ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 4 | апрель 2022

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

№4

ТЕЛЕСКОП И НЕБО

апрель 2022

КАК БУСЕНЬКА СБРАСЫВАЛА ПАРОЛЬ

ГЕОГРАФИЯ ПО-КИТАЙСКИ

non/fictioN весна

Международная ярмарка интеллектуальной литературы

21–24 апреля

Гостиный двор, Москва, Ильинка, 4

Художественная, научная и научно-популярная литература
Книги для детей и детская площадка «Территория познания»
Комиксы
Vinyl Club
Антикварная книга и букинистика
Book Stock
День блогера

реклама

0+ ВЫСТАВОЧНЫЕ ПРОЕКТЫ EXPO-PARK

www.moscowbookfair.ru

1 АПРЕЛЯ ОТКРЫЛАСЬ ПОДПИСКА НА 2-е ПОЛУГОДИЕ 2022 ГОДА

Подписаться на журнал «Квантик» можно по электронной версии Каталога Почты России:

- на сайте Почты России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- в почтовых отделениях (у оператора) – подписной индекс **ПМ068**

О других способах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska**

Журнал «Квантик» № 4, апрель 2022 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина, Е. А. Котко, Г. А. Мерзон, Н. М. Нетрусова, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
Подписка на журнал в отделениях Почты России (у оператора) по электронной версии Каталога Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
Онлайн-подписка на сайтах:
▪ агентства АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
▪ Почты России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 10.03.2022
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+ ЕАС

СОДЕРЖАНИЕ

ЧТО ПОЧИТАТЬ?

Владимир Сурдин

Из книги: Сурдин В. Г. Астрономия с Владимиром Сурдиным. М.: АСТ-Аванта, 2021

Телескоп и небо

Давайте поговорим о телескопах. Что такое телескоп, я уверен, знает каждый. Но не все знают, что телескоп есть у каждого из нас, даже два телескопа... Ну конечно – это наши глаза. Их пара. И у каждого животного тоже есть пара глаз-телескопов, а у некоторых даже по четыре пары. Например – у пауков.

В принципе, глаза ничем не отличаются от телескопов. Просто наши глаза маленькие. Свет попадает в глаз через зрачок, размер которого у нас меньше сантиметра. А у телескопа зрачок – его называют объективом – бывает размером во многие метры. То есть «зрачок» телескопа больше вашей комнаты! Он собирает намного больше света, чем наш глаз, и поэтому в телескоп видны очень тусклые и далёкие небесные светила, намного более далёкие, чем видим мы без телескопа.

Но вот что удивительно: некоторые из далёких галактик, до которых даже свет летит миллионы лет, мы всё же можем заметить невооружённым глазом. Например – Туманность Андромеды, это соседняя галактика, от неё свет идёт к нам 2,5 млн лет. Представляете, тот свет, который сегодня мы видим, тронулся в путь от Туманности Андромеды, когда наши предки были ещё дикими-предикими, одевались в шкуры и пользовались каменными топорами. Но и они могли тогда, 2,5 млн лет назад видеть Туманность Андромеды. У них ведь не было компьютеров, и они чаще нас смотрели на небо. А вот более далёкие галактики они увидеть всё же не могли. Глаз человека для этого слишком слаб.

Но в помощь глазу люди придумали очки, лупу, бинокль, микроскоп, телескоп. Эти замечательные приборы открыли нам новые миры, населённые, с одной стороны, мельчайшими живыми существами – микробами, а с другой – гигантскими звёздными системами, галактиками. О существовании этих миров до изобретения оптических приборов люди даже не догадывались.

И вот вопрос: если люди не догадывались о том, что на свете есть о-о-очень маленькие микробы и о-о-очень далёкие звезды, которые так вот просто не увидишь, то зачем же вообще стали изобретать микроскопы-телескопы? Ведь изобретают всегда только то, что очень нужно. Никто ведь не станет изобретать квадратное колесо – кому оно нужно? Итак, вопрос...

Когда, как и зачем изобрели телескоп?

История эта довольно интересная.

В принципе, телескоп устроен очень просто. Это трубка, в которую с двух концов вставлены увеличительные стёкла. Вот и всё – трубка и два стекла! Увеличительные стёкла были придуманы задолго до телескопа, за несколько столетий. Их использовали для очков. Очки – очень нужный прибор. Если у человека испортилось зрение, ему нужны очки. Поэтому их изобрели давным-давно. А телескоп до поры до времени никому не был нужен. Когда же и кому он понадобился? Думаете – астрономам? Нет! Морякам!

Древние мореходы обычно не рисковали уходить в открытое море, а плавали вдоль берегов. Это называется *каботажным плаванием*. Берега были знакомые, и ориентироваться можно было «на глаз». В XV веке суда стали крупнее и надёжнее, и моряки уже не боялись выходить на океанские просторы. В конце XV века Христофор Колумб переплыл Атлантический океан и открыл Америку. На просторах океана его флотилия из трёх кораблей была одна и никого по пути не встречала. Но позже, в XVI веке, начались интенсивные морские перевозки: купцы плавали из Америки в Европу, из Индии в Европу, а пираты их грабили... Вот тут-то и понадобились морякам подзорные трубы. Плывёшь и видишь где-то вдали у горизонта корабль. Важно поскорее понять, что это за судно и какие у него намерения, сколько пушек и какие паруса. Если это пираты – нужно удирать, а если торговое судно, то можно и ограбить. В общем, кто первым рассмотрит далёкий корабль, у того преимущество. В ту эпоху самый большой торговый флот был у голландских купцов, поэтому именно в Голландии изобрели подзорную трубу.

