

## СФЕРИКОНЫ И ГЕКСАКОН

*Сфериконы* – математические игрушки, забавно катающиеся по плоскости. Начнём с описания простейшего сферикона.

Возьмите в руки квадрат за две противоположные вершины и поворачивайте его вокруг диагонали, которая их соединяет. Какую фигуру «заметёт» квадрат? Это будут два конуса, склеенных по основанию. Если сделать такую фигуру, разрезать её по квадрату и вновь склеить половинки, но с поворотом на  $90^\circ$ , получится *тетракон* (рис. 1).

Поверхность тетракона состоит из отрезков. Точнее, из 4 вершин квадрата, двух полуокружностей и бесконечного числа одинаковых интервалов (интервал – это отрезок без его концов). Попробуйте пройтись по поверхности тетракона так, чтобы вернуться в исходную точку и пересечь все интервалы по разу!

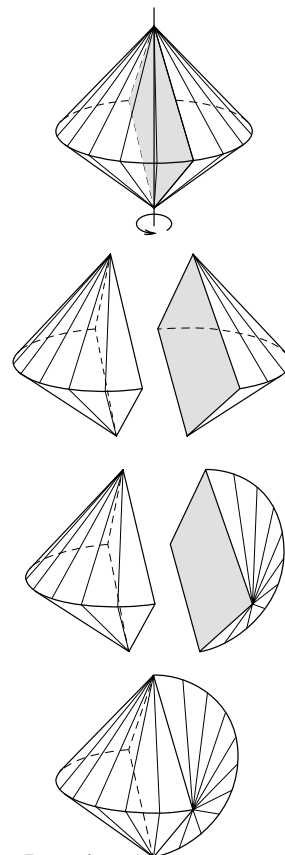


Рис.1

Поверхность конуса можно полностью обклеить в один слой сектором, вырезанным из плоскости. Поэтому тетракон можно обклеить четырьмя секторами, которые соединены в зигзагообразную дорожку – см. развёртку на с. 15. Сделайте из неё тетракон своими руками!

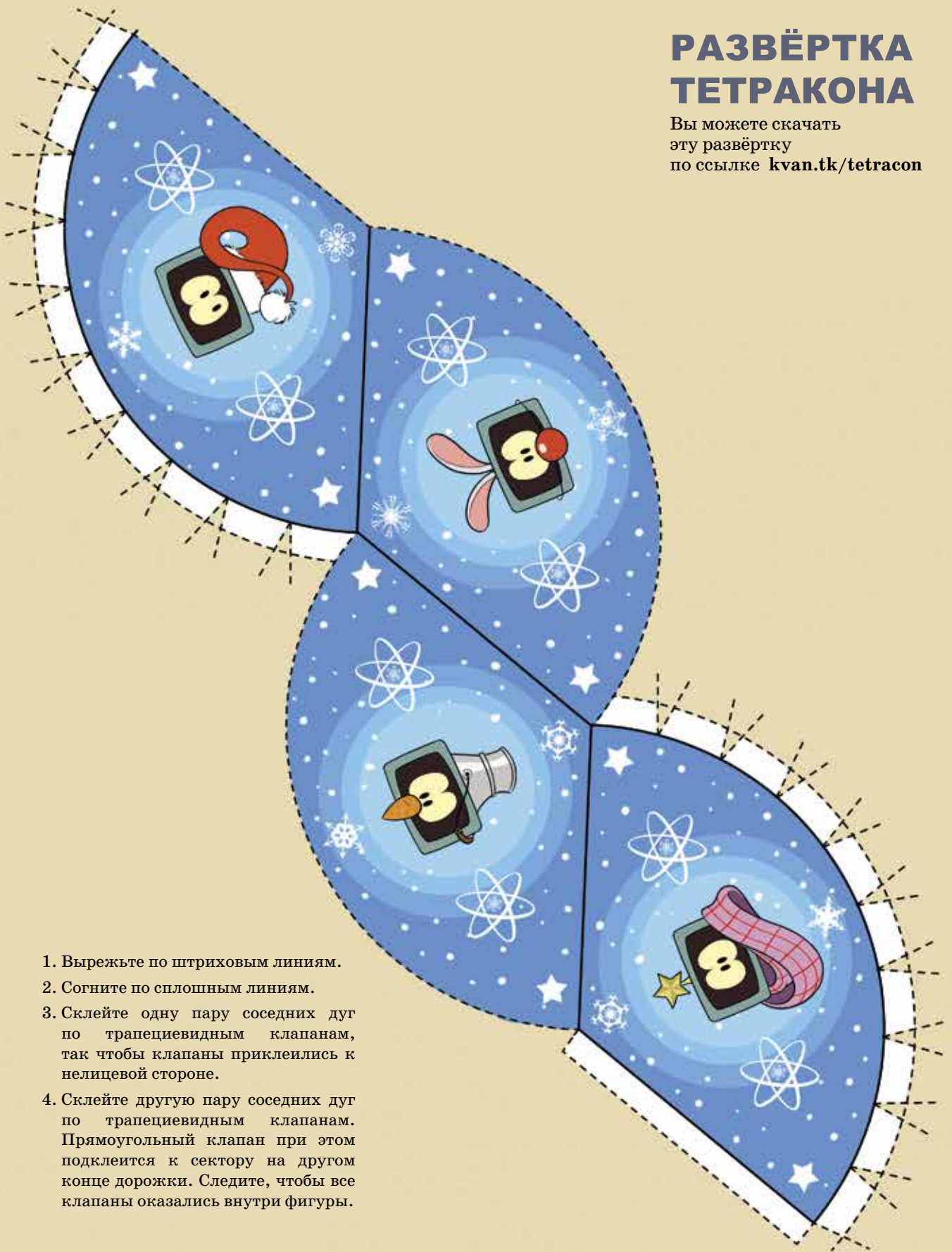
**Задача 1.** Найдите углы секторов на развёртке.

