КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, I тур

(«Квантик» № 1, 2021)

1. *Пете попалось на глаза некое слово (существительное, нарицательное, в словарной форме).*

– Ну и словечко! – воскликнул Петя. – Сначала написано число, а потом – название этого числа.

Какое слово увидел Петя?

Петя увидел слово **ОЗЕРО**: буква О выглядит так же, как число «ноль», а «зеро» – одно из названий нуля (так называется 0 на поле для игры в рулетку).

2. *Маленькую Иру папа называет «пигалица» – за то, что Ира очень любит ДЕЛАТЬ ЭТО и с удовольствием всем об этом рассказывает. Какой глагол мы заменили на ДЕЛАТЬ ЭТО?*

Ира любит **прыгать** и с удовольствием всем об этом рассказывает. А поскольку Ира, как многие маленькие дети, пока не выговаривает букву *р*, вместо «Я прыгаю!» у неё получается «Я пигаю!». Вот папа и прозвал её «пигалицей».

3. *Какая последняя по порядку буква русского алфавита обозначает согласный, парный и по твёрдости-мягкости, и по звонкости-глухости?*

Буква **Ф**. После неё в алфавите ещё есть согласные буквы Х, Ц, Ч, Ш и Щ, но все они, кроме Ш, глухие непарные, а Ш – всегда твёрдый.

4. *Бюрократ бывает туповатый и дубоватый. А песок?*

Слово *дубоватый* получается из слова *туповатый* заменой глухих согласных на первом и третьем местах на парные им звонкие. Песок тоже можно охарактеризовать парой прилагательных, устроенной таким же образом: он бывает ***сыпучий*** и ***зыбучий***.

5. *Найдите русское слово, состоящее не менее чем из четырёх морфем, таких что каждая из них состоит ровно из одной буквы. (Морфема – любая значимая часть слова.)*

В качестве ответа подходят глагольные формы ***ушла***, ***ушло***, ***ушли***, ***уела***, ***уело***, ***уели***, ***усну*** (возможно, список не исчерпывающий). Каждая из них состоит из четырёх однобуквенных морфем: приставки, корня, суффикса и окончания.

НАШ КОНКУРС, VI тур («Квантик» № 2, 2021)

26. *Рома и Саша налили себе доверху одинаковые чашки чая. Рома сначала выпил полчашки, потом отпил глоток, а затем выпил треть оставшегося. А Саша сначала выпил треть чашки, потом отпил такой же глоток, как Рома, а затем выпил половину оставшегося. Кто выпил больше чая?*

Ответ: больше выпил Рома. Если выпить 1/2 чего-то, останется исходный объём, умноженный на 1/2. Если выпить 1/3 чего-то, останется исходный объём, умноженный на 2/3. Если бы Рома и Саша не отпивали по глотку, оба оставили бы $1/2 \cdot 2/3 = 2/3 \cdot 1/2 = 1/3$ чашки.

При этом Рома выпил бы лишь треть своего несделанного глотка, а Саша – половину.

Но на самом деле ребята сделали по целому глотку, то есть Рома выпил на 2/3 глотка больше, чем 1/3 чашки, а Саша – на 1/2 глотка больше. Значит, Рома выпил больше, чем Саша (на $2/3 - 1/2 = 1/6$ глотка).

27. *Решите ребус:* СОЯ + СОЯ + СОЯ = МЯСО. *(Найдите все решения и докажите, что других нет. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными – разные, и ни одно число не начинается с ноля.)*

Ответ: 793 + 793 + 793 = 2379. Переберём все значения Я от 0 до 9. Записав ребус в столбик и продвигаясь по разрядам справа налево, для каждого значения Я найдём сначала О, потом С, потом проверим Я и найдём М. Заполним табличку, отбрасывая случаи, когда получается, что две разные буквы означают одну и ту же цифру или буква Я означает разные цифры. Противоречия не возникает лишь при Я = 3.

Я	О	С	Я	М
0	0			
1	3	9	7	
2	6	8	5	
3	9	7	3	2
4	2	7	1	
5	5			
6	8	5	7	
7	1	5	5	
8	4	4		
9	7	3	1	

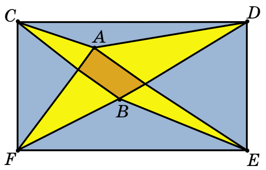
28. *Головоломка «Ёлки-палки» состоит из 100 палочек, длина каждой из которых либо 1 см, либо 3 см. Требуется из всех этих палочек (не ломая) составить правильный многоугольник. Вовочка попытался выложить прямоугольник, но доказал, что этого сделать нельзя, и считает, что головоломка бракованная. Прав ли он?*

Ответ: да. Если в наборе чётное число коротких (по 1 см) палочек, то длинных тоже будет чётное количество, и прямоугольник выложить можно: пустим две одинаковые палочки на две противоположные стороны прямоугольника, а остальные палочки разделим на два одинаковых набора для оставшейся пары сторон.