Сделали это мастера очковых стёкол. Они начали изготавливать небольшие подзорные трубы, увеличивающие всего в 2–3 раза, как современный театральный бинокль. Морякам этого было достаточно: стоя на палубе корабля, который качается от ветра и волн

в открытом море, в трубу с бо́льшим увеличением трудно было бы наблюдать.

Об этом изобретении голландских мастеров вскоре узнал итальянский физик, профессор университета в городе Падуя Галилео Галилей (1564–1642), и он тоже своими руками сделал такую подзорную трубу. Но она увеличивала слабо, а ему хотелось иметь большее увеличение, чтобы рассмотреть мелкие детали вдали. Тогда он изготовил несколько новых подзорных труб, которые увеличивали сначала в 15, а затем и в 30 раз. И вот тогда, направив трубу на небо, Галилей увидел много нового, о чём до него никто даже не подозревал. Он увидел горы и метеоритные кратеры на Луне, спутники у планеты Юпитер и облака в атмосфере этой планеты; к тому же он увидел множество новых звёзд на небе... Одним словом, из простенькой подзорной трубы Галилей создал телескоп! И было это в 1609 году – 400 с лишним лет назад.

Сделай сам!

Давным-давно, ещё школьником, я прочитал о том, как Галилей создал телескоп. И мне тоже захотелось иметь свой телескоп, чтобы посмотреть на Луну и на далёкие планеты. Компьютеров и интернета в ту пору ещё не было, да и увидеть всё своими глазами намного интереснее, чем на экране компьютера. Но доступных по цене телескопов в те годы в магазинах не было, да и жили мы небогато, так что мечтать о покупке телескопа я не мог. Поэтому решил сделать его сам.

Оказалось, что это не так уж сложно. Ведь простейший телескоп – это трубка, на концах которой увеличительные стёкла. Всего лишь трубка и два стекла! Кстати, а почему два, а не одно? Ведь мы часто пользуемся лупой, которая тоже увеличивает изображения, а у неё не два, а всего лишь одно стекло! Вот в этом-то и состояла загадка телескопа. В этом и состояло изобретение!

Давайте подумаем, почему без лупы мы не можем разглядеть мелкие детали на каком-то предмете. Проделайте такой эксперимент: поставьте книгу в одном конце комнаты, а сами отойдите к противоположной стене. Мелкие надписи на обложке не видны. Постепенно приближайтесь к книге – буквы начинают различаться, затем и более мелкие детали становятся видны. Но если вы приблизите глаза к книге на ширину ладони, то уже ничего не сможете различить – изображение расплывётся, потому что ваш глаз не может его сфокусировать. И тут на помощь приходит лупа. Увеличительное стекло помогает глазу сфокусироваться на близком предмете и таким образом рассмотреть его мелкие детали.

А можно ли с помощью лупы рассмотреть мелкие детали на Луне? Конечно, нет! Ведь даже если у нас есть лупа, мы не сможем подойти к Луне поближе. Как же быть? Вот в этом-то и состоит идея телескопа и любой подзорной трубы. Нужно взять вторую лупу, которая создаст изображение далёкого объекта рядом с нами, и к нему мы сможем подойти. Любое увеличительное стекло для этого годится.

Сами попробуйте. Возьмите лупу и белый лист бумаги, и пойдите с ними в комнату, где есть что-нибудь яркое, — например, лампочка или окно, за которым светит Солнце. Если между лампочкой и бумагой вы поместите лупу и немного её подвигаете, то сможете сделать так, что изображение лампочки появится на бумаге. Конечно, чтобы добиться этого, придётся немного потрудиться, подбирая правильное расстояние лупы от бумаги. Это и называется «сфокусировать изображение». Так же и в телескопе: одно увеличительное стекло создаёт рядом с нами изображение Луны или планеты, а другое стекло – лупа – помогает нашему глазу приблизиться к этому изображению и рассмотреть его детали. Первую линзу мы называем «объективом», потому что она направлена на объект наблюдения. А вторую линзу-лупу называем «окуляром», поскольку к нему прижат наш глаз, или око, как раньше говорили.

Вот такой телескоп я и сделал – из двух увеличительных стёкол, купленных в магазине «Оптика», где продают очки и объективы для фотокамер. Линзу для объектива я взял со слабым увеличением, как у очков в одну диоптрию. Возможно, у кого-то из вас есть такие очки, они называются «плюс 1»; у меня сейчас именно такие. Но когда я был школьником, то не носил очки, так что линзу пришлось купить в магазине. А для

окуляра я взял линзу с большим увеличением – лупу. С этими двумя линзами мой телескоп увеличивал примерно в 30 раз – как первый телескоп Галилея. Правда, Галилей трубу для своего телескопа выточил из дерева, а я поступил проще – трубу свернул из бумаги.

