НАШ КОНКУРС, I тур («Квантик» № 9, 2021)

1. *На склад, пол которого имеет вид прямоугольника 3×7 клеток, привезли кубический холодильник, он занимает одну клетку. Холодильник можно перекатывать через ребро, ставя на бок, но нельзя переворачивать вверх ногами. Нарисуйте пример пути, по которому можно перекатить холодильник из нижней левой клетки в правую верхнюю, чтобы и в начале, и в конце он стоял дном вниз, если изначально*

а) склад пустой (рис. 1);

б) на складе уже заняты две клетки (рис. 2).

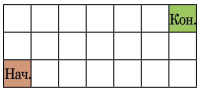
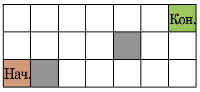
Рис. 1


Рис. 2


Ответ: см. примеры на рисунках 3 и 4.

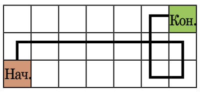
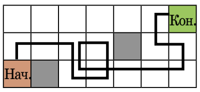
Рис. 3


Рис. 4


2. *Полина, Лена и Ирина впервые пришли на кружок и решили познакомиться.*

– Меня зовут Лена, – сказала одна из них.

– А меня зовут Ирина, – сказала вторая.

Третья девочка промолчала.

Известно, что Полина всегда говорит правду, Лена всегда лжёт, а Ирина иногда говорит правду, а иногда – неправду. Как на самом деле зовут каждую из девочек?

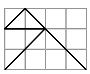
Ответ: первую зовут Ирина, вторую – Лена, третью – Полина. Полина могла сказать только своё настоящее имя, значит, на самом деле она промолчала. Лена, наоборот, своё имя назвать не могла, следовательно, она говорила второй, а первая девочка – Ирина.

3. *а) Можно ли разрезать какой-нибудь прямоугольник на несколько равнобедренных прямоугольных треугольников, среди которых нет одинаковых?*

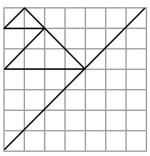
б) Можно ли так разрезать квадрат?

Ответ:

а) да, например, прямоугольник 3×4:



б) да, см. пример справа.



Понять, что треугольники разные, легче всего по площади (она легко считается, так как каждый треугольник разбивается на клеточки и их половинки). Наиболее «близки» два треугольника над диагональю, примыкающие к ней сторонами (в них 8 и 9 клеточек).

4. *Расставьте в клетках квадрата 3×3 различные натуральные числа, в записи каждого из которых могут присутствовать лишь цифры 1 и 2, так чтобы сумма чисел в каждой строке и в каждом столбце была одна и та же.*

Ответ: см. пример справа.

1121	2111	1212
2211	1122	1111
1112	1211	2121

Замечание: трёхзначными числами обойтись не получится, поскольку различных трёхзначных чисел, состоящих только из 1 и 2, всего 8, а в таблице 9 мест.

5. *Есть проволочный каркас прямоугольного ящика и верёвка. Разрешается выбрать любые несколько точек на каркасе, соединить их подряд натянутой верёвкой и измерить её длину, от первой точки до последней. Предложите способ за два таких измерения найти суммарную площадь всех шести граней ящика.*

Пусть ящик имеет длину Д, ширину Ш и высоту В. Первым измерением натянем верёвку между противоположными вершинами и найдём длину главной диагонали. По теореме Пифагора её квадрат равен $Д^2 + Ш^2 + В^2$. Вторым измерением проложим верёвку вдоль трёх последовательных рёбер в различных направлениях и узнаем сумму $Д + Ш + В$.

Теперь мы можем вычислить $(Д + Ш + В)^2 - (Д^2 + Ш^2 + В^2) = 2ДШ + 2ВШ + 2ВД$, что равно сумме площадей граней ящика.

КУПЦЫ И СЛОВАРИ («Квантик» № 10, 2021)

Во всех словарях видно, что есть две системы денежных единиц – новгородская и московская, причём в обеих есть *рубль* (рꙋбел, Rubell), *полтина*, *гривна* (гриве$^{\text{н}}$, grywna, gryuen, griuen, немецкий эквивалент – марка, mar(c)k). Авторы приводят все единицы к *денгам* (deng, deni(c)k, den(n)ing).

