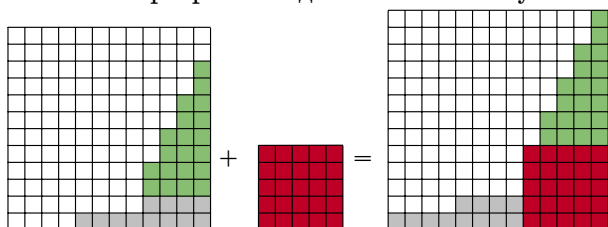
**Ответ:** 50%. Пусть  $x\%$  населения говорит по-английски, а  $y\%$  – по-французски. Тогда  $(x + y)\%$  – это число всех жителей Канады плюс число двуязычных (они посчитаны дважды). Поэтому ответ на задачу из книги равен  $(x + y - 100)\%$ . А Петин ответ равен  $(x - y)\%$ , и поскольку он оказался правильным,  $x + y - 100 = x - y$ , откуда  $2y = 100$ .

**37.** Когда родился Квантик, его старшему брату было  $x$  месяцев. Число  $x$  равно наименьшему общему кратному всех чисел от 1 до 9, кроме одного, а также равно произведению трёх последовательных чисел. Сколько полных лет старшему брату, если Квантику сейчас 100 месяцев?

**Ответ:** 50. Числом от 1 до 9, на которое не делится  $x$ , может быть 5, 7, 8 или 9. Тогда  $x$  равно соответственно  $7 \cdot 8 \cdot 9$ ,  $5 \cdot 8 \cdot 9$ ,  $5 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 9$  или  $5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3$ . Число  $4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9$  лежит между  $9 \cdot 10 \cdot 11$  и  $10 \cdot 11 \cdot 12$ , а число  $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8$  – между  $8 \cdot 9 \cdot 10$  и  $9 \cdot 10 \cdot 11$ . Число  $5 \cdot 8 \cdot 9$  меньше, чем  $6 \cdot 7 \cdot 8$ , но больше, чем  $5 \cdot 6 \cdot 7$ . Поэтому  $x = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$ . Тогда сейчас брату 604 месяца, то есть 50 лет 4 месяца. (Кстати, старший брат «Квантика» – это журнал «Квант».)

**38.** Клетчатые квадраты  $12 \times 12$  и  $5 \times 5$  разрежьте (один или оба) по линиям сетки так, чтобы всего получилось пять кусков и из этих пяти кусков можно было сложить квадрат  $13 \times 13$ .

Имеется разрезание даже всего на 4 куска:



Меньшим числом кусков уже не обойтись, потому что угловые клетки квадрата  $13 \times 13$  должны лежать в разных кусках.

**39.** Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что левая дробь больше правой:

$$2 + \frac{1}{4 + \frac{3}{5}} > 2 + \frac{1}{4 + \frac{3}{5}}$$

$$2018 + \frac{2019}{2020 + x} > 2018 + \frac{2019}{2020 + y}$$

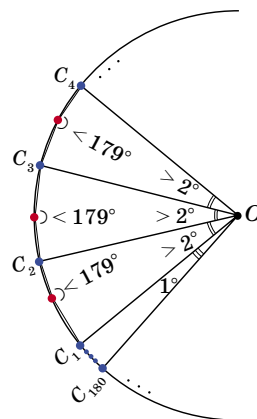
Что больше:  $x$  или  $y$ ?

**Ответ:**  $x > y$ . Число, которое прибавляется к 2 в первой дроби, обозначим за  $a$ , а во второй – за  $b$ . Тогда  $\frac{1}{2+a} > \frac{1}{2+b}$ , откуда  $2 + a < 2 + b$ , то есть  $a < b$ . Мы свели задачу к неравенству между дробями  $a$  и  $b$ , у которых этажей стало на 1 меньше, и знак неравенства поменялся. Действуя далее аналогично, мы каждый раз уменьшаем на 1 «этажность» и меняем знак неравенства. От исходных дробей к числам  $x$  и  $y$  нужно сделать столько таких переходов, сколько чисел в последовательности 1, 3, 5, ... 2019, то есть  $(2019+1)/2 = 1010$  – чётное число; знак сменится чётное число раз и останется, каким был.

**40.** В окружность вписан 1000-угольник, его вершины покрашены поочерёдно в красный и синий цвет. Каково наибольшее возможное количество красных вершин, углы при которых меньше  $179^\circ$ ?

**Ответ:** 179. Рассмотрим один такой красный угол  $ABC$ , меньший  $179^\circ$  (вершины  $A$  и  $C$  синие, а  $B$  – красная). Он опирается на дугу, которая по свойству вписанного угла будет меньше  $358^\circ$ . Значит, дуга  $ABC$  будет больше  $2^\circ$ . Поскольку градусная мера всей окружности равна  $360^\circ$ , а каждый такой красный угол занимает более  $2^\circ$ , таких углов не больше 179.