Вы думаете, что бумага слишком мягкая? Ничего подобного! Надо взять длинную круглую палку по толщине чуть меньше, чем диаметр линзы для объектива, и наматывать на неё бумагу, смазывая каждый её слой клеем. Когда клей высохнет, бумажная трубка станет твёрдой, как дерево, и при этом останется очень лёгкой. Сделав телескоп как у Галилея, я повторил все его открытия: увидел горы и кратеры на Луне, звёзды в Млечном Пути, спутники Юпитера. Со временем у меня появились более качественные телескопы, но тот первый я храню.

Учимся у природы

С тех пор как Галилей сделал первые телескопы, астрономы постоянно их совершенствуют. Конструкторы оптических приборов ищут оригинальные решения, изобретают новые наблюдательные устройства, чтобы видеть дальше, ночью и в тумане, чтобы замечать прозрачные предметы и видеть сквозь непрозрачные. Но ведь такие же задачи решала и живая природа в течение миллионов лет, совершенствуя зрение животных. И человеку есть чему у природы поучиться.

Глаза у животных очень разные. Они по-разному улавливают свет и наводятся на резкость, по-разному приспосабливаются к разным средам – к воздуху и к воде. Это особенно важно для земноводных животных вроде лягушек или тритонов – ведь им нужно хорошо видеть и под водой, и на земле. Люди, придумывая телескопы и фотоаппараты, до многого додумались сами, но кое-что «подсмотрели» в природе. Например, поняв, как устроены глаза у рака, инженеры недавно сконструировали астрономический телескоп нового типа. И даже назвали так же – *рачий глаз*.

Чтобы получить яркое и чёткое изображение светящегося объекта, нужно сфокусировать, то есть собрать вместе его свет. Это могут сделать выпуклая линза или вогнутое зеркало. У позвоночных животных (к ним принадлежит и человек), а также у пауков и головоногих (например, у осьминога) глаз имеет линзовый объектив, который состоит из выпуклой роговицы и хрусталика. Так же устроены и линзовые телескопы, типа того, что сделал Галилей. Их называют *рефракторами*.

Но вогнутое зеркало тоже умеет фокусировать свет. Поэтому позже астрономы стали строить зеркальные телескопы. По многим параметрам эти *телескопы-рефлекторы* превосходят линзовые рефракторы. А вы думаете, природа «не догадалась» до такого решения? Догадалась: зеркальные глаза тоже существуют. Например, зеркальце есть в глазу у моллюска-гребешка: свет отражается от этого зеркальца и собирается на поверхности сетчатки. Так же устроен и астрономический зеркальный телескоп. Но всё же астрономы придумали эту конструкцию сами, а не подсмотрели у гребешка.

Потом астрономы пошли ещё дальше и придумали телескоп, в котором есть и линза, и зеркало. Но оказывается, что и глаза у некоторых животных устроены похожим образом – в них тоже можно найти одновременно и линзу-хрусталик, и зеркальный отражающий слой! Благодаря этому зрение становится ещё чувствительнее. Так устроены глаза у ночных и глубоководных животных. У них свет сначала проходит через хрусталик, собирается на поверхности сетчатки, а затем не поглощённая ею часть света попадает в зеркальце и вновь возвращается на сетчатку. Но часть отражённого света всё же выходит из глаза наружу – вот почему светятся в темноте глаза у кошки и акулы. Ясно, что они светятся не сами по себе (в глазах у кошки ведь нет лампочек!). Кошкины глаза светятся лишь в том случае, когда на них падает внешний свет, например лунный.

Так что глаза животных и человека устроены не менее сложно, чем самые сложные оптические приборы, и видят не хуже их, а иногда даже лучше. Ни один телескоп не может окинуть взглядом сразу полнеба, а наши глаза на это способны. Но если нужно увидеть что-то очень далёкое, то помощь нашим глазам не помешает. И эту помощь всегда готовы оказать нам и бинокль, и телескоп.

Художник Мария Усеинова

Игорь Акулич

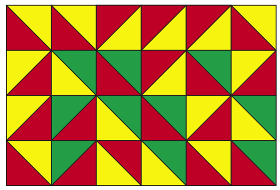
ЕГО ПРОЩАЛЬНЫЙ ПОКЛОН

Такое название Конан Дойл дал одному из последних рассказов о легендарном сыщике Шерлоке Холмсе. Здесь же речь пойдёт не о вымышленном персонаже, а о реальном человеке, великолепном математике и педагоге, покинувшем нас в 2019 году, – Вячеславе Викторовиче Произволове.

За несколько лет до его кончины я встречался с ним в Москве. Он тогда проживал в районе Митино и сразу же повёл меня прогуляться в расположенный рядом парк с одноимённым названием, рассказывая о встреченных им здесь представителях тамошней фауны – ежах, ужах и т.д. Но не только живностью оказалось примечательно сие место – всегда можно было подобрать какую-нибудь веточку и найти клочок земли, чтобы представить на обозрение ту или иную красивую задачу, коих Вячеслав Викторович создал, должно быть, неисчислимое количество[1].

Одна из них была придумана довольно давно:

Из одинаковых квадратов составлен прямоугольник[2]. Затем каждый квадрат произвольным образом разрезается диагональю на два равных треугольника. Образуется своеобразная «карта» с треугольными «странами». Требуется доказать, что треугольники можно раскрасить не более чем в три цвета, чтобы любые два треугольника, имеющие общий участок границы, были окрашены в разные цвета.



