



# XXX ТУРНИР АРХИМЕДА

## ОЛИМПИАДЫ

### Избранные задачи

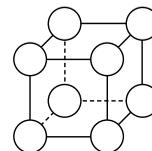
Материал подготовили Александр Рубин и Павел Чулков

Турнир Архимеда – традиционная олимпиада для школьников 6–7 классов, в которой нередко принимают участие и более младшие школьники. Юбилейный 30-й Турнир Архимеда прошёл сразу в 140 школах Москвы, Московской области, а также Вологды, Иваново, Кирова, Костромы, Магнитогорска, Санкт-Петербурга, Твери и Чебоксар. В олимпиаде приняло участие абсолютно рекордное число участников – 8211 школьников 4–7 классов из 163 школ.

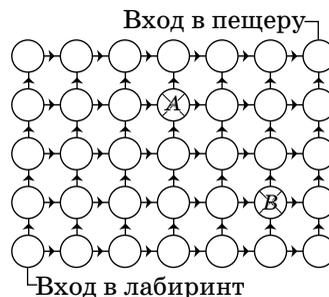
В задачах 1–4 нужно было привести ответ, а в задачах 5–7 – полные решения.

**Задача 1 (2+2 балла).** На столе «касса цифр» (набор бумажных карточек с цифрами). Маша выложила из карточек четырёхзначное число. Толя заменил в числе все карточки на другие: каждую цифру либо уменьшил на 4, либо увеличил на 1. Число уменьшилось в 4 раза. Какое число могла выложить Маша? Что могло получиться у Толи? (Найдите как можно больше вариантов ответов).

**Задача 2 (4 балла).** Расставьте цифры от 1 до 8 по одной в вершинах куба таким образом, чтобы для всех шести граней суммы четырёх чисел, стоящих в вершинах одной грани, были различны.



**Задача 3 (4 балла).** Али-Баба на пути к пещере с сокровищами проходит через лабиринт (схема лабиринта – на рисунке). Лабиринт состоит из одинаковых комнат (на схеме – кружочки) и коридоров между ними. Из каждой комнаты можно выходить в двух направлениях (на схеме – направо или вверх). Две комнаты (A и B) для прохода закрыты. Сколько различных путей ведут в пещеру с сокровищами?



**Задача 4 (6 баллов).** Разделите квадрат на 4 равные части так, чтобы в каждой из них сумма чисел была одинаковой.

		1	1	1	
		2	2	3	3
	1		2		
3	3				

**Задача 5 (6 баллов).** Емеля устроился на работу царским хлебопёком. Как-то утром отправился он на царёву службу. Выехал он поздно, поэтому печь





### Избранные задачи

пекла пироги прямо на ходу. Одновременно с Емелей навстречу ему отправились два посыльных: Фёдор и Иван. Фёдор идёт пешком, поэтому движется в 3 раза медленнее печи, а Иван – верхом на лошади – в 4 раза быстрее, чем печь. При встрече с посыльными Емеля (на ходу) отдаёт им все изготовленные к этому моменту пироги, а сам продолжает движение. Известно, что Фёдор получил на 133 пирога больше, чем Иван, а встречи с посыльными состоялись как раз в тот момент, когда он доставал из печи очередной пирог. Сколько всего пирогов испекла печь по пути на царёву службу? Печь начала работать с момента отправления и печёт пироги равномерно.

**Задача 6 (7 баллов).** За круглым столом сидели 13 гостей. Среди них были рыцари (всегда говорят правду), лжецы (всегда лгут) и марсиане. Про марсиан известно, что правду они говорят только марсианам, а всем остальным лгут. Каждые двое сидящих рядом сказали друг другу: «Ты не рыцарь». Сколько лжецов могло сидеть за столом, если известно, что их было больше, чем марсиан? Найдите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.

**Задача 7 (9 баллов).** Кощей Бессмертный (КБ) играет в игру. В начале игры он в каждой клетке таблицы  $100 \times 100$  записывает по одному натуральному числу от 1 до  $100^2$  так, что все числа в таблице в начале игры – различны. Затем включается искусственный интеллект (ИИ). На первом шаге ИИ одновременно заменяет каждое число в таблице на наибольшее из соседних чисел (соседние – те, которые расположены в клетках с общей стороной). На втором шаге ИИ снова заменяет каждое число в таблице на наибольшее из соседних чисел, и так далее.

а) Может ли КБ расставить числа в начале игры так, чтобы через некоторое время все числа в таблице стали одинаковыми? б) Какое наибольшее количество различных чисел может остаться в таблице через 10 000 ходов? в) Какое наименьшее число может остаться в таблице через 10 000 ходов?



Художник Сергей Чуб