

■ КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, IV тур

(«Квантик» № 10, 2021)

16. *Справедливый ИКС, жестокий само-ИКС, пустые переИКСы.* Найдите ИКС.

ИКС – это *суд*: *справедливый суд, жестокий самосуд* (беззаконная расправа с предполагаемым преступником), *пустые пересуды* (толки, сплетни о ком-либо).

17. *Когда происходит что-нибудь неожиданное, маленькая Ира произносит несколько слов, последнее из которых – «один».* Так Ира запомнила распространённое восклицание. *Что это за восклицание?*

При устном счёте слово *один* можно заменить словом *раз* (*Один, два, три... → Раз, два, три...;* см. «Квантик» № 10, 2013 г.), а маленькая Ира, наоборот, заменила *раз* на *один* в полюбившемся ей восклицании **Вот те(бе и) раз!**

18. *Если в названии знаменитого романа к обоим существительным добавить уменьшительный суффикс, получится, что его герои – ШПАТЕЛЬ и ЛИЛИЯ.* Какие слова мы заменили на ШПАТЕЛЬ и ЛИЛИЯ?

Если в названии знаменитого романа Михаила Булгакова «Мастер и Маргарита» к обоим существительным добавить уменьшительный суффикс, получится «Мастерок и Маргаритка». Соответственно, словом ШПАТЕЛЬ мы заменили слово *мастерок* (то и другое – строительные инструменты), а словом ЛИЛИЯ – слово *маргаритка* (то и другое – цветы).

19. *Некоторые языки мира используют так называемое консонантное письмо – письмо, в котором обозначаются только согласные.* Представим себе, что русский язык тоже перешёл на такое письмо, при этом никаких других изменений не произошло, то есть все слова пишутся так же, как обычно, но отсутствуют буквы А Е Ё И О У Ъ Ы Ь Э Ю Я, так что, например, фраза Съешь пирожок! записывается как Сш пржж!

Приведите пример глагола I спряжения, у которого в такой системе записи различаются формы 3 лица единственного числа и 3 лица множественного числа настоящего времени.

Подходят глагол *лгать* (ЛЖёт ~ ЛГут) и глаголы на *-чь*: *печь, стричь* и другие (Печёт ~ Печут, СТриЖёт ~ СТриГут и так далее).

20. *То ли это промежуток времени, то ли призыв убрать что-нибудь с глаз долой.* Напишите это.

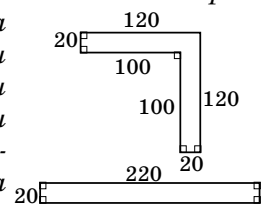
Это слово *день*: оно может обозначать промежуток времени (*Прошёл день*), а может – призыв убрать что-нибудь с глаз долой (*Дорогая, день уже куда-нибудь эти журналы мод: новый номер «Квантика» положить негде!*).

■ НАШ КОНКУРС, III тур («Квантик» № 11, 2021)

11. *Барон Мюнхгаузен утверждает, что написал дробь A/B, где A и B – различные натуральные числа, а потом вычеркнул какую-то цифру в числителе и какую-то – в знаменателе так, что получившаяся дробь стала равна дроби B/A. Могло ли такое быть?*

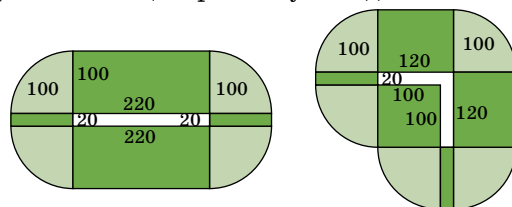
Ответ: Да, могло. Например, $14/28 \rightarrow 4/2$.

12. *Квантик и Ноутик выгуливают своих собак не далее чем в 100 м от своих домов (то есть в таких точках, расстояние от которых до ближайшей точки дома не превышает 100 м). Они живут в домах, формы и размеры которых указаны на рисунке. Дома расположены далеко друг от друга и от других домов, и вокруг них нет ничего, мешающего прогулке.*



У кого больше площадь территории, на которой он выгуливает свою собаку?