Справа изображён пример такого прямоугольника и его раскраски, удовлетворяющей условию (выбраны красный, жёлтый и зелёный цвета).

Для доказательства достаточно указать способ «правильной» раскраски. Будем закрашивать треугольники поочерёдно по строкам сверху вниз, а в каждой строке – слева направо. Тогда каждый очередной закрашиваемый треугольник имеет не более двух

[1] Примеры таких задач можно встретить в его же книге «Задачи на вырост», в издательстве МЦНМО как раз выходит новое издание!

[2] В исходном варианте задачи фигурировал не прямоугольник, а квадрат 10×10 (если элементарные квадратики считать единичными), но это, конечно, непринципиально.

уже окрашенных соседей – слева и сверху от себя. Поэтому всегда можно выбрать для него цвет, отличный от цветов этих соседей.

Изложив эту задачу (на мой взгляд, чересчур простую), Вячеслав Викторович спросил:

– А теперь представьте себе, что каждый квадратик, из которых составлен прямоугольник, разбит не диагональю на два равных треугольника, а **вертикальным или горизонтальным отрезком на два равных прямоугольника. Всегда ли можно получившуюся карту (состоящую на этот раз из прямоугольных стран) раскрасить в три цвета?**

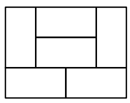
Вопрос заставил почесать голову, причём неоднократно. Не помогло. Наскоро сделанные прикидки с целью найти опровержение тоже ничего не дали.

Пришлось порассуждать. Понятное дело, сразу же вспомнилась знаменитая *проблема четырёх красок*, утверждающая, что любую карту на плоскости можно окрасить в четыре цвета, чтобы при этом любые две страны, имеющие общий участок границы, были окрашены по-разному[3]. Но здесь-то цветов только три!

Возникла робкая надежда, что где-то в литературе или на просторах интернета найдётся, скажем так, частный случай проблемы, доказывающий, что если все страны – равные прямоугольники, то для такой карты хватит и трёх цветов. А вдруг так оно и есть?

Бессильный выдумать что-то получше, я изложил свои соображения.

– Неверно! – тут же осадил меня Произволов. – Вот карта из равных прямоугольников, которую нельзя раскрасить в три цвета – четвёртый здесь необходим (рисунок справа).



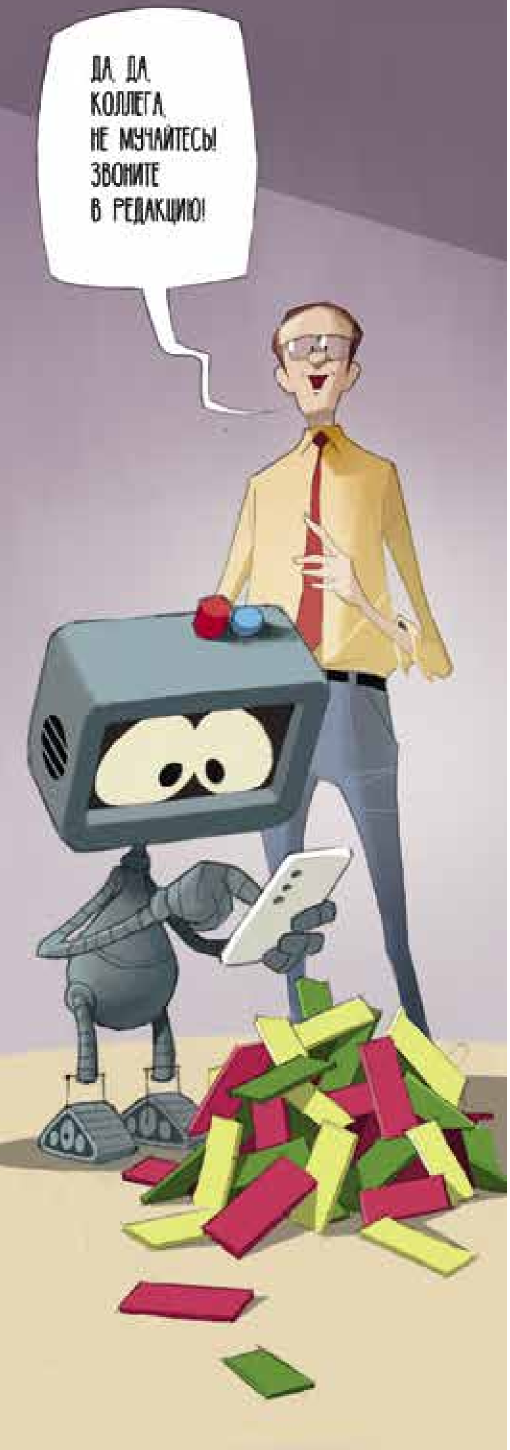
Поразмыслив, я согласился (а вы согласны?).

– Так каков же ответ? – поинтересовался я.

– Подумайте на досуге! – посоветовал мне Вячеслав Викторович, сдобрив свои слова сочувственной улыбкой. Да, он любил, чтобы собеседники думали сами, и здесь остался верен себе.

Больше нам встретиться было не суждено – общались только по телефону, который как-то не очень

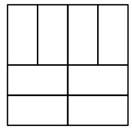
[3] Впервые проблему четырёх красок чётко сформулировал английский математик Артур Кэли в 1878 году, а доказали её почти через сто лет американцы Кеннет Аппель и Вольфганг Хакен.



