

ПАРАДОКС ЛИФТА

Ура! У Маши наконец-то начались каникулы. Они всей семьёй едут в Японию! Маша давно хотела побывать в этой необыкновенной стране. Единогласно решили, что нужно пожить неделю – ведь там столько интересного.

Токио Маше сразу же понравился. Больше всего Маше нравится просто идти по улице, вежливо кивая и почтительно кланяясь всем встречным японцам:

– Конничива, – говорит Маша.

– Конничива, – отвечает ей прохожий, и в этом нет наигранности. Просто встретились два вежливых японца.

В Токио есть всё: императорские дворцы, сады и, разумеется, торговые центры. Недалеко от знаменитой телебашни «Токио Skytree» находится многоэтажный торговый центр «Тобу». Кажется, что в этом месте собраны все магазины мира, поставленные друг на друга. В Токио тесно, поэтому гипермаркеты и торговые центры растут ввысь. Этаж – отдел. Мама начала шопинг с первого этажа, а Маше приглянулся один из небольших бутиков японских сувениров на восьмом этаже.

Целью Маши были традиционные японские куклы нингё. С того момента, как Маша оказалась во дворце Мэйдзи и увидела этих сказочно красивых кукол, она не могла думать больше ни о чём другом. Маша так часто и много говорила о нингё, что родители поняли: уехать из Японии без нингё шансов нет. Однако стоят эти куклы ох как недёшево! Самая маленькая кукольная комната с двумя коллекционными куклами стоит 120 тысяч иен¹! Конечно, для туристов есть варианты подешевле, но, посмотрев на цены, папа стал почему-то задумчивым и вдруг заявил, что Маша уже самостоятельная, умеет пользоваться мобильным телефоном, а потому прекрасно справится с покупкой без посторонней помощи. Он выдал Маше 20 тысяч иен, напомнил, что через полчаса они встречаются на крыше гипермаркета, и исчез из виду.

¹ Одна иена примерно равна 70 копейкам.

Маша пустилась на поиски своей куклы. Поначалу они были безуспешны и... Вот же она! Прижав к груди коробку, наполненную волшебством, Маша поспешила к лифтовой зоне.

Трудно поверить, что на крыше торгового центра есть самый настоящий сад с дорожками и прудиками. Там же киоски с фастфудом и даже ресторанчики – подходящее место для встречи. Из задумчивости Машу вывело очередное автоматическое объявление о том, как осторожно нужно пользоваться лифтами. Маша поняла, что лифта она ждёт уже минут пять. Причём цифры над закрытыми дверями показывают, что оба лифта опять прячутся где-то внизу и там куда-то движутся, но как-то очень неторопливо.

Что же делать? Мама, наверное, уже беспокоится. Неужели подниматься по эскалаторам? Она почти было решилась на такой подвиг, как вдруг лифт всё-таки пришёл, двери открылись, и Маша начала приветствовать стоящего в лифте японца, а тот начал приветствовать Машу. Но оба приветствия неожиданно трансформировались в нечто совсем иное.

– Кон... ничиво себе! – сумела произнести Маша.

– Конни...чиво ты тут делаешь? – спросил стоящий в лифте японец, которым оказался Машин сосед по лестничной клетке профессор Иван Петрович. Глаза Ивана Петровича и Маши синхронно округлились, придав обоим совершенное сходство с персонажами японского аниме.

– Вы не сказали... – начала было Маша, но тут двери лифта стали закрываться, и Маша поспешила зайти внутрь.

– ...что едете в Японию! – в Машинем голосе была обида.

– А я должен был? – ответил профессор. – С другой стороны, ты мне тоже не докладывала, что на днях собираешься заглянуть в район Сумида.

– А что вы здесь делаете?

– Я приехал на конференцию в университет Цукубы. Решил вот зайти в магазин и купить себе хозяйственные ножи, – профессор показал на большой пакет, который он держал в руках. – Хотя я успел об этом пожалеть. Никогда ещё не приходилось



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

испытывать на себе парадокс лифта так долго. Я устал ждать и решил поехать вверх, чтобы потом спуститься на том же лифте.

– Лифта? Какой парадокс лифта?

Тут дверь открылась, и друзья вышли на крышу. Осмотрев окрестности, Иван Петрович передумал ехать вниз, и они зашагали к ресторанчику, где Маша планировала найти родителей.

Помолчав, профессор всё же ответил:

– Да вот такой парадокс лифта. Он заключается в том, что если ты ждёшь лифт на каком-то из верхних этажей высокого здания, то тебе кажется, что лифты чаще идут вверх, чем вниз, хотя на самом деле лифт ходит одинаково часто в обоих направлениях.

– Я же была в верхней части гипермаркета, а лифты были внизу. Потом я отошла, вернулась, а они опять внизу. Глупые лифты. Действительно, парадокс!

– Ключевую роль играет слово «чаще». Конечно, так не всегда, но довольно часто. То есть надо понаблюдать за лифтами какое-то время. Я знаю об этом парадоксе давно, но почувствовал всю его прелесть и силу только здесь – в Японии. Он действительно работает, и даже сложнее, чем думали Стерн и Гамов.

– Это кто?

