

■ НАШ КОНКУРС, IV тур («Квантик» № 12, 2020)

16. Можно ли заполнить таблицу 4×4 различными целыми числами от 1 до 16 так, чтобы никакие два соседних числа не стояли рядом (в соседних клетках по вертикали, горизонтали или диагонали)?

1	5	2	6
9	13	10	14
3	7	4	8
11	15	12	16

Ответ: да, пример на рисунке.

17. Любой ли остроугольный треугольник можно разрезать на 17 тупоугольных треугольников?

Ответ: да. Во-первых, любой остроугольный треугольник можно разбить на остроугольный и тупоугольный, проведя отрезок из вершины к противоположной стороне, отличный от высоты (рис. 1). Во-вторых, любой остроугольный треугольник ABC можно разбить на три тупоугольных ADB , BDC и ADC , взяв точку D на одной из высот, скажем, AH , близко к её основанию, и соединив с вершинами треугольника (см. рис. 2). Действительно, углы ADC и ADB больше, чем AHC и AHB соответственно, а значит – тупые. А если точку D взять близко к H , то угол BDC будет чуть меньше 180° , то есть он тоже тупой.

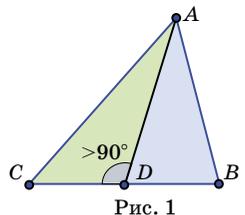


Рис. 1

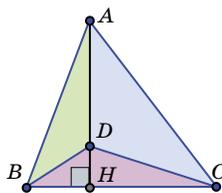


Рис. 2

Применяя 14 раз первое разбиение (каждый раз будет оставаться один остроугольный треугольник), а потом один раз – второе, получим нужное разбиение.

18. Квантик и Ноутик играют в такую игру. Ноутик диктует Квантику цифры от 1 до 9 в том порядке, в котором захочет (каждую по одному разу). Квантик записывает их на листе бумаги, причём каждую цифру, начиная со второй, пишет либо слева, либо справа от всех ранее написанных цифр. В результате на листе образуется девятизначное число. Квантик хочет, чтобы оно было как можно больше, а Ноутик – чтобы оно было как можно меньше. Какое число получится, если оба будут играть наилучшим образом?

Ответ: 912345678. Квантик может всегда сделать число, начинающееся на 9, если запишет девятку слева от ранее записанных цифр, а все последующие цифры – справа. А Ноутик

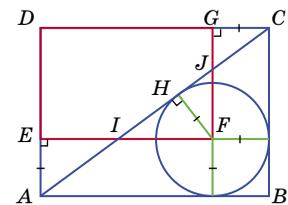
может обеспечить минимально возможное число, начинающееся с девятки, если сначала назовёт 9, а остальные цифры продиктует в порядке возрастания: 1, 2, 3, ..., 8.

19. Числа 41 , $41 + 2$, $41 + 2 + 4$, $41 + 2 + 4 + 6$, $41 + 2 + 4 + 6 + 8$, $41 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10$, $41 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12$ простые. Верно ли, что так будет всегда и дальше?

Ответ: нет. Так как $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$, число $41 + 2 + 4 + \dots + 80 = 41 + 40 \cdot 41 = 41^2$ не простое. При этом все предыдущие числа действительно простые (замечил это ещё Леонард Эйлер в XVIII веке).

20. Даны два прямоугольника $ABCD$ и $DEFG$, причём точка E лежит на отрезке AD , точка G лежит на отрезке CD , а точка F – центр вписанной окружности треугольника ABC . Во сколько раз площадь прямоугольника $ABCD$ больше площади прямоугольника $DEFG$?

Ответ: в 2 раза. Высота FH треугольника FIC (см. рисунок) равна радиусу данной окружности, а значит, равна отрезкам AE и GC . Но тогда прямоугольные треугольники FHI и AEI равны (по углу и катету). Аналогично, равны треугольники FHJ и CGJ . Тогда площадь прямоугольника $DEFG$ равна площади треугольника ACD , а это половина прямоугольника $ABCD$.



■ ПОТРЕСКИВАЮЩИЙ ЛЁД И ШИПАЩИЕ АЙСБЕРГИ («Квантик» № 1, 2021)

Поверхность попавшего в тёплую воду кубика льда нагревается и расширяется, а внутренность остаётся холодной и не расширяется. От неравномерного расширения во льду возникают микротрещины. Звук образования этих трещин мы и слышим.

У шипения «айсберговой газировки» причина другая. В мутном непрозрачном льде айсберга много мелких пузырьков воздуха. Когда такой лёд тает, воздух из пузырьков с шумом вырывается наружу, что мы и слышим.