Тетракон прекрасно катится по плоскости, как бы по дорожке из секторов, которую можно продолжать, повторяя секторы. И хотя его качает то влево, то вправо, центр тетракона всё время остаётся на одной высоте, что и обеспечивает плавность движения.

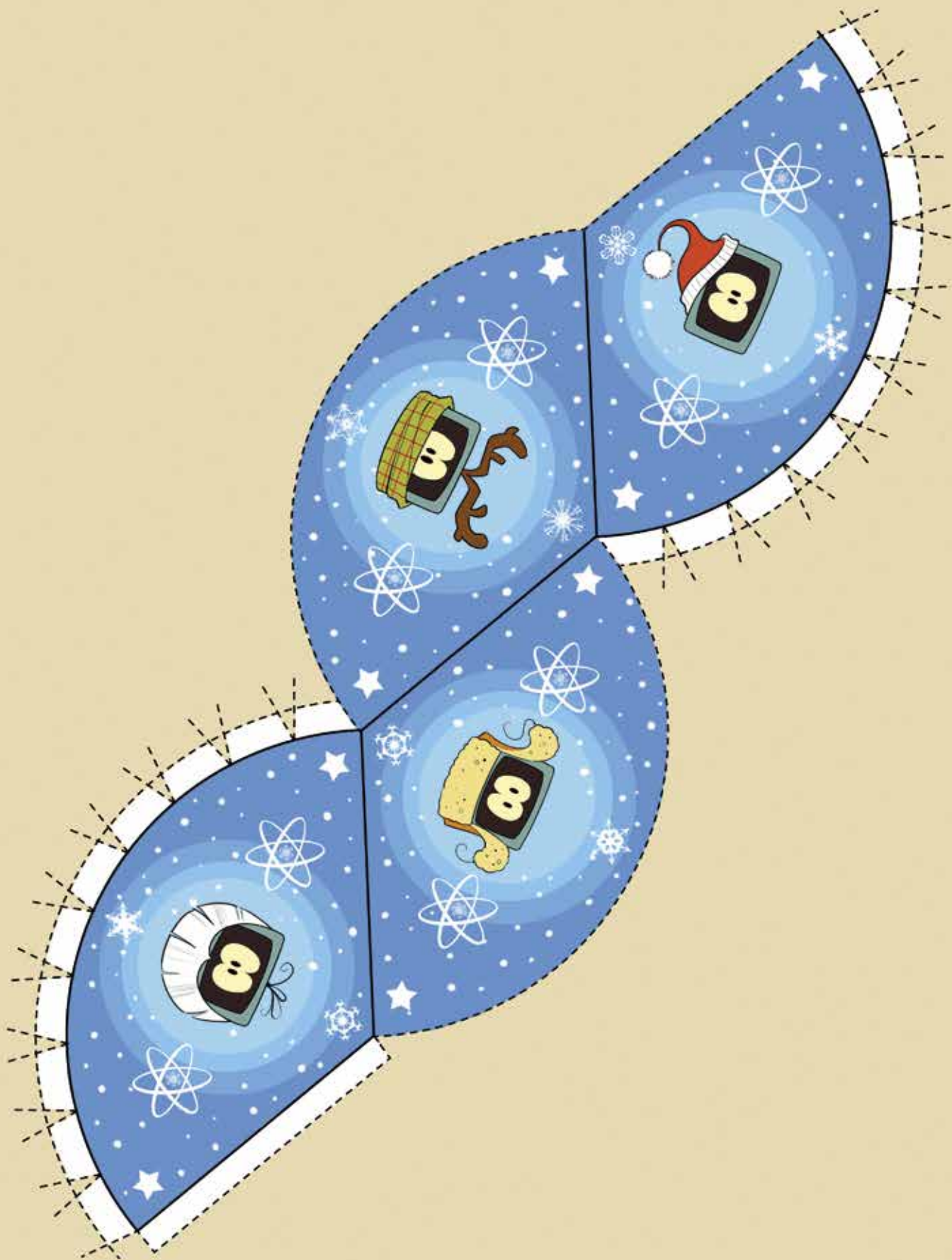
Чтобы увидеть, что высота центра не меняется, заметим, что, когда мы вращали квадрат, круг, вписанный в него, «заметал» шар, который касался всех отрезков двойного конуса. После разрезания двойного конуса на две части и поворота одной из частей всё