Ответ: у того, кто живёт в прямоугольном доме. Площадь, на которой друзья выгуливают собак, можно разделить на прямоугольники, идущие вдоль стен домов, и четверти кругов радиуса 100 м с центрами в углах домов:

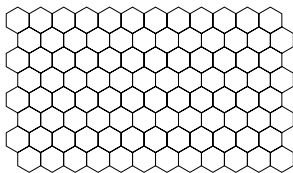


Для прямоугольного дома доступная для прогулки площадь складывается из $2 \cdot (220 + 20) \cdot 100 = 48000 \text{ м}^2$ прямоугольных площадей и площади полного круга радиуса 100 м, а для загнутого дома – из $(2 \cdot (120 + 20) + 100) \cdot 100 = 38000 \text{ м}^2$ и $5/4$ площади круга радиуса 100 м. Но четверть этого круга меньше квадрата $100 \times 100 \text{ м}$, то есть, занимает меньше 10000 м^2 .

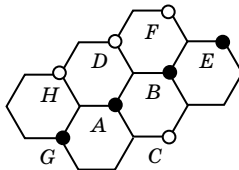
13. *В таблице 10×10 половина клеток красные, половина – синие. Назовём строку или столбец чистыми, если в них все клетки одного цвета. Какое наибольшее суммарное число чистых строк и столбцов может быть в такой таблице и почему?*

Ответ: 10. Пример для 10 чистых «линий»: раскрасим верхнюю половину таблицы в красный, а нижнюю в синий цвет, получим $5 + 5 = 10$ чистых строк. Пусть общее число чистых строк и столбцов может быть больше 10. Одних только столбцов, как и одних только строк, не более 10, поэтому есть хоть одна чистая строка и хоть один чистый столбец. Они пересекаются по одной клетке и окрашены в её цвет, откуда в каждой строке и каждом столбце представлен этот цвет. Значит, в таблице нет чистых линий другого цвета. Но чистых строк одного цвета, как и чистых столбцов, не более 5, иначе более 50 клеток будут одного цвета. Значит, чистых линий не более 10.

14. На картинке вы видите часть большой решётки, составленной из шестиугольников, у которых все стороны равны и углы тоже. Все вершины шестиугольников раскрасили, каждую – в чёрный или белый цвет. Докажите, что найдутся три одноцветные вершины, образующие равносторонний треугольник.



Предположим противное. Рассмотрим равносторонний треугольник ABC из трёх вершин шестиугольника решётки: в нём тогда ровно две вершины, скажем, A и B , одного цвета, пусть чёрного, а третья – белого. Пусть этот треугольник расположен как на картинке выше (это можно добиться поворотом всей решётки). Тогда в треугольнике ABD вершина D белая, а в треугольнике DCE вершина E чёрная, в DCG – G чёрная, в BEF – F белая, в AGH – H белая. Но тогда треугольник FCH целиком белый, что противоречит предположению.



15. Петя записывает 9-значные числа. На первое место (самое левое) он пишет любую цифру от 1 до 9, на второе место – от 1 до 8, на третье – от 1 до 7, ..., на девятое (самое правое) – цифру 1. Сколько чисел, делящихся на 7, может получить Петя?

Ответ: 51840. Всего Петя может выписать $9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ разных чисел (для первой цифры есть 9 вариантов, для каждого из них есть 8 вариантов второй цифры и т.д.) Заметим, что вклад третьей слева цифры в остаток от деления числа на 7 равен ей самой (так как $1\,000\,000 = 1 + 7 \cdot 142857$). Разобьём возможные

числа на наборы из 7 чисел, различающихся между собой третьей слева цифрой. В каждом наборе у чисел разные остатки от деления на 7, а значит, ровно одно из них делится на 7. Тогда подходит каждое седьмое число из возможных.

■ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНАЯ ПЕТЛЯ

(«Квантик» № 12, 2021)

Вот примеры таких петель на фото.



Петля сделана для того, чтобы поезд мог плавно «набрать высоту». Рельеф не позволил сделать это по-другому. При сильном наклоне локомотив не вытянет за собой вагоны.

■ ДВЕ ЗВЕЗДЫ

1. В $10^3 = 1000$ раз.

2. $18/79^3 = 3,6 \cdot 10^{-5}$; $1,4 \cdot 3,6 \cdot 10^{-5} \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3 = 50 \text{ г/м}^3$. Плотность воздуха $1,3 \text{ кг/м}^3$ (можно посчитать, зная молярный объём и молярную массу, или оценить по давлению атмосферы).

Вещество Ригеля в 25 раз разреженнее воздуха! А Бетельгейзе?...

3. Собственные имена звёзд – древние, в основном арабские. Они есть только у звёзд, которые легко найти на небе. Греческая буква плюс название созвездия – такую систему обозначений ввёл в 1603 году немецкий астроном Байер. Обычно (но не всегда) альфа – самая яркая звезда созвездия, бета – следующая и т.д. (Ригель и Бетельгейзе – исключение, Байер неточно определял звёздные величины и их «перепутал».) Мю Цефея, хоть и огромная и с гигантской светимостью – далеко, и на небе это скромная звёздочка. А ν Большого Пса и вовсе видна только в бинокль. Для неё греческих букв не хватило! (То, что латинских букв две и они заглавные, означает, что звезда переменная.)

4. Температура поверхности как раз известна довольно точно – она же определяется по цвету звезды. Измеряют спектр (соотношение света разных «цветов», точнее – разных длин волн, приходящего от звезды). По тому, какого цвета больше всего, и определяют температуру.

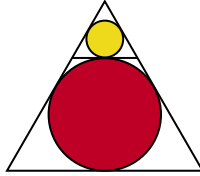
5. $9,5^2/5 \approx 18$, что соответствует разнице звёздных величин $3,2^m$. Тогда звёздная величина мю Цефея – от $3,5^m$ до $4,5^m$. Вернее, ещё чуть боль-

ше – ведь она дальше, чем Бетельгейзе, и свет её сильнее поглощается межзвёздной средой.

6. Диаметр вырос в $38:2=19$ раз, площадь поверхности – в $19^2 \approx 360$ раз, яркость единицы площади поверхности упала в $3^4=81$ раз. Тогда светимость возросла в $360/81 \approx 4,5$ раза. Правдоподобно: Сириус тусклее Альдебарана в 7,5 раз, но «молодой» Альдебаран в нашей модели был и горячее, и больше, а значит – ярче Сириуса.

■ **ДЕКОРАТИВНАЯ ЁЛОЧКА**

а) Проведём в верхнем углу «ёлочки» две горизонтальные касательные так, чтобы получились два равносторонних треугольника (один внутри другого). Пусть высота (она же медиана) большего треугольника равна h . Тогда радиус красной окружности равен $h/3$ (центр делит медиану в отношении 2:1, считая от вершины). Поэтому радиус жёлтой окружности равен $(h - 2 \cdot h/3)/3 = h/9$. Итак, радиус красной окружности в 3 раза больше радиуса жёлтой.



б) Обозначим за 1 радиус красной окружности, а за x – радиус белой. Нам нужно найти $\frac{1}{x}$.

