

КАК БУСЕЦЬКА ВКЛЮЧАЛА И ИСКЛЮЧАЛА

Коллега Спрудль, развалясь, сидел в кабинете директора фирмы «Математические услуги». Рядом сидел сам директор – Горгулий.

– Я давно мечта-а-ал стать хозяином супермаркета, но и подумать не мог, что это такая морока! – жаловался коллега Спрудль. – Товаров – тонны! Посетителей – толпы! А порядка – бульк!

– Каждый норовит всё потрогать, понюхать и переложить не на ту полку, – поддакнул Горгулий.

– И попробовать на зуб! – прибавил коллега Спрудль. – Товар мнётся, упаковка па-а-ачкается – просто напасть. Пришлось принимать срочные меры, чтобы не вылететь в трубу, бульк!

– Какие же?

– Да ничего особенного, – сказал коллега Спрудль. – У развесного товара можно указа-а-ать вес немного больший, чем на самом деле. У похожих товаров (один подешевле, другой подороже) можно наклеить этикетки так, чтобы оба были подороже... Или можно написать на ценнике, что това-а-ар со скидкой, а скидку не давать. Я придумал десятки таких безобидных мелочей!

– А можно ведь одновременно и то, и другое, и третье «улучшить»?

– Это само получается – у меня нанято 35 работников: один скидку устанавливает, другой вес исправляет, третий этикетку...

– Как хорошо, что я не хожу в ваш магазин! – воскликнул Горгулий. – Остались ли у вас вообще нормальные товары, без «улучшений»?

– Вот это и есть пробле-е-ема, с которой я к вам пришёл, – сказал коллега Спрудль. – Дело в том, что компьютерная система учёта в моем магазине – «1Склад» – недостаточно гибкая, бульк! Например, я знаю, что всего в магазине 100 000 единиц товара. И могу составить запрос про товары с любым комплектом «улучшений» – раз... и пожалуйста: например, товаров, у которых подправлен и вес, и срок годности, да ещё и липовая скидка, – 3000 единиц.

– А что не так со сроком годности?

– Ну... срок годности... меняем пару цифр на фантике, и товар, бульк... служит дольше. Но не будем отвлекаться, короче, я знаю кучу статистики о товарах, но узнать, есть ли в магазине несфальсифици-и-ированные товары – такой запрос не предусмотрен!

– А зачем вам это знать? Дела идут неплохо...

– Я тоже так думал. Но мне сообщи-и-или, что в мой магазин собирается зайти... Злобнопотам! Сам он тот ещё проныра, но обман чувствует за километр. Купит какую-нибудь ерунду... бульк... – шерстяные носки! Обнаружит, что в них не 15, а 85 процентов акрила, – скандал закатит. Вот я и хочу выяснить, остались ли у меня настоящие товары и сколько их.

– Так ли уж важно знать точное количество? Узнайте, сколько у вас товара с подправленным весом, сколько с фальшивой скидкой и так далее, и все эти числа сложите. Получится слегка завышенное количество фальсифицированного товара.

– Я пробовал. Не совсе-е-ем слегка. Получается больше 200 тысяч!

– Эк вы развернулись со своими махинациями! Хорошо. Мы подумаем, что можно выжать из вашей базы данных. Но учтите – дело это недешёвое. Завтра мы сообщим вам, что получилось.

* * *

– Вы чуть было не поставили нас в тупик, – вместо приветствия сказал Горгулий коллеге Спрудлю утром. – Но наш эксперт по математическим затруднениям – Бусенька – оказалась на высоте.

– Для начала, – сказала Бусенька, – разберёмся с простым частным случаем. Например, пусть в магазине некоторые товары обладают свойством «хорошие», а некоторые товары – свойством «очень».

– Что очень? – не понял коллега Спрудль.

– Просто очень. Очень и всё. Свойство так называется – «очень», – подробно разъяснила Бусенька. – Так вот, спрашивается: как найти количество обычных товаров, то есть товаров, которые не являются ни хорошими, ни очень?

– У меня все това-а-ары не очень хорошие...

– Есть! – воскликнула Бусенька. – Вы произнесли ключевую фразу – «очень хорошие»!





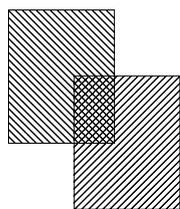
– Нет-нет, бульк! – встрепенулся коллега Спрудль. – Я произнёс не её!

– Ну... почти, – не стала с ним спорить Бусенька. – Давайте с помощью программы «1Склад» узнаем, сколько у нас хороших товаров, сколько товаров очень, и сложим эти количества. Что получится?