# РАЗВЁРТКА ТЕТРАКОНА

Вы можете скачать  
эту развёртку  
по ссылке [kvan.tk/tetracon](http://kvan.tk/tetracon)



1. Вырежьте по штриховым линиям.
2. Согните по сплошным линиям.
3. Склейте одну пару соседних дуг по трапециевидным клапанам, так чтобы клапаны приклеились к нелицевой стороне.
4. Склейте другую пару соседних дуг по трапециевидным клапанам. Прямоугольный клапан при этом подклеится к сектору на другом конце дорожки. Следите, чтобы все клапаны оказались внутри фигуры.





равно шар остался шаром с тем же свойством касания отрезков. Поэтому, когда тетракон катится по плоскости, шар внутри него тоже катится по этой плоскости. Значит, центр не меняет высоту.

**Задача 2.** По какой траектории движется центр?

**Задача 3.** Разрежьте правильный тетраэдр на две равные части одним плоским разрезом, не проходящим через вершины тетраэдра (правильный тетраэдр – это треугольная пирамидка, все четыре грани которой – одинаковые равносторонние треугольники).

Обобщим конструкцию тетракона, сохранив его забавные свойства. Квадрат заменим на любой правильный многоугольник, диагональ – на любую ось симметрии многоугольника. Склеивать две половинки после разрезания можно с подкруткой на разные углы.

Если же в многоугольнике чётное число сторон, можно половинки взять у двух разных фигур – возникающих при вращении многоугольника вокруг диагонали (первая) и вокруг прямой, соединяющей середины противоположных сторон (вторая), – и склеить (по многоугольнику).

Всевозможные фигуры, которые так получаются, называют *сфериконами*. Как устроена поверхность сферикона? Когда мы вращаем многоугольник, из его сторон с общей вершиной, лежащей на оси вращения, получаются конусы. Цилиндры возникают из сторон, параллельных оси вращения. Почти из всех остальных сторон получаются усечённые конусы, а ещё могут получиться плоские круги.

**Задача 4.** В каком случае при вращении стороны получается круг?

**Задача 5.** Нарисуйте след от катящегося сферикона, полученного из правильного шестиугольника вращением вокруг диагонали и подкруткой половинок на  $60^\circ$  (рис. 2).

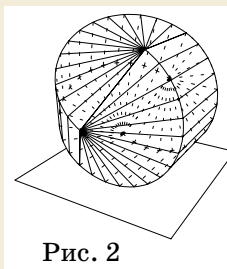


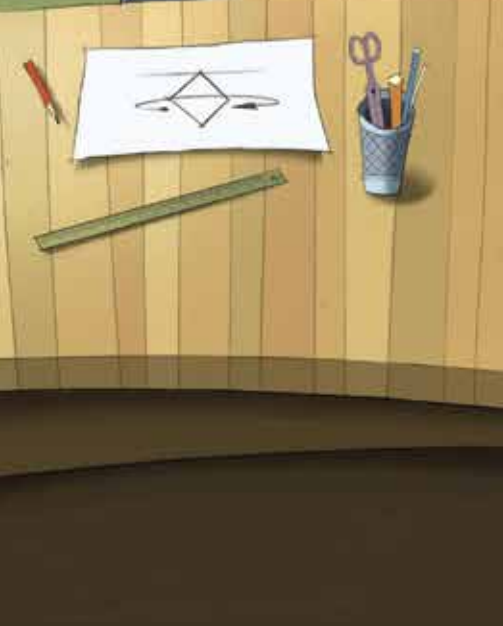
Рис. 2

**Задача 6.** Покажите, что сферикон, полученный из пятиугольника, нельзя катить в одну сторону сколь угодно долго.

**Задача 7.** Сферикон получен вращением чётного многоугольника вокруг диагонали и склеиванием половинок с подкруткой на такой угол, что подкрутка перево-