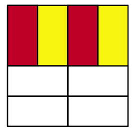
Художник Алексей Вайнер

подходит для обсуждения задач такого рода (а к переписке по интернету Произволов относился почему-то довольно холодно). Так что правильное решение надолго осталось для меня тайной за семью печатями.

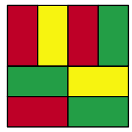
Попытка использовать алгоритм «правильной» раскраски, аналогичный тому, что был применён для карты из треугольников, показала его абсолютную неэффективность. Проявляется она уже для прямоугольных карт малых размеров – см. пример справа.



Если, следуя алгоритму, быстро и бездумно окрасить верхнюю строку в два цвета (что, кстати, представляется вполне естественным и логичным), то ситуация быстро заходит в тупик (рисунок ниже). Ведь два горизонтальных прямоугольника, непосредственно соседствующих с красными и жёлтыми, обязаны оба быть зелёными. Но они граничат между собой!



С другой стороны, так и не удалось обнаружить карту, которую нельзя было бы окрасить в три цвета. Каждый раз, используя метод проб и ошибок, удавалось добиться успеха: например, только что рассмотренную карту можно удачно раскрасить, как на рисунке справа.



Видимо, от отчаяния возник «треугольно-прямоугольный» вариант задачи Произволова. Пусть **каждый единичный квадрат, из которых составлен прямоугольник, разбивается произвольным образом либо на два равных треугольника, либо на два равных прямоугольника. Всегда ли можно «правильно» раскрасить такую карту в три цвета?**

Но и такой вариант одолеть не удалось. В последующие годы периодически возвращался к задаче, ковырял её со всех сторон – но тщетно. И лишь недавно нашёл эффективный выход: *обратиться за посторонней помощью*, а именно – в редакцию журнала «Квантик»! Результат превзошёл ожидания: решения обеих задач («прямоугольной» и «треугольно-прямоугольной») были найдены сотрудниками редакции в кратчайшие сроки и оказались они сравнительно несложными. Да, не зря Вячеслав Викторович улыбался на прощание!

Попробуйте докопаться до истины в каждом случае. А если не получится, – ответ в следующем номере.

География по-китайски

Дано несколько географических названий на китайском языке и их переводы на русский язык в перепутанном порядке:

1. 山西
2. 上海
3. 北京
4. 天山
5. 巴黎
6. 墨西哥
7. 天津
8. 北冰洋
9. 南京
10. 巴拉圭
11. 山东

Нанкин, Париж, Шаньси, Тянь-Шань, Парагвай, Тяньцзинь, Пекин, Шанхай, Шаньдун, Мексика, Северный Ледовитый океан.

Установите, какой перевод какому географическому названию соответствует и что значит китайский иероглиф 北.

По задаче Петра Перцова
Художник Артём Костюкевич

Александр Марков

На сайте «Элементы» (elementy.ru) регулярно появляются интересные статьи с популярным изложением новостей науки. Приводим (с небольшими сокращениями) одну из них – рассказ Александра Маркова (по статье М. Витлингера, Р. Венера и Х. Вольфа в журнале «Science» в 2006 году).

Муравьи измеряют расстояние шагами

В 2006 году несколько учёных-энтомологов решили проверить, измеряет ли обитающий в пустыне Сахара муравей Cataglyphis fortis *пройденное расстояние шагами. Для этого они изменяли насекомым длину ног. Муравьи «на ходулях» недооценивали пройденное расстояние, а муравьи «на культях» считали, что прошли больше, чем на самом деле. Точное определение пройденного расстояния, наряду с «внутренним компасом», необходимо муравьям для вычисления прямого курса при возвращении в гнездо после долгих странствий по лишённой ориентиров пустыне.*

«Человек вышел из точки A и прошёл 3 км на север, потом повернул на 35° влево, прошёл ещё 2 км и пришёл в точку $Б$. В какую сторону ему следует идти, чтобы по прямой вернуться в точку A?»

Муравей *Cataglyphis* в решении задач по тригонометрии даст фору любому энтомологу (фото с сайта www.ifi.unizh.ch)

Даже люди с высшим образованием испытывают затруднения при решении подобных задач, особенно если под рукой нет калькулятора. Многие общественные насекомые, однако, решают такие задачи с удивительной точностью, безошибочно возвращаясь в гнездо кратчайшим маршрутом после долгих странствий с множеством поворотов. Причём для этого им даже не нужны ориентиры. Обитающему в пустыне Сахара муравью *Cataglyphis fortis* на ориентиры рассчитывать вообще не приходится – кругом один песок, а поиски корма в этой безжизненной местности требуют длительных и далёких путешествий.

Для вычисления курса пустынные муравьи используют информацию о длине и направлении каждого пройденного отрезка пути. Направление они определяют по солнцу, как и многие другие животные. А для этого нужно иметь ещё и хороший внутренний хронометр, календарь и «встроенные» в мозг таблицы движения солнца по небосклону, поскольку это движение отнюдь не равномерно – около полудня, например, направление теней меняется намного быстрее, чем утром и вечером.