Новгородская гривна – это 14 («satyrnatseth»)денег, московская гривна – 10 денег.

Полтина – всегда половина рубля. У неизвестного автора это сказано явно, у Тённи Фенне – это половина московского рубля. У Томаса Шрове московская полтина составляет 3½ гривны (это следует из немецкого перевода «3½ marck»; опознать «три с половиной» в русском «polsetforty» трудно, но вспомним в современном русском языке «полчетвёртого» = «три с половиной часа») и одну денгу – это как раз половина московского рубля (7 гривен и две денги). Так же новгородская полтина (7 гривен и 10 денег) – половина новгородского рубля (15 – «petnaset» – гривен и 6 денег); здесь надо учесть, что новгородская гривна – это 14 денег, тогда всё сойдётся.

Осталось понять, сколько денег составляют рубль. У Томаса Шрове новгородский рубль – это 216 денег ($15\times14+6$). Про московский рубль могут быть две гипотезы: если в соответствующей строчке (Rubell moskausky iest sem gryuen da dwa denick) имеется в виду московская гривна, то московский рубль – это 72 деньги ($7\times10+$ $+2$), если новгородская, то 100 денег ($7\times14+2$). Второй вариант совпадает с тем, что пишут неизвестный автор (1 Rubell dat ist 100 nougarsche dening) и Тённи Фенне (рꙋбел мꙋсковскои = rubel moschoffskoi = 100 deng).

Осталось одно разногласие: у Тённи Фенне новгородский рубль составляет 210, а не 216 денег. Кажется, что проще описаться в одной цифре (0 вместо 6), чем ошибочно добавить три слова (da sest denock), так что правильно, видимо, у Томаса Шрове. Сопоставление с дополнительными источниками показало бы, что это так и есть.

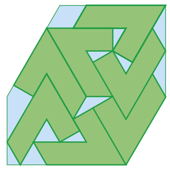
Комментарии. Чтобы не делать задачу слишком сложной, мы исключили упоминание новгородских денег – *копеек* (название – от всадника с копьём, изображённого на лицевой стороне). Новгородская денга равнялась двум московским; счёт 1 копейка = 2 ден(ь)ги сохранился до 1917 года. Вот копейка Ивана Грозного («царь и великий князь Иван всея Руси»; обратите внимание, что на оборотной стороне штемпель неточно попал на заготовку):

А Борис Годунов (годы царствования: 1598–1605), с монетами которого мог встретиться Тённи Фенне, чеканил только копейки. Кстати, Тённи Фенне не разобрался в новгородках (копейках) и московках (денгах) – в его словаре было неправильно написано:

копѣка	kopeka	1 deng
московска	moskoffka	½ deng
полꙋска	poluska	¼ deng

Интересно, что чуть более поздние датские подражания российским копейкам (чеканились с 1619 года) называли *деннингами* (обратите внимание на готический шрифт надписи на оборотной стороне).

СЕМЬ СЕМЁРОК («Квантик» № 10, 2021)



ДВА КРУГА И ОТРЕЗОК («Квантик» № 10, 2021)

Будем сдвигать первый круг вдоль рельса, не поворачивая, пока он не коснётся второго круга (рис. 1). Отметим точку касания на каждом из кругов и отодвинем первый круг обратно (рис. 2). Две отмеченные точки и будут концами искомого отрезка! Этот отрезок параллелен рельсу, так как первый круг двигался параллельно рельсу. Отрезка меньшей длины быть не может – иначе круги столкнулись бы при сдвиге на меньшее расстояние.

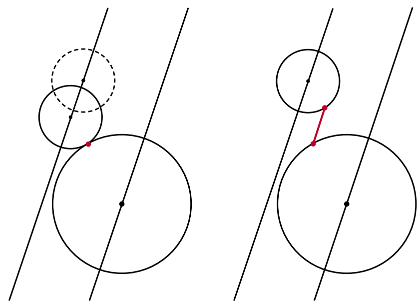


Рис. 1 Рис. 2

Чтобы найти отрезок максимальной длины, надо бы провести первый круг «сквозь» второй до момента, когда возникнет их последнее касание (рис. 3) – отметив точку касания на каждом круге и вернув первый круг на место, мы найдём концы наибольшего отрезка. Но деревянные круги так не сдвинешь. Как же быть? Положим на наши круги линейку так, чтобы она соединяла две уже отмеченные точки, и проведём вдоль линейки линию на наших кругах (рис. 4). Она пересечёт круги ещё в двух точках, которые и будут искомыми (подумайте, почему!).