# СВОИМИ РУКАМИ



дит сторону многоугольника в соседнюю. Покажите, что при катании сферикона по плоскости любая точка его поверхности рано или поздно коснётся плоскости.

**Задача 8.** Сферикон получен вращением 12-угольника вокруг диагонали и склеиванием половинок с подкруткой на  $90^\circ$ . Его покатали по окрашенной плоской поверхности, поставили другим боком на неё, снова покатали и так несколько раз. Оказалось, что вся поверхность сферикона окрасилась. Какое минимальное количество раз его переставляли на другой бок?

Тетракон запатентовал в 1980 году Дэвид Хирш. А в 2017 году он опубликовал видео, в котором катится другая придуманная им фигура – *гексакон*: [kvan.tk/hexascon](http://kvan.tk/hexascon). Гексакон обладает теми же хорошими свойствами, что и тетракон: его поверхность состоит из отрезков, при катании любая его точка рано или поздно касается плоскости, центр всегда на одном и том же расстоянии от плоскости. А ещё, в отличие от тетракона, он центрально-симметричен. Поэтому при катании высота гексакона всё время одна и та же, а центр находится на половине этой высоты.

Гексакон состоит из 6 одинаковых частей. Части получаются из половинки конуса, у которого в сечении – равнобедренный треугольник с углом  $120^\circ$ . Через середину основания треугольника нужно провести две плоскости, перпендикулярные плоскости треугольника, под углом  $30^\circ$  к основанию, разрезать по ним полуконус и оставить ту часть, в которую попала вершина конуса. У этой части есть грань в виде ромба и два криволинейных ребра (рис. 3). Склеим три экземпляра этой части по циклу, стыкуя по криволинейным рёбрам. Из ромбов составит правильный шестиугольник (рис. 4). Ещё три экземпляра приклеим так, чтобы получилась центрально-симметричная фигура (рис. 5).

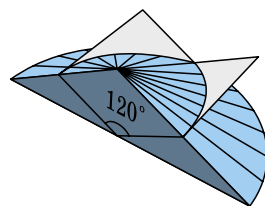


Рис. 3

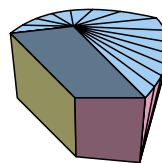


Рис. 4

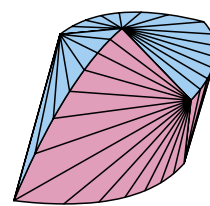


Рис. 5

Можно удалить из тетракона или гексакона почти всё, кроме границ оснований конусов (у тетракона это две полуокружности, у гексакона – криволинейные рёбра) и ещё чего-то, скрепляющего границы в конструкцию, которая не разваливается. Полученный «каркас» будет так же кататься по плоскости (если только центр масс не поменялся). На фото танцовщица Франциска Хаузер использует снаряд, составленный из изогнутых рёбер октаэдра: четыре ребра выгнуты так, чтобы получились две полуокружности тетракона, а остальные прогибаются внутрь.



Фото взято с персональной страницы артистки:  
[zirkus-meer.at/artisten/franziska-hauser](http://zirkus-meer.at/artisten/franziska-hauser)

В другом видео с Дэвидом Хиршем можно узнать о *поликонах* – семействе фигур, которое включает в себя и тетракон, и гексакон: [kvan.tk/polycons](http://kvan.tk/polycons).

А вот какое обобщение сфериконов предлагает Александр Перепечко. Нарисуем на сфере одну или несколько замкнутых кривых. Прокатим плоскость по этой сфере, так чтобы точка касания перемещалась вдоль этих кривых. Часть пространства, которая будет по ту же сторону от плоскости во всех её положениях, что и сфера, в шутку назовём *крутиконом*.

**Задача 9.** Какой крутикон получится, если на сфере нарисован экватор? А если другая окружность?

**Задача 10.** Какую кривую нужно нарисовать, чтобы получился тетракон? А гексакон?

Художник Алексей Вайнер

