

ЗА ДВУМЯ ЗАЙЦАМИ

В 2013 году на XXXVI турнире имени М. В. Ломоносова была предложена задача:

На прямой линии находятся два зайца и между ними – волк: к одному зайцу он ближе, чем к другому. Животные могут бегать только вдоль этой линии с постоянными скоростями. Скорости зайцев одинаковы и меньше, чем у волка. Зайцы убегают в разные стороны, а волк хочет поймать их, пробежав за всё время охоты как можно меньшее расстояние. Какого зайца и почему волку следует поймать в первую очередь – ближайшего или другого?

Автор задачи советует сначала угадать ответ. Например, так. Рассмотрим «вырожденный» случай – когда зайцы неподвижны (их скорости нулевые). Если расстояния от волка до первого и второго зайцев равны a и b (где $a < b$), то при погоне сначала за первым зайцем, а потом за вторым, волк пробежит расстояние $2a + b$, а если наоборот – то $a + 2b$. Первое, конечно, меньше.

А что в общем случае? Пусть первый заяц был ближе. Выпустим из точки, где волк находился изначально, сразу двух волков в разные стороны! Первый волк добежит до первого зайца быстрее, чем второй – до второго. Значит, когда волки побегут обратно и встретятся, их точка встречи будет ближе ко второму зайцу. Тогда первый волк добежит до второго зайца быстрее, чем второй – до первого.

А теперь давайте чуть изменим условие. Пусть первоначальные расстояния от волка до зайцев равны, но зайцы разбегаются с разными скоростями (разумеется, меньшими, чем скорость волка). Какого зайца волку надо преследовать в первую очередь – более быстрого или того, кто помедленней?

Попробуйте угадать ответ, а потом обоснуйте его.

Наконец, для самых решительных: Пусть различны и первоначальные расстояния от волка до зайцев, и их скорости. При каких соотношениях между этими четырьмя параметрами волку выгодней сначала ловить первого зайца, а потом второго?

Ответы в следующем номере