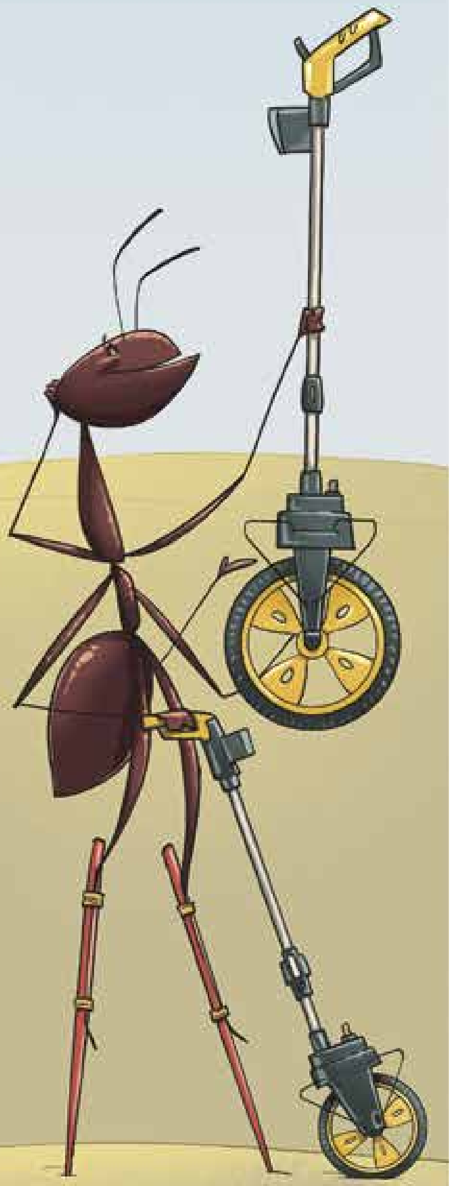
Метод, которым пустынные муравьи определяют пройденное расстояние, до сих пор оставался неизвестным. К ним неприменима «энергетическая гипотеза», согласно которой животные могут определять пройденное расстояние по затраченным усилиям. Ведь муравьи безошибочно прокладывают курс независимо от того, идут они налегке или с грузом. Не пользуются они и методом «зрительного потока», подобно пчёлам, которые оценивают дальность полёта по суммарному количеству «мелькания в глазах». Пустынные муравьи не ошибаются в оценке пройденного пути ни в темноте, ни на искусственных абсолютно гладких поверхностях, где не за что зацепиться взгляду, ни даже лишённые возможности видеть.

Ещё в 1904 году было высказано предположение, что муравьи меряют расстояние шагами, но лишь век спустя эту гипотезу решили проверить Матиас Витлингер из Ульмского университета и его коллеги – энтомологи из Германии и Швейцарии, уже давно изучающие поведение пустынных муравьёв.

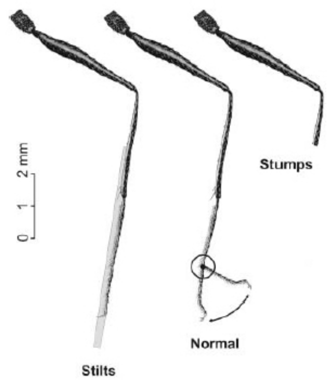
В ходе эксперимента одним муравьям ноги обрезали (точно посередине голени), другим удлиняли, приклеивая свиную щетинку.

Муравьёв приучили бегать из гнезда к кормушке по прямому желобку длиной 10 м. Возле кормушки муравьёв ловили, меняли им длину ног, давали в челюсти кусочек пищи (чтобы было с чем возвращаться в гнездо) и выпускали в другой желобок, ориентированный параллельно исходному. Муравьи немедленно отправлялись в «обратный путь», то есть бежали в сторону предполагаемого гнезда. Пробежав по прямому желобку определённое расстояние, соответствующее, как они полагали, расстоянию от кормушки до гнезда, муравьи вылезали из желобка и начинали бегать туда-сюда в поисках входа в гнездо.

Учёные тщательно замеряли расстояние между той точкой, где муравей был выпущен в желобок, и той, где он переключался с поведенческой програм-



мы «бегу домой» на программу «где же вход?». Оказалось, что муравьи, которым не меняли длину ног, начинали искать вход, пройдя в среднем 10,2 м, муравьи на ходулях пробегали 15,3 м, а муравьи на культях – лишь 5,75 м.



Манипуляции с длиной ног пустынного муравья: «ходули» (stilts), нормальные ноги (normal) и «культи» (stumps). Рисунок из статьи в Science

После этого муравьёв с изменённой длиной ног возвращали в гнездо, где они продолжали жить и совершать успешные рейды за пропитанием в течение многих дней, что говорит о том, что совершённые над ними манипуляции не слишком сильно им повредили. Правда, двигались они несколько медленнее «немодифицированных» сородичей. Средняя скорость передвижения нормального рабочего муравья этого вида составляет 0,31 м/с, тогда как особи с укороченными ногами бегали со скоростью 0,14 м/с, с удлинёнными – 0,29 м/с.

«Модифицированных» муравьёв, поживших какое-то время в гнезде, повторно ловили у кормушки и снова сажали в параллельный желобок, чтобы определить, как они оценивают пройденный путь после того, как добежали от гнезда до кормушки уже на изменённых ногах. Если «гипотеза шагомера» верна, теперь они уже не должны были ошибаться. Так и оказалось: муравьи «на ходулях» и муравьи «на культях», как и нормальные муравьи, начинали искать вход в гнездо, пройдя 10 метров и ещё чуть-чуть.