Опишем пример со 179 углами. Отметим на окружности 180 синих точек  $C_1, C_2, \dots, C_{180}$  по порядку так, чтобы дуги  $C_1C_2, C_2C_3, \dots, C_{179}C_{180}$  были равны по  $(359/179)^\circ$ , и на каждой дуге поставим по красной точке. Поскольку  $359/179 > 358/179 = 2$ , углы при этих красных точках будут меньше  $(360 - 2)^\circ / 2 = 179^\circ$ . Осталь-



ные 1000 – 180 синих точек расположим на оставшейся дуге (величиной в 1°).

**■ ЗАДАЧИ ПРО ПЛОТНОСТЬ**

(«Квантик» № 5, 2020)

1. 2–2,5 г/см<sup>3</sup>.
2. 6,5 г/см<sup>3</sup>.
3. 0,5 г/см<sup>3</sup>.
4. Воздух 30–45% .

Как найти объём? Камни можно положить в мерный стакан с водой – и посмотреть, насколько поднялся уровень воды. (Так Архимед узнал объём царской короны.) Только надо брать побольше камней, или один большой, чтобы измерить поточнее. Монет нужно совсем много, штук 100, они же маленькие. Если столько нет, составим штук 10 в столбик и измерим его высоту, а потом умножим на площадь монетки, равную  $\pi D^2 : 4$  ( $\pi \approx 3,14$ ,  $D$  – диаметр монетки). Массу тоже надо измерять сразу как минимум у 10 монеток, даже на электронных весах.

Шишки погрузить в воду не получится – они всплывают. Поэтому закопайте в манку или в соль – и посмотрите, как изменился объём.

Сухой песок залейте водой «под завязку», но не «с верхом» – и измерьте, насколько он стал тяжелее. Разницу в весе – это вес воды, заполнившей пустоты – делим на плотность воды (1 г/см<sup>3</sup>), получаем объём пустот.

Объём любой ёмкости, взятой вместо мерного стакана, найдите, налив туда воду и измерив массу этой воды. Плотность воды 1 г/см<sup>3</sup>.

**■ ГЕКСАМИНО: ТРИ ЗАДАЧИ**

(«Квантик» № 5, 2020)



- 1.
- 2.
- 3.

**■ ОСТРИЁМ ВНИЗ («Квантик» № 5, 2020)**

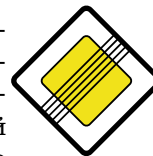
Речь идёт об очень важных знаках «Главная дорога» и «Уступи дорогу», которые регулируют порядок проезда на перекрёстках. Уникальная форма этих знаков позволяет водителю опознать их, даже если они нечита-



емы: покрыты грязью, снегом, закрашены вандалами и т. д.; а ещё эти знаки понятны и водителям, движущимся по встречной полосе или с других сторон перекрёстка.



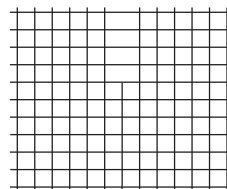
Есть, правда, «опасный» предупредительный знак – «Конец главной дороги». Он тоже имеет вид повернутого квадрата (на нём жёлтый квадрат перечёркнут). Его нужно вешать далеко от перекрёстка, чтобы он был виден лишь тому, кто едет по этой дороге, а не по перпендикулярной – иначе может возникнуть путаница. Но службы, отвечающие за дорожные знаки, сами не всегда понимают логику и, бывает, вешают этот знак где попало.



**■ ПОЧТОВОЕ ЗАНЯТИЕ**

Почему ученик не смог нарисовать всю схему целиком? А что если она... бесконечная! Вот пример. Возьмём линии, делящие бесконечную плоскость на клетки. Все узлы (вершины клеток) будут чётными, поскольку в каждом сходятся 4 линии. А теперь удалим один из лучей, идущий вверх из какого-то узла. Фрагмент получившейся фигуры показан на рисунке. У неё *ровно один* узел нечётный (в нём сходятся три линии), а остальные – чётные.

Никакого противоречия нет – в доказательстве мы подсчитывали, сколько линий суммарно выходит из всех узлов, но если сумма бесконечна, то говорить о её чётности не имеет смысла.



**■ ИСПОДВЫПОДВЕРТА**

1. Циркуль.
2. Вертёл вёртел (или наоборот).
3. Свиток и свёрток.

**■ УТКОНОС, ПАУК-МУРАВЬЕД, АКУЛА**

Выдумана история про утконоса. Страус никак не может вскармливать новорожденного утконосёнка, потому что утконос – млекопитающее животное (и при этом ещё и яйцекладущее!). Есть ещё одна неточность: в диком виде страус живёт только в Африке; обитающий же в Австралии «страус эму» – вовсе не страус, он относится к отряду казуарообразных.