Пусть A', B' и C' – проекции точек A, B и C соответственно на основание «ёлочки», E – проекция A на BB' (см. рисунок). По теореме Пифагора для треугольника ABC :

$$AB^2 = (x + 1)^2 - 1^2 = x^2 + 2x.$$

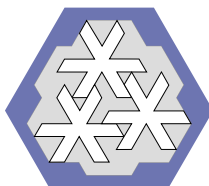
AB перпендикулярно OD , поэтому треугольник AEB прямоугольный с углом $ABE = 30^\circ$. Значит, $BE = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{x^2 + 2x}$. С другой стороны, $BE = BB' - EB' = \frac{3}{2} - x$. Получаем уравнение для x :

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{x^2 + 2x} = \frac{3}{2} - x.$$

Возводим в квадрат: $3(x^2 + 2x) = (3 - 2x)^2$. Раскрываем скобки, приходим к квадратному уравнению $x^2 - 18x + 9 = 0$. Нас интересует корень $x < 1$. Это $9 - 6\sqrt{2} \approx 0,515$. При этом радиус красной окружности в $\frac{1}{x} = 1/(9 - 6\sqrt{2}) = (9 + 6\sqrt{2})/9 \approx 1,94$ раза больше радиуса белой.

■ **СНЕЖИНКА – 2022**

Решение единственное. Фигура имеет трёхстороннюю симметрию, снежинки образуют антислайд – ни одну нельзя сдвинуть или повернуть ни в каком направлении.



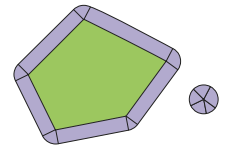
■ **XLIV ТУРНИР ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА. ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ**

Математика

1. **Ответ:** например, $1,5 \cdot 1,6 \cdot 2,5 = 6$ или $1,5 \cdot 2,4 \cdot 2,5 = 9$. Чтобы найти ответ, домножим каждое число в левой части на 10, а правую часть, соответственно, на 1000: $** \cdot ** \cdot ** = *000$.

Правая часть делится на $1000 = 2^3 \cdot 5^3$, а ни одно из чисел в левой части одновременно на 2 и 5 не делится (иначе оно оканчивается на 0). Значит, одно из левых чисел делится на $5^2 = 25$, какое-то другое – на $2^3 = 8$ (то есть оно как минимум 16), а третье – на 5 (чтобы произведение делилось на 5^3) и оно нечётно (то есть это как минимум 15). Вариант $25 \cdot 16 \cdot 15 = 6000$ подходит.

2. Разобьём добавленную площадь на 5 прямоугольников ширины 1, у каждого из которых одна сторона совпадает со стороной исходного пятиугольника, и на сектора кругов радиуса 1 с центрами в вершинах пятиугольника (см. рисунок).



Сумма площадей прямоугольников равна произведению их ширины на сумму длин сторон пятиугольника: $1 \cdot 20$. Сектора же складываются в один полный круг (подумайте, почему), площадь этого круга равна $\pi \cdot 1^2$. То есть добавленная площадь составляет $20 + \pi \approx 23,14$.

Сложив из секторов круг, мы нашли сумму внешних углов выпуклого многоугольника, она равна 360° (см. etudes.ru/models/exterior-angles-sum/ и статью Л. Емельянова «Чему равна сумма углов?» в «Квантике» № 3 за 2020 год).

3. Пусть Саша выложил 13 фишек так, что все синие линии образуют петлю, а дырок внутри нет. Тогда красная кривая не может оборваться внутри петли, поэтому каждому «входу» красной кривой внутрь синей петли можно сопоставить следующий за ним «выход» из неё. Значит, общее количество пересечений всех красных кривых с синей петлёй чётно. С другой стороны, на оставшихся 13 фишках таких пересечений нечётное число (три). Противоречие.

Лингвистика

См. ответ в следующем номере.

Физика

1. Чтобы из канистры вылилось сколько-то воды, в неё должен зайти такой же объём воздуха. В случае а) горловина канистры – внизу, и при наклоне она ниже уровня жидкости. Входящему в канистру воздуху приходится «про-

булькивать» сквозь воду, останавливая её поток. Поэтому вода выливается рывками и булькает. В случае б) горловина сверху, и при наклоне вода начинает выливаться, достигнув горловины. При этом над поверхностью струи остаётся зазор, через который воздух проходит внутрь канистры, не мешая воде выливаться.