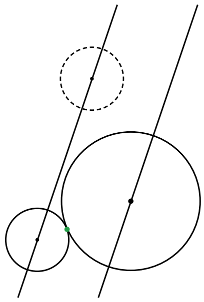


Рис. 3

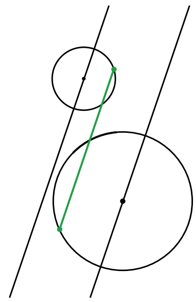


Рис. 4

НА ПЛАНЕТАХ, СПУТНИКАХ И ОРБИТАЛЬНЫХ СТАНЦИЯХ

1. Метеоры — это сгорающие в атмосфере твёрдые тела, падающие на планету, их ещё называют «падающими звёздами». У Меркурия практически нет атмосферы, поэтому наблюдать метеоры на Меркурии не удастся. По этой же причине падающее тело не тормозится о воздух, а с гигантской скоростью ударяется о поверхность, полностью испаряясь, так что на месте падения не остаётся метеоритов.

2. Когда человек плавает, он частично погружён в воду. Выталкивающая сила, действующая на человека, равна весу воды того же объёма, что и погружённая часть. Погрузим одного человека в воду на Земле, а другого точно такого же человека точно так же погрузим в воду на Луне. На Луне выталкивающая сила будет меньше в такое же число раз, во сколько раз там меньше сила тяжести.

Если на Земле человек держится на поверхности, выталкивающая сила и сила тяжести компенсируют друг друга, поэтому и на Луне он будет держаться на поверхности, причём на столько же погрузившись в воду. Если же человек на Земле тонет, то есть сила тяжести больше выталкивающей силы, то и на Луне он будет тонуть, но разница сил уменьшится, и гребками легче будет её преодолеть, то есть плавать будет легче.

В этом решении мы, конечно, предполагали, что вода на Земле и на Луне взята одной и той же плотности. Ведь значительно легче держаться на поверхности воды на Земле в Мёртвом море, чем на Луне в дистиллированной воде.

3. В условиях невесомости свеча быстро погаснет, поскольку отсутствует конвекция воздуха, подводящая кислород к пламени. Однако если на свечу дуть или если она движется, то огонь будет. Это можно наблюдать на видео kvan.tk/space-fire в интернете.

4. Воздух, которым мы обычно дышим, примерно на 80% состоит из азота и на 20% из кислорода. Воздух на станции содержал значительно большую долю кислорода (в нём было 26 % азота и 74 % кислорода), Поэтому его давление удалось сделать меньше, чтобы снизить нагрузку на стенки станции. В результате плотность атмосферы внутри станции была в 3 раза ниже, чем на Земле. Рассчитанный на плотный земной воздух, оперённый дротик не успевал сориентироваться и подлетал к мишени, кувыркаясь.

ТОЧКА ТОРРИЧЕЛЛИ И СЕТИ ШТЕЙНЕРА

1. Сумма расстояний от точки Торричелли до вершин треугольника меньше, чем у любой другой точки, поэтому второй такой точки быть не может.

3. Вспомним систему грузов из статьи. Минимум потенциальной энергии достигается в точке, от которой сумма расстояний до вершин минимальна. С другой стороны в положении равновесия сумма сил должна равняться нулю. Если равновесие достигнуто не в вершине треугольника, углы между верёвками будут равны, то есть эти углы будут по 120°. Тогда исходный треугольник разбивается на три треугольника с углами по 120°, у каждого из них остальные углы меньше 60°, откуда у исходного треугольника все углы меньше 120°, что противоречит условию. Значит, равновесие достигается в вершине. Сумма двух сторон наименьшая, если эти стороны прилегают к наибольшему углу (так как против большего угла лежит бóльшая сторона).

4. Рассмотрим два из данных равносторонних треугольников: ABC_1 и ACB_1. Пусть их