Если в наборе нечётное число коротких палочек и их хотя бы 3, мы можем сложить из трёх коротких палочек одну длинную. Тогда количество обоих видов палочек станет чётным, и можно будет выложить прямоугольник как в первом случае.

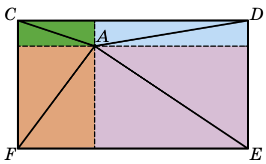
Значит, в наборе Вовочки было 99 длинных палочек (по 3 см) и 1 короткая (1 см). Если из всех этих палочек выложить многоугольник, то длины его сторон, составленных только из длинных палочек, будут делиться на три, а длина стороны, содержащей короткую палочку, – нет. Значит, в таком многоугольнике обязательно найдутся неравные стороны и он не может быть правильным.

29. *Две точки A и B внутри прямоугольника соединили с его вершинами, как показано на рисунке. Докажите, что суммарная площадь двух жёлтых треугольников, примыкающих к точке A, равна суммарной площади двух жёлтых треугольников, примыкающих к точке B.*

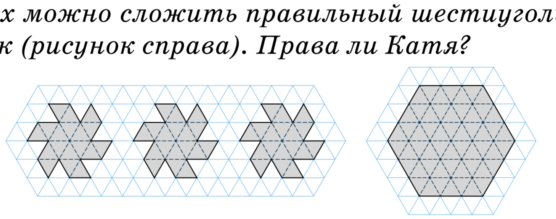


Добавим к каждой из суммарных площадей левый и правый голубые треугольники. Получим с одной стороны суммарную площадь треугольников CAF и DAE, а с другой – треугольников CBF и DBE. Но каждая из этих площадей составляет половину площади всего прямоугольника!

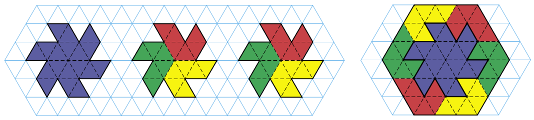
Докажем это, например, для первой пары треугольников. Проведём через точку A две линии, параллельные сторонам прямоугольника. Они разделят $CDEF$ на четыре меньших прямоугольника, которые делятся своими диагоналями AF, AC, AD и AE пополам. В итоге половина общей площади $ABCD$ попадает внутрь треугольников CAF и DAE и половина – наружу.



30. *Андрей вырезал из бумаги «в треугольную клеточку» три одинаковые снежинки для украшения новогодней ёлки (рисунок слева). Катя считает, что их можно разрезать так, чтобы получилось всего семь частей, из которых можно сложить правильный шестиугольник (рисунок справа). Права ли Катя?*



Ответ: Катя права, см. рисунок.



ЛИНЗА ИЗ ЛУНЫ («Квантик» № 3, 2021)

Развёрнутый ответ мы дадим позже, а пока подумайте над такими подсказками. 1) Как зависит видимая яркость поверхности от увеличения, с которым мы её рассматриваем через лупу? Проведите эксперимент. 2) Представим, что Луну заменили на такой же шар вещества с яркостью солнечной поверхности. Глядя на такой воображаемый небосвод, сравните освещение от преображённой Луны и Солнца.

У НАС В ГОСТЯХ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ РАДИОКРУЖОК

1. В левую. При уменьшении высоты объём уменьшается в два раза, а при увеличении диаметра – увеличивается в $2^2 = 4$ раза.

2. На одну. Из 8 маленьких кусочков мыла можно сложить исходный кусок.

3. Крупной. У неё меньше кожуры, потому что если разрезать одну картофелину на несколько мелких, их суммарная площадь поверхности будет больше, чем у исходной картофелины (на удвоенную площадь разрезов).

4. Лилипут. Сила мышц зависит от площади их поперечного сечения, что пропорционально квадрату линейных размеров, а вес – кубу.

5. Например, чтобы спастись от перегрева. В организме постоянно образуется тепло. При большом размере площадь поверхности может быть недостаточной для того, чтобы избавиться от лишнего тепла. Вода же хорошо его отводит. Ещё в воде вес тела меньше и уменьшается нагрузка на кости и мышцы.

6. Крупное, потому что объём запасаемой воды пропорционален кубу линейного размера, а испарение пропорционально площади поверхности. Впрочем, бывают специальные механизмы сохранения воды – например, у тихоходки.

7. Хомячкам, как и человеку, нужно поддерживать высокую температуру тела, но, несмотря на шерсть, тепло они теряют быстро, потому что площадь их поверхности бóльшая по сравнению с их объёмом.