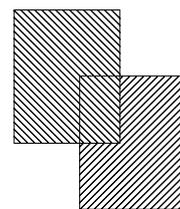
– Ерунда получится, – ответил коллега Спрудль. – Мы подсчита-а-али количество хороших товаров в сумме с количеством товаров со свойством «очень». Но при этом часть товаров подсчитана дважды, а обычные товары, которые нас, собственно, и интересуют, мы вообще не учли ни разу!

– Я всё же уточню, – сказала Бусенька, – в этом сложении дважды учтены очень хорошие товары.

Коллега Спрудль поморщился.



хорошие + очень



хорошие + очень – очень хорошие

– Вычтем из найденной суммы количество очень хороших товаров. В результате очень хорошие товары будут учтены не два раза, а один! Значит, сумма

$$\text{хорошие} + \text{очень} - \text{очень хорошие}$$

равна количеству товаров, обладающих хотя бы одним из этих двух свойств. Вычитая её из общего числа товаров, мы как раз и получим количество товаров, не обладающих ни одним из свойств, то есть обычных. Итак,

$$\text{обычные} = \text{все} - \text{хорошие} - \text{очень} + \text{очень хорошие}.$$

– Эх, если бы всё было та-а-ак просто... – вздохнул коллега Спрудль.

– Остался пустячок! – с энтузиазмом воскликнул Горгулий. – Обобщить формулу на случай, когда товары имеют не два ненужных свойства, а 35!

– Это можно сделать так, – подхватила Бусенька. – Количество всех товаров в магазине обозначим через S , а количество обычных товаров через S_0 . Возьмём список – как это вы называете? ухудшений?

– Улучшений, – подсказал коллега Спрудль.

– Какой абсурдный термин, – сказала Бусенька. – Так вот, для каждого улучшения узнаем в «1Складе», сколько товаров имеет это улучшение. Все эти количества сложим, а сумму обозначим S_1 . Теперь составим список, в котором перечислены всевозможные пары улучшений, и для каждой пары улучшений пусть «1Склад» выдаст, сколько имеется товаров с этими двумя улучшениями. Все эти количества сложим, а сумму обозначим S_2 . Вы поняли закономерность, да? Например, на десятом шаге составляем все возможные наборы улучшений по 10 штук, для каждого такого набора составляем запрос и выясняем, сколько товаров имеют эти 10 улучшений. После чего все подсчитанные количества складываем, а сумму обозначаем S_{10} . Ну и так далее, пока не дойдём до S_{35} – количества товаров, испорченных 35 улучшениями.

– Нема-а-аленькая вам предстоит работа...

– Мы лишь разрабатываем теоретическую модель, – возразил Горгулий. – Считать вы будете сами.

– Вот прекрасная формула, – сказала Бусенька, пресекая перепалку, – по которой вы можете подсчитать количество неулучшенного товара в своём магазине:

$$S_0 = S - S_1 + S_2 - S_3 + S_4 - S_5 + \dots - S_{35}.$$

– Она существенно сложнее-е-е формулы для двух улучшений, – сказал коллега Спрудль. – Где гарантии? Бульк? Как мне убедиться, что она верна?

– Давайте добавлять улучшения по одному, так сказать, постепенно, – сказала Бусенька.

– Я так и делал. Сначала одну-у-у гадость придумаешь, потом другую...

– Вот и проверим, что если у нас была верная формула, и появилось новое улучшение, то формула останется верной. Пусть мы уже поняли, что, скажем, для 9 улучшений формула

$$S_0 = S - S_1 + S_2 - S_3 + S_4 - S_5 + \dots - S_9 \quad (1)$$

верна. По этой формуле мы можем найти, сколько в магазине товаров без девяти улучшений. Теперь пусть у некоторых товаров появилось десятое «улучшение», которого раньше ещё не было. Ну, например... – Бусенька слегка замешкалась.

– Например, кто-то сел на полку с товаром и повреди-и-ил его, хотя по внешнему виду это





незаметно... – с удовольствием подсказал коллега Спрудль.

– Прекрасно! Таким образом, у нас появилось десятое «улучшение» – раздавленный товар. Тогда отложим все раздавленные товары куда-нибудь в сторону, например, спрячем их в мусорный бак.

– Мусорные баки в моём магази-и-ине не так уж велики... – пробормотал коллега Спрудль. Похоже, что идея использовать мусорные баки для хранения товара не вызвала его возражений.