**■ ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ КОНКУРСА**

**«КЕНГУРУ-2019»**

1. Чтобы в старшем разряде получить наибольшую цифру, надо поменять 9 и 2. Получим

9012. Из него уберём цифру 0, чтобы на втором месте тоже стояла максимально возможная цифра – получим 912. **Ответ: В.**

2. Легко видеть, что многоугольник А помещается в многоугольнике, изображённом в условии справа, а остальные – нет. **Ответ: А.**

3. Составив описанную в условии дробь  $(2019 \cdot 0,1)/(2019 \cdot 0,01)$ , мы видим, что множитель 2019 сокращается, и остаётся частное  $0,1:0,01$ , которое равно 10. **Ответ: В.**

4. Попробуем для каждого из утверждений А–Д подсчитать количество сыновей и дочерей Ивана Ивановича: А) 3 сына, Б) 2 сына, В) 3 дочери, Г) 3 дочери, Д) 5 детей. Пункты А и Б противоречат друг другу, значит, из этих утверждений верно только одно. Из пунктов В – Д получаем, что всего 3 дочери и  $5 - 3 = 2$  сына. Значит, Б верно, А неверно. **Ответ: А.**

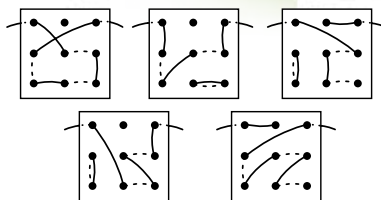
5. Цифра 5 встречается в номерах страниц 13 раз, это 5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56. Значит, в книге 56 страниц. **Ответ: Б.**

6. Видно, что зелёное кольцо должно цепляться за два других кольца. Этому условию удовлетворяют только ответы А и Г. Но в ответе Г фиолетовое кольцо и полосатое тоже зацеплены, а на исходной цепочке – нет. Значит, остаётся вариант А, и, если немного присмотреться, становится понятно, что он подходит. **Ответ: А.**

7. Дни, в которые послезавтра выходной, – это четверг и пятница. Дни, в которые позавчера был выходной, – это понедельник и вторник. Остаются среда, суббота и воскресенье, они и подходят. **Ответ: В.**

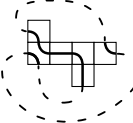
8. Выразим обе величины в метрах. Приставка «санти» означает сотую часть, значит, сантисантиметр – это сотая доля сантиметра, то есть сотая доля сотой доли метра:  $1/10000 = 10^{-4}$  метра. Приставка «кило» означает умножение на тысячу, значит, килокилометр – это 1000 километров, то есть  $1000000 = 10^6$  метров. Теперь разделим:  $10^6 : 10^{-4} = 10^{10}$ . Это и есть ответ. **Ответ: В.**

9. Дорисуем на каждом из предложенных ответов невидимые части шнура (которые видны на картинке из условия). При этом надо не забыть, что если мы смотрим на дощечку с обратной стороны, то левая и правая части рисунка меняются местами. Теперь легко увидеть, что сплошная линия (и без повторений) получается только на рисунке А. **Ответ: А.**



10. Заметим, что поскольку Боб без шляпы, Карл должен быть в шляпе. Кроме того, если бы Алекс был без шляпы, то Боб гулял бы в шляпе, а мы знаем, что он сегодня без шляпы. Значит, Алекс тоже в шляпе. **Ответ: А.**

11. На рисунке показано, какие стороны квадратов развёртки Д будут образовывать одно и то же ребро собранного куба. Легко видеть, что при этом участки линий на гранях будут без разрывов переходить один в другой. Рассуждая аналогично, увидим, что на всех остальных развёртках какие-то отрезки не имеют продолжения на смежной грани куба. То есть других замкнутых линий получиться не может.



**Ответ: Д.**

12. 27 плюшек Малыша и фрекен Бок – это 3 девятки, в каждой 2 плюшки съел Малыш, а 7 – фрекен Бок. 21 плюшка фрекен Бок – это семь раз по 3. Пока она ела 3, Карлсон съел 5. Значит, Карлсон съел семь раз по 5. **Ответ: В.**

13. После первого складывания листа пополам он делится на две половины: А и В. Что бы мы ни делали дальше, «рисунок» на половине А будет в точности противоположен «рисунку» на половине В: отрезкам, выгнутым вверх, будут соответствовать отрезки, выгнутые вниз, и наоборот. Заметим, что всего отрезков (выгнутых или вверх, или вниз)  $3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 = 52$  (3 сгиба вдоль длинной стороны листа и 7 сгибов – вдоль короткой). В зависимости от первого сгиба всего отрезков, выгнутых одним способом, на 4 или на 8 больше, чем других. Получаем 4 случая:  $52 = 24 + 28 = 28 + 24 = 30 + 22 = 22 + 30$ . **Ответ: В.**

**■ ПОПРОБУЙ, ПЕРЕСТРОЙ-КА!**