■ ЗИМНИЕ ЗАДАЧИ («Квантик» № 1, 2021)

1. Зажечь огонь можно, сделав из льда линзу и в солнечный день сфокусировав ею солнечный свет на кусочек бумаги. Линзу сделать несложно, если есть большая ёмкость подходящей – сферической или параболической – формы. Ещё несколько лет назад продавались

такие ледянки для катания с горки. Надо просто налить в неё чистую воду и заморозить в горизонтальном положении, вторая поверхность линзы будет плоской. Чтобы лёд был прозрачным (без мелких пузырьков), нужно предварительно прокипятить воду в течение 10 минут.

2. Быстро (но только для здоровых и не сильно замёрзших!) – растереться снегом, на дольше – вырыть пещеру или сделать снежную избу йглу; снег плохо проводит тепло, значит, хорошо защищает от сильного холода.

3. Чистая вода замерзает быстрее, чем солёная. Нужно заморозить воду до состояния «шуги» – когда часть замёрзла, часть ещё нет, и маленькие льдинки плавают в ледяной воде. Тогда воду слить, а лёд растопить обратно. Полученная вода будет содержать гораздо меньше соли. Но, конечно, чтобы очистить хорошо, эту процедуру надо повторить много раз.

4. Место соединения лыжи с ботинком должно приходиться на центр масс лыжи. Тогда лыжа хорошо слушается – её легко поднять или повернуть – и хорошо скользит. Если сдвинуть крепление назад – лыжа будет «уезжать» из-под лыжника, скользить будет хорошо, но устойчивость ухудшится, лыжу будет тяжело повернуть, и оттолкнуться ею от снега как следует не выйдет. Если же сдвинуть немного вперёд – центр тяжести окажется не у носка, а ближе к середине ноги. Такое положение очень устойчиво, и оттолкнуться будет даже удобнее, но скользить будет хуже. Некоторые, впрочем, так больше любят и специально сдвигают крепление – но совсем чуть-чуть, на сантиметр.

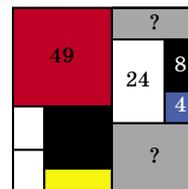
Чтобы найти центр масс, нужно положить лыжу на 2 карандаша, рёбра двух линеек или хотя бы на 2 указательных пальца и постепенно приближать их друг к другу так, чтобы лыжа не упала. То место, где они соединятся, и есть центр масс; лыжа, поставленная этим местом на узкое ребро линейки, не падает. Сейчас на многих (но не всех) лыжах центр масс – «линия баланса» – уже сразу отмечен.

■ XII ТУРНИР ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА
(«Квантик» № 1, 2021)

Математика

1. Ответ: 42. Сторона синего квадрата равна 2, поэтому стороны чёрного прямоугольника равны 2 и 4. Площадь бело-чёрно-синего прямоугольника равна 36, а его вертикальная сторона $2 + 4 = 6$. Значит, это квадрат, и его го-

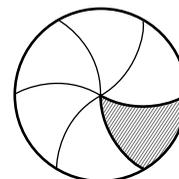
ризонтальная сторона также равна 6. Красный квадрат имеет сторону 7, поэтому сторона всего полотна составляет $6 + 7 = 13$. Наконец, площадь серых прямоугольников есть разность площади правой «половины» полотна и бело-чёрно-синего квадрата: $6 \cdot 13 - 36 = 42$.



2. Каждому варианту раскраски, в котором есть хотя бы один регион белого или красного цвета, можно назначить пару: вариант раскраски, где все белые регионы перекрашены в красный цвет, а все красные – в белый. При этом вариант изменится, а белый и красный цвета всё ещё не будут граничить.

Тогда вариантов раскраски, где есть хотя бы один регион белого или красного цвета, чётное количество – ведь они все разбились на пары! Остался ещё один вариант, где все регионы России покрашены в синий цвет. Значит, общее количество раскрасок нечётно.

3. Круг радиуса 1 ярд с центром в любом из верхних углов щита можно целиком замостить шестью щитами без наложений, поворачивая щит пять раз вокруг выбранной вершины на 60° . Следовательно, площадь щита составляет одну шестую долю площади круга радиуса 1, то есть $\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 1^2 \approx \frac{1}{6} \cdot 3,14 \approx 0,52$.



Лингвистика

Ответ: хахахаа – посмеиваться, жокжоко – сильно толкать, жожоко – подталкивать, баа – стучать, мавамава – полностью покраснеть, хохоро – потягивать, веее – поблёскивать, хаахаа – смеяться, бабаа – постукивать, хорохоро – сильно тянуть, хоро – тянуть, маа – уставать.

Нейтральный вариант действия обозначается исходной формой глагола. Для обозначения слабого действия в начале повторяются первый согласный и первый гласный звуки основы, а для сильного – основа удваивается целиком. Глагол хаахаа – звукоподражание.