– Физики. Они работали в разных лабораториях. Георгий Гамов – в нижней части здания, а Марвин Стерн, напротив, – на одном из верхних этажей. Они заметили, что первый приехавший на вызов лифт с разными вероятностями приходит снизу или сверху. На нижних этажах выше вероятность того, что придёт лифт сверху, а на верхних – что придёт лифт снизу. Создаётся впечатление, будто лифтовые кабины «образуются» где-то на среднем этаже, часть идёт вниз, часть – вверх, и обратно они не возвращаются.

– Это как? Куда ж они деваются?

– Будем для простоты считать, что лифт может находиться на каждом этаже с одинаковой вероятностью. Если ты в верхней половине здания, этажей под тобой больше, чем над тобой, и более вероятно, что лифт придёт снизу. И всё наоборот, если ты – в нижней части здания. Ясно, что на самый верхний этаж лифт может приехать только снизу, а на самый



нижний – только сверху. Так что вроде парадокс объясняется просто. Но в реальной жизни всё сложнее.

Тут профессору пришлось прервать свой рассказ, поскольку оба достигли точки назначения. Увидев дочь в сопровождении Ивана Петровича, мама и папа на некоторое время потеряли дар речи. А потом Машин папа расхохотался:

– Здравствуйте, дорогой профессор! Вот уж неожиданно. Судя по всему, без теории вероятностей не обойдётся.

– Да уж, не обошлось. Очень есть хочется, – заявила Маша и решительно выбрала курицу терияки.

За обедом после выяснения обстоятельств чудесной встречи речь снова зашла о лифтах. Собственно, заговорил об этом папа, выразивший неудовольствие по поводу непродуманного способа перемещения по «Тобу», каким является лифт. Ждать его – сущее наказание и испытание нервов, заявил папа.

– Да ничего странного. Обычный парадокс лифта, – будничным голосом сообщила Маша.

Мама метнула быстрый взгляд на профессора, который сделал вид, что ничего не заметил, и поспешил внести ясность в вопрос о лифтах.

– Тут, друзья мои, не просто парадокс лифта в понимании Гамова-Стерна. В японских гипермаркетах всё устроено так: чем ниже этаж, тем он многолюднее. На нижних этажах электроника, продукты, затем одежда, потом хозтовары. Выше – игрушки, ещё выше – декор и интерьеры, в верхних этажах модные и дорогие бутики. А на крыше – ресторан и сад, где совсем немногочленно. Чем выше этаж, тем меньше народу. Это вызывает более активное движение лифтов между, скажем, первым и шестым этажами, чем между седьмым и двенадцатым. И если бы лифты устремлялись на ближайший вызов, то попасть на верхние этажи было бы совсем невозможно.

Поэтому лифты работают по специальному алгоритму – они ездят вверх-вниз, подбирая попутных пассажиров. Конечно, лифтовые кабины ниоткуда не возникают и никуда не исчезают. Сколько раз кабина в некоторую единицу времени прошла вверх, столько же она прошла вниз, и поэтому ждать лиф-



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



Художник Мария Усейнова

та на любом этаже, казалось бы, придётя недолго. Но на самом деле это не так, поскольку спрос на кабину на разных этажах разный. На посадку и высадку людей на нижних этажах уходит много времени, а на верхних этажах пассажиров немного.

– Да, – призналась Маша. – Представляете, в самом населённом городе мира я стою и одна жду лифта. Это само по себе парадокс.

– Вот-вот. Пока лифт был внизу, он делал частые остановки и долго ждал, пока пассажиры войдут и выйдут. А Маша ждала на восьмом этаже и никак не могла дождаться. А потом лифт всё же вырвался на свободу, быстро подхватил одинокую Машу, быстро обслужил верхние этажи и быстро вернулся вниз, где на него опять напало множество покупателей. Это как с пробкой на дороге: в пробке машины едут медленно, и их скапливается много на одном участке. Затем пробка рассосалась, машины поехали быстро, и кажется, что машин на дороге мало. Но если измерить количество машин, проходящих за единицу времени через определённую точку, то оно может оказаться одинаковым и в пробке, и после неё.

А вот что делает ситуацию ещё более интересной: Дональд Кнут² подсчитал, что с увеличением числа лифтов вероятность того, что на любом этаже (кроме первого и последнего) первым придёт лифт снизу, стремится к $1/2$, и вероятность того, что первым придёт лифт сверху, также стремится к $1/2$. То есть парадокс лифта работает только в том случае, если ждать конкретный лифт. Если же лифтов много и вам не важно, на каком ехать, парадокса заметно не будет: все вероятности будут близки к $1/2$.

– Кто бы мог подумать, что даже в движении лифта есть математика и всякие парадоксы, – подытожила Маша мама.

Но Маша уже не слышала рассказ о подсчётах Дональда Кнута. Она думала. Вдруг она вскочила, подбежала к смотровой площадке и глянула вниз на автомобили. Как это – количество машин в пробке и после неё одинаковое? Не может быть. Парадокс.

² Дональд Кнут – известный учёный в области computer science, см. статью Г. Фельдмана «Дональд Кнут» в «Квантике» № 11 за 2014 г.