– В программе «1Склад» в разделе «Магазин» ничего менять не будем: все записи о товарах оставим прежними, без десятого улучшения. А ещё создадим в этой программе новый раздел, например раздел «Мусор», куда запишем все товары с десятым улучшением. Но и в разделе «Мусор» не будем помечать десятое ухудшение – будем держать его «в уме».

– Улучшение, – поправил коллега Спрудль.

– Не важно. Просто запомним: то, что товар находится в мусоре, и означает это десятое улучшение. Итак, количество товаров во всём магазине, не имеющих ни одного из девяти старых улучшений, можно найти по формуле (1), а количество товаров, лежащих в мусоре и не имеющих ни одного из девяти старых улучшений, мы можем найти по аналогичной формуле

$$\tilde{S}_0 = \tilde{S} - \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 - \tilde{S}_3 + \tilde{S}_4 - \tilde{S}_5 + \dots - \tilde{S}_9. \quad (2)$$

Здесь числа \tilde{S}_k вычисляются так же хитро, как и S_k , – чтобы найти \tilde{S}_k , нужно выписать все возможные комплекты из k старых улучшений, запросить в «1Складе», сколько товаров в мусоре имеют именно эти улучшения, и все такие числа сложить. А теперь вычтем вторую формулу из первой:

$$S_0 - \tilde{S}_0 = S - (S_1 + \tilde{S}) + (S_2 + \tilde{S}_1) - (S_3 + \tilde{S}_2) + \dots - (S_9 + \tilde{S}_8) + \tilde{S}_9.$$

Коллега Спрудль с недоверием посмотрел на новую формулу.

– Число S_0 – это количество обычных товаров в магазине – то есть товаров, не имеющих ни одного старого улучшения, а \tilde{S}_0 – это количество товаров в мусоре (то есть раздавленных) тоже без старых улучшений. Иными словами, \tilde{S}_0 учитывает товары, которые испортились из-за появления десятого улучше-

ния. Значит, разность $S_0 - \tilde{S}_0$ – это то, что мы ищем: количество товаров, у которых нет ни одного из десяти улучшений! Обозначим эту разность $S_0^{\text{нов}}$.

В глазах коллеги Спрудля появился интерес, он обожал всяческие новинки – будь то новый электронный девайс, новая вывеска или просто новая гадость.

– Первое слагаемое в правой части – S – это по-прежнему количество товаров в магазине, оно не изменилось, поэтому $S = S^{\text{нов}}$. Идём дальше, что такое $S_1 + \tilde{S}$? Как мы помним, S_1 – это сумма: перебираем одно за другим старые девять улучшений, для каждого находим количество товара в магазине с этим улучшением, и всё это суммируем. И теперь ещё прибавляем \tilde{S} – количество товаров в мусоре, то есть товаров, имеющих десятое улучшение! Значит, $S_1 + \tilde{S} = S_1^{\text{нов}}$. Теперь посмотрим, что такое $S_2 + \tilde{S}_1$.

– Кажется, я дога-а-адываюсь, – произнёс коллега Спрудль. – Число S_2 – это сумма, которая для каждой пары старых улучшений содержит слагаемое, равное числу товаров с этими улучшениями. К ней прибавля-а-ается сумма \tilde{S}_1 , в которой для каждого старого улучшения имеется слагаемое, равное числу товаров из мусора, бульк, имеющих это улучшение, то есть факти-и-ически такие товары имеют два улучшения – одно старое и мусор. Значит, $S_2 + \tilde{S}_1 = S_2^{\text{нов}}$?

– Вы прекрасно ухватили суть дела! – похвалила Бусенька. – Точно так же обстоят дела и с другими суммами, заключёнными в скобки. Что же касается последнего «одинокого» слагаемого \tilde{S}_9 , оно равно...

– Числу товаров, имеющих все 10 улучшений, – подхватил коллега Спрудль, – девять старых и мусор.

– Итак, для десяти улучше-е-ений, – сказала Бусенька, – выполняется очень похожая формула

$$S_0^{\text{нов}} = S^{\text{нов}} - S_1^{\text{нов}} + S_2^{\text{нов}} - S_3^{\text{нов}} + S_4^{\text{нов}} - S_5^{\text{нов}} + \dots + S_{10}^{\text{нов}}.$$

– Как интересно устроен мир, бульк... – философски заметил коллега Спрудль.

– Обратившись в нашу фирму, вы всегда получите поучительный и интересный способ расстаться со своими денежками, – радушно сказал Горгулий.

Но коллега Спрудль не услышал его.

– Теперь я смогу ввести ещё дю-у-ужину новых улучшений, – бормотал он, направляясь к выходу.