Физика

1. Ответ: чёрным. Зелёный предмет отражает только зелёные лучи, а красные (и другие оттенки) поглощает. Красное стекло пропускает только красные лучи, а зелёные поглощает. В итоге все лучи будут поглощены либо предметом, либо стеклом.

2. Ответ: в первом случае тень возникает, во втором – нет, но возникнет при расстоянии менее 2 см. Посмотрим на карандаш с торца. В первом случае (на рисунке 1) видно, что для узкой лампы, расположенной достаточно высоко, прямо под карандашом есть область, до которой от неё не доходят никакие лучи. Значит, тень будет. Во втором случае (на рисунке 2) для достаточно длинной лампы такой области может не быть. Тогда все точки стола под карандашом освещены (хотя бы частью лампы).

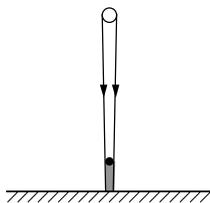


Рис. 1

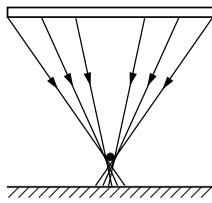


Рис. 2

Когда же возникает тень во втором случае? Рассмотрим лучи от крайних точек лампы (B и C на рисунке 3), пусть они пересекаются в точке A . Длина лампы BC – обычно от 30 см до 1 м, мы возьмём её равной 50 см. Диаметр карандаша DE составляет около 0,5 см. Тогда треугольники BAC и DAE подобны с коэффициентом $BC : DE = 100$. Высота треугольника BAC равна высоте комнаты, то есть примерно 2 м. Тогда высота треугольника DAE равна 2 см. При меньшем расстоянии от карандаша до стола возникнет тень.

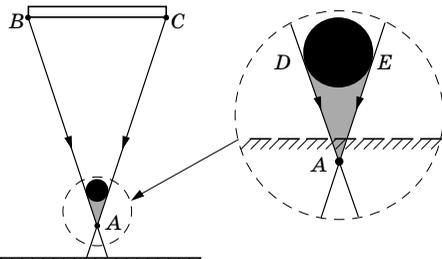


Рис. 3

3. И в северном, и в южном полушариях Земли Солнце встаёт на востоке и садится на западе. В северном полушарии днём оно находится в южной части небосклона, перемещаясь, тем самым, слева направо. В южном же полушарии днём Солнце находится в северной части неба, а значит, перемещается справа налево. Для определения полушария, в котором вы находитесь, достаточно в течение дня понаблюдать за тенью от любого высокого предмета (например, от дерева): в северном полушарии она поворачивается по часовой стрелке, а в южном – против.

К сожалению, этот способ не сработает вблизи экватора – между северным и южным тропиками. Там Солнце часть года находится в южной части неба, а часть – в северной, два раза в год проходя через зенит. Для определения полушария в этом случае нужно знать точную дату наблюдения и иметь прибор для измерения угловой высоты Солнца над горизонтом.

Астрономия и науки о Земле

1. Уровень океана определяется по изменению состава слоёв (фаций) осадочных пород. Осадочные породы бывают прибрежными (терригенные отложения) – это известковые породы, галька, гравий, песок – и глубоководными (пелагические отложения) – глинистые породы, зоогенный ил, например, известковые остатки глубоководных растений и бактерий, мел. Если прибрежные породы располагаются под глубоководными, это означает поднятие уровня воды. Если наоборот – это означает понижение уровня воды. Также снижение уровня воды можно определить по отложениям растворимых пород, например солей.

2. • Ось вращения планеты наклонена, поэтому происходит смена времён года.

- Планета вращается вокруг оси, поэтому происходит смена дня и ночи.
- Гравитация создаёт приливные волны, поэтому Луна повернута к Земле одной стороной.
- На Луне нет атмосферы, поэтому там много кратеров.
- На Венере плотная атмосфера, поэтому там высокая температура.
- Венера ближе к Солнцу, чем Земля, поэтому наблюдается только утром и вечером.
- На Марсе низкое давление, поэтому там нет воды в жидком виде.
- Марс покрыт оксидом железа, поэтому там красная поверхность.
- На Марсе разреженная атмосфера, поэтому там голубой закат.
- Вращение спутника вокруг планеты быстрее, чем планеты вокруг оси, поэтому Фобос падает.

От редакции:

1. На самом деле день и ночь не сменяют друг друга, если планета вращается одной стороной к звезде. При этом она совершает один оборот вокруг своей оси в год.