Самым сложным для исследователей оказалось измерить длину муравьиного шага. Проблема осложнялась тем, что длина шага зависит от размера насекомого (размеры рабочих муравьёв этого вида сильно варьируют), а также от скорости движения: чем быстрее идёт муравей, тем шире он шагает. Заснять на скоростное видео весь обратный путь муравья, чтобы просто подсчитать шаги и измерить их среднюю длину, у исследователей не было возможности. Съёмка проводилась в небольших экспериментальных установках. Выяснилось, что длина шага нормального муравья составляет в среднем 13,0 мм, «на ходулях» – 14,8 мм, «на культях» – 8,6 мм.

Чтобы подтвердить «гипотезу шагомера», нужно было убедиться, что в первой серии экспериментов (когда путь к кормушке муравьи проделывали на нормальных ногах, а обратно бежали на изменённых) насекомые начинали искать вход в гнездо, пройдя столько же шагов, сколько на пути к кормушке. Оказалось, что муравьи «на ходулях» проходили на 3,0–3,5 м больше, чем следовало, исходя из средней длины их шага. Муравьи с укороченными ногами также меньше, чем следовало, но незначительно.

Причины этого несоответствия учёные намерены выяснить в ходе дальнейших исследований. Пока же они ограничились предположением, что наблюдаемый сбой в работе шагомера может быть вызван нарушением соотношения между длиной шага и скоростью движения. Если у муравьёв «на культях» снижение скорости оказалось сильнее, чем уменьшение длины шага (скорость упала вдвое, шаг – на 35%), то у муравьёв «на ходулях» шаг увеличился, а скорость движения, наоборот, снизилась (возможно, из-за веса клея и свиной щетины). Муравьи просто стали медленнее перебирать ногами. Учёные отметили, что если бы скорость движения муравьёв «на ходулях» увеличилась на столько же, на сколько она уменьшилась у муравьёв «на культях», то и длина шага у первых оказалась бы больше (исходя из установленной зависимости длины шага от скорости), и тогда все цифры в их эксперименте замечательно сошлись бы.

В целом эксперимент получился красивый, и «гипотеза шагомера» в итоге получила весомое подтверждение, хотя принцип работы самого «шагомера», по-видимому, всё-таки отличается от простого подсчёта шагов. Похоже, муравьи принимают в расчёт также и скорость перебирания ногами и учитывают при этом, что при её снижении шаг у них получается короче.

Художник Алексей Вайнер

Владимир Красноухов

Горшочек Евклида

В первоапрельских археологических раскопках прошлого года в греческом городе Сиракузы группой любителей-энтузиастов был найден неплохо сохранившийся глиняный горшочек. По вкусу, запаху и другим органолептическим данным содержимое горшочка не удалось идентифицировать. И немудрено, всё-таки прошло столько веков... Это были окаменевшие плоские фигурки, имевшие форму треугольников, квадратов, пяти- и шестиугольников.

Строгая геометрическая форма этих фигурок позволила сделать смелое предположение, что горшочек принадлежал самому Евклиду. Подтверждением этой гипотезы явилась также дата создания горшочка, очевидно поставленная рукою мастера: «320 год до н. э.».

Нам удалось снять эскиз этого горшочка и высыпавшихся из него элементов, и мы готовы предоставить его нашим читателям (рис. 1). Модель горшка доступна по ссылке kvan.tk/gorshok для распечатки.

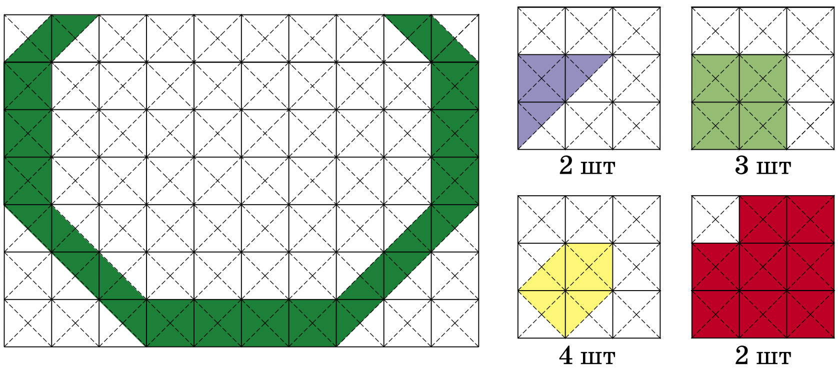


Рис. 1

Всего было 11 элементов (2 треугольника, 3 квадрата, 4 пятиугольника и 2 шестиугольника). **Но разместить все эти элементы в горшочке оказалось непростой задачей.**

Всего было сделано около 250 различных попыток решить эту задачу (три такие попытки приведены на рисунке 2), и каждый раз один из элементов оставался за бортом. Но когда задача была решена, мы увидели, что решение красивое и, похоже, единственное.