2. Снег на крыше тает из-за тепла, поступающего снизу из дома (там работает отопление). Деревянные балки стропил проводят тепло гораздо хуже, чем металлические листы крыши. Поэтому снег, лежащий над этими балками, получает намного меньше тепла, чем снег, отделённый от чердака только тонким листовым металлом, и дольше остаётся нерастаявшим.

3. В глубине покоящейся жидкости всегда имеется давление, возникающее из-за веса лежащих выше слоев (гидростатическое). Чем глубже, тем больше это давление и тем меньше объём воздуха в пробирке. У пробирки будет нулевая плавучесть (она не тонет и не всплывает) на глубине, где объём воздуха станет таким, что полная сила Архимеда (равная весу вытесненной пробиркой с воздухом воды) будет равна действующей на пробирку силе тяжести. Если пробирка с этой глубиной чуть сместится вверх, давление окружающей воды станет меньше, воздух расширится, сила Архимеда возрастёт и станет больше силы тяжести. Пробирка начнёт всплывать, воздух будет ещё сильнее расширяться, сила Архимеда возрастать – пока пробирка не окажется на поверхности. Если же она из положения нулевой плавучести сместится вниз, давление окружающей воды станет больше, воздух сожмётся, сила Архимеда уменьшится и станет меньше силы тяжести. Пробирка начнёт тонуть, воздух будет ещё сильнее сжиматься, сила Архимеда уменьшаться – пока пробирка не окажется на дне. Тем самым, её равновесие неустойчиво. В статье А. Панова «Водолаз двойного действия» в «Квантике» № 5 за 2017 год написано, как поставить этот эксперимент своими руками.

Астрономия и науки о Земле

Если брать большой промежуток времени, то в среднем в году юлианского календаря 365,25 суток, а в году григорианского календаря 365,2425 суток. Тропический же год, то есть один полный цикл, за который происходит смена времён года (это, например, время между весенними равноденствиями), ещё меньше, в нашу эпоху в нём примерно 365,2422 суток.

Но длительность тропического года зависит и от скорости вращения Земли вокруг Солнца, и от скорости обращения Земли вокруг своей оси, которые меняются. В результате тропический год, выраженный в земных сутках, медленно уменьшается. Поэтому юлианский календарь ещё сильнее будет расходиться с действительной сменой времён года, чем григорианский.

Биология

1. См. ответ в следующем номере.

2. Обочины дорог, заросшие пашни и т.п. возникли относительно недавно. Там лучше всего выживают растения, способные жить в нестабильных условиях и при постоянном повреждении. В естественных условиях такие растения обычно живут по берегам рек или морей, на осыпающихся склонах и в других местах, где их часто может смывать, заливать, засыпать или высушивать. Ещё в таких местах часто возникают новые пустые участки (например, отмели).

Растения таких мест могут быть не очень конкурентоспособными, зато хорошо распространяются, быстро размножаются и растут, заселяя свободное пространство. Имеют для этого разные приспособления: короткий жизненный цикл, много семян или спор, быстрое прорастание и развитие и т.п. В стабильных сообществах такие растения часто не выживают: их вытесняют более сильные конкуренты.

Кроме того, на обочинах и у жилищ растения могут часто страдать от вытаптывания, повреждения животными и загрязнений. Выживать будут те, кто способен переносить эти неблагоприятные условия. В почве в таких местах может не быть симбиотических бактерий и грибов, которые обычно помогают росту растений в лесу или на лугу. Правда, органические загрязнения могут повышать в почве количество азота – то есть служить удобрением.

Популяциям таких растений обычно свойственна высокая генетическая изменчивость, позволяющая выживать в нестабильных условиях.

История

В слове «Пантократор» видны греческие части «пан(то)-» со значением «все» (ср. панъевропейский, пандемия, пантомима) и «кратос» со значением «власть» (ср. демократия, бюрократия). Семиклассника звали Всеволод. Немецкий аналог – Аларих. Основатель королевства вестготов Аларих (ок. 370–410), захвативший в 410 году Рим, был христианином (арианином).