2. На поверхности Марса не может быть воды в жидком виде. Но в глубине, под толщей

льда – может. В последние годы учёные нашли несколько подлёдных озёр (вода в них, скорее всего, очень солёная), см. kvan.tk/mars-lakes

Биология

Зачем растения могут выделять эти опасные вещества? Для защиты от поедателей, инфекций (грибов, бактерий), для подавления роста растений-конкурентов, а также для привлечения опылителей и распространителей плодов. В некоторых случаях такие вещества могут уменьшать потери влаги.

Что позволяет выживать таким видам? Вот список разных причин:

- растения могут существовать в условиях, когда вероятность возгорания низка;
- эфирные масла могут сгорать так быстро, что растение не повреждается;
- при возгорании могут выживать приспособленные для этого семена;
- движение воздуха при горении может способствовать распространению семян;
- после пожара растения получают конкурентное преимущество перед теми растениями, чьи семена не переносят горения или вырастают медленнее;
- после пожара повышается плодородие почвы, выжившие семена оказываются в более выгодных условиях.

ПОДВОДНЫЕ ЛУЧИ («Квантик» № 1, 2021)

Волны на воде преломляют свет солнца, как линзы. Где-то лучи сходятся, где-то расходятся (см. рисунок), поэтому некоторые «лучи в воде» оказываются освещены больше, другие – меньше. Если вода достаточно мутная для того, чтобы более освещённые части заметно светились рассеянным светом, то мы и видим те лучи, к которым волны фокусируют свет (конечно, для этого вода должна быть не настолько мутная, чтобы вглубь вообще не было видно).



ТРИ ЛЕТОИСЧИСЛЕНИЯ В ТАИЛАНДЕ

На первый вопрос можно ответить сразу: в 1888 году были отчеканены монеты с двумя разными тайландскими датами, стало быть, тогда и произошёл переход с эры чуласакарат на эру раттанокосин.

Далее, посмотрим на 1900 и 1901 годы. При переходе от 1900 к 1901 меняются сразу две последние цифры (единицы и десятки), стало

быть, $\alpha = 9$, $\circ = 0$. Посмотрев на 1902, понимаем, что $\omega = \circ + 1 = 1$, а вернувшись к 1900 и 1901 – что $\mathfrak{L} = \omega + 1 = 2$. Теперь ясно, что год в эре раттанокосин получается вычитанием 1781 из европейского года (например, $119 = 1900 - 1781$). Отсюда 1888 соответствует 107, $\mathfrak{M} = 7$. Далее, сопоставив 1883 и 1888, видим, что $\mathfrak{C} + 5 = \alpha$, стало быть, $\mathfrak{C} = 4$, и мы знаем, что эра чуласакарат получается из европейской вычитанием 639.

Теперь посмотрим на три оставшиеся монеты. Ясно, что они датированы в другой (стало быть, буддийской) эре. Сравним 1913 и 1916, получим $\mathfrak{B} = 9 - 3 = 6$; сравним 1916 и 1917, получим (глядя на десятки) $\mathfrak{E} = 6 - 1 = 5$. Буддийский год получается из европейского прибавлением 543.

Теперь можно приступить к заданию 2. $\mathfrak{L}\mathfrak{E}\omega\circ = 2500$, ясно, что это буддийская эра; европейский год – $2500 - 543 = 1957$. В остальных монетах встречаются незнакомые знаки, а в дате $\mathfrak{L}\mathfrak{E}\mathfrak{M}\mathfrak{C}$ сразу два новых знака; ясно, что один из них – это 3, а второй – 8 (больше ничего не осталось). Попробуем оба варианта. Буддийский год 2538 будет соответствовать европейскому 1995, а $2583 - 2040$; ясно, что такой монеты не может быть. Стало быть, $\mathfrak{M} = 3$, $\mathfrak{C} = 8$. Поэтому $\omega\omega\omega = 131$ (раттанокосин), то есть европейский 1912; $\mathfrak{M}\mathfrak{L}\mathfrak{M}\mathfrak{B} = 1236$ (чуласакарат), то есть 1875.

Переход от раттанокосин к буддийской эре произошёл между 1902 и 1913 годами.

ГОЛОВЛОМКА «ПОДСОЛНЕЧНИК»



БОЛЬШОЙ ТЕАТР, МАВЗОЛЕЙ, МОСКВА ПОДЗЕМНАЯ

Выдумана история про подземных туристов. Судя по всему, действие в ней происходило в 1942 году (так как СССР образовался в 1922 году), то есть в самый разгар Великой Отечественной войны (1941–1945). Ни о каких иностранных туристах и уж тем более об их развлечениях в это тяжёлое время речи быть не могло. К тому же охраной порядка в советское время занимались не полицейские, а милиционеры. Полиция же, если отбросить дореволюционный период, появилась в нашей стране много лет спустя, уже в XXI веке.