8. Дадим упрощённый ответ (настоящая биомеханика намного сложнее). Мысленно увеличим животное во все стороны в k раз. Как изменится высота его прыжка, когда он прыгает вертикально вверх? Сила мышц пропорциональна площади их поперечного сечения, поэтому она увеличится в k^2 раз. Масса увеличится в k^3 раз. Значит, ускорение уменьшится в k раз. Казалось бы, высота прыжка уменьшится? Нет, ведь ещё важно, как долго прикладывается это ускорение, то есть пока животное распрямляет ноги и корпус. От этого зависит скорость в момент отрыва, а значит, и высота прыжка. Поскольку животное стало «медлительнее» в k раз, время возрастёт в k раз. И стартовая скорость останется прежней.

Тем самым размер животного лишь косвенно влияет на высоту прыжка. Например, кузнечику сложно преодолевать сопротивление воздуха, и у увеличенной копии есть все шансы прыгнуть выше. У дельфинов высота прыжка определяется предельной скоростью в воде, и про эту скорость сложно сказать, как она зависит от размера: с одной стороны, влияние сопротивления воды уменьшается, а с другой – животное становится менее подвижным.

Не путайте высоту прыжка животного с высотой, на которую оно запрыгивает. Во втором случае животное может помочь себе передними лапами в конце прыжка, и такая высота сильно зависит от размера животного.

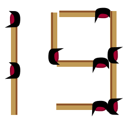
9. Будем оптимально заполнять дробинками ведро, пока не дойдём до стенок. У стенок образуется пустота толщиной не больше диаметра дробинки. Объём пустоты очень мал по сравнению с объёмом ведра, если дробинки мелкие.

СНОВА СПИЧКИ

1. «Укороченная» задача решается ничуть не сложнее. Самую левую спичку расположим вертикально и чуть отнесём её влево. Образуется дробь 1/1, равная 1. На возражение, что древние римляне не знали знака деления в виде наклонной черты, можно ответить, что знака квадратного корня они тоже не знали!

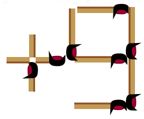
2. Подсказкой для решения могут служить слова «чтобы суммарное количество переложенных спичек равнялось двум». Почему бы просто не написать: «переложить две спички»? А потому, что при такой формулировке легче догадаться, что спички можно ломать.

Нагляднее будет решать задачу в два приёма. Сначала горизонтальную спичку из цифры 7 перенесём в цифру 3, превратив её в девятку.



Теперь займёмся единицей. Отломим от каждой из двух спичек, из которых она состоит, по половинке – и сложим знак «плюс» (см. рисунок).

Вряд ли кто станет возражать, что +9 – это квадрат (равный 3^2). А переложены суммарно ровно две спички (одна целая и две половинки).

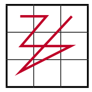


«КЛАССИКИ»

Здесь два секрета. Первый – перед тем как рисовать, поймите, какие прыжки возможны, и упорядочите их по длине – тут поможет теорема Пифагора, а тем, кто её не знает, придётся просто аккуратно нарисовать все эти отрезки на крупных клетках и сравнить их длины с помощью линейки. Второй – рисовать лучше «задом наперёд», начиная с самого длинного прыжка.

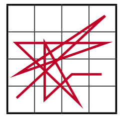
1. 5 прыжков:

1	2	6
3		4
5		

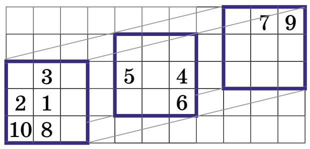


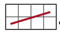
2. 9 прыжков:

			9
6	4		7
8		2	1
10	3	5	



3. 9 прыжков:



В задачах 1–3 удалось сделать все прыжки разной длины, какие только помещаются в заданное поле. Будем записывать прыжок двумя числами – смещением по горизонтали и по вертикали. Например, (3,1) – это . Тогда все возможные прыжки, скажем, в квадрате 3×3, запишутся так: (1,0), (0,1), (1,1), (2,0), ... , (2,2). Поскольку длины прыжков (1,0) и (0,1) равны, число возможных прыжков разной длины – это количество упорядоченных пар чисел, в которых второе число не больше первого, а первое не больше 2. Пару (0,0) не считаем. В кубе – то же, но подсчитываем упорядоченные тройки чисел.

4. Начинаем опять с конца. Казалось бы, можно сделать $4 \cdot 2 = 8$ прыжков: первое число в каждой паре от 1 до 4, второе – 0 или 1. Но не тут-то было: если начинать с длинных прыжков, на четвёртом ходу окажется, что прыгнуть (3,0) некуда: подходящая клетка уже занята. Пропускаем этот прыжок, прыгаем дальше – проблем уже не возникает. Можно было пропустить не (3,0), а (3,1). Но все 8 прыжков (точнее, 4 самых длинных из них) сделать, как мы видели, нельзя. Поэтому ответ – не 8, а 7 прыжков (рис. справа).

8	1	2	5	
6	4		3	7

В квадратах, начиная с размера 7×7, тоже нельзя сделать по разу все возможные прыжки.