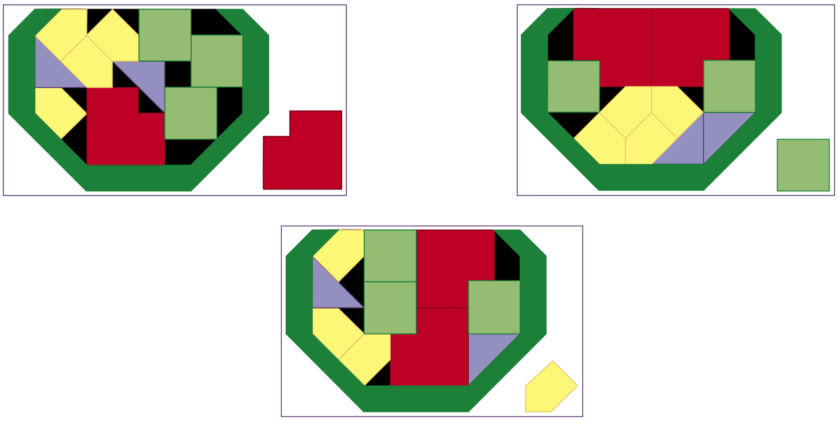


Рис. 2

Следующая задача. Отложите все пятиугольные элементы в сторону, а оставшиеся 7 элементов разместите в горшочке так, чтобы образовалась симметричная фигура и при этом элементы не могли перемещаться ни в каком направлении (сверху горшок мысленно накрыт крышкой). Существует несколько решений этой задачи.

Если с изготовлением модели горшка у вас возникли проблемы (например, лень), **решите более простую задачу:** расположите симметрично все элементы в лотке, имеющем форму прямоугольника. Размеры его показаны на рисунке 3, в той же сетке, что и на рисунке 1. Итак, разместите симметрично в этом лотке все 11 элементов в один слой так, чтобы они не выступали за пределы лотка. Задача имеет несколько решений.

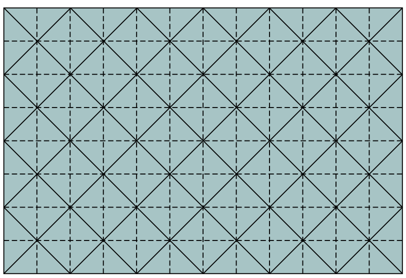
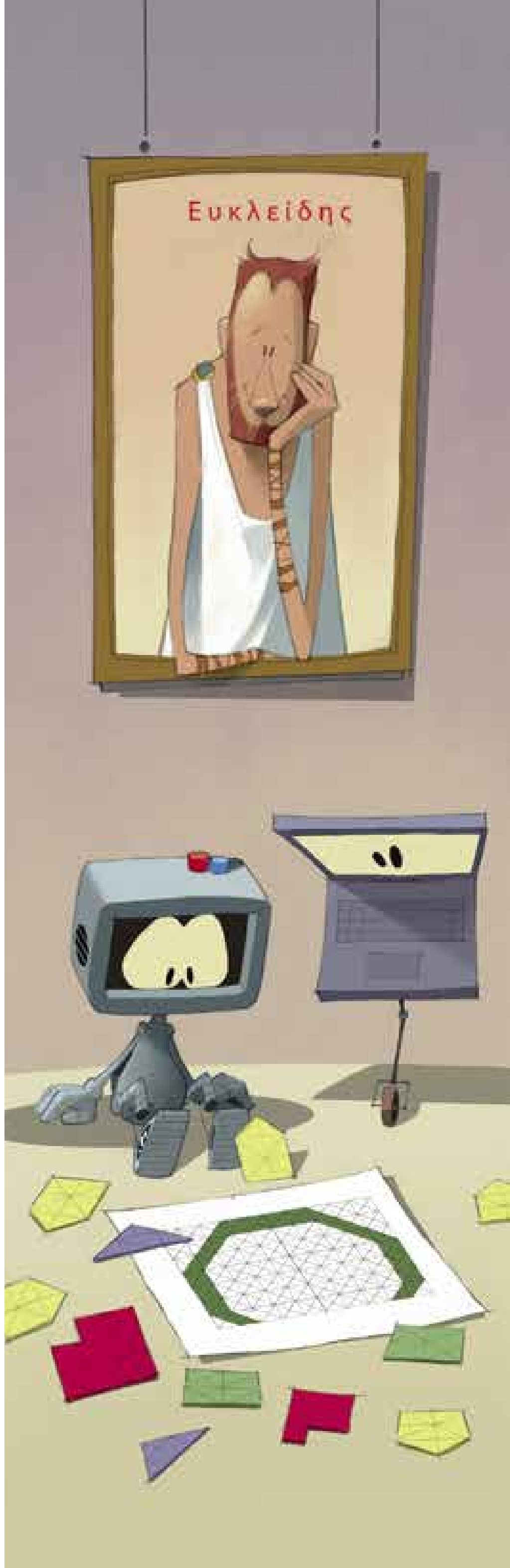


Рис. 3

Желаем успехов!

Художник Алексей Вайнер

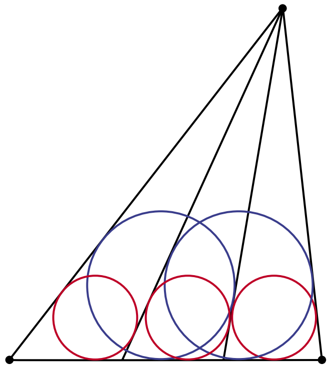


СМОТРИ!

Григорий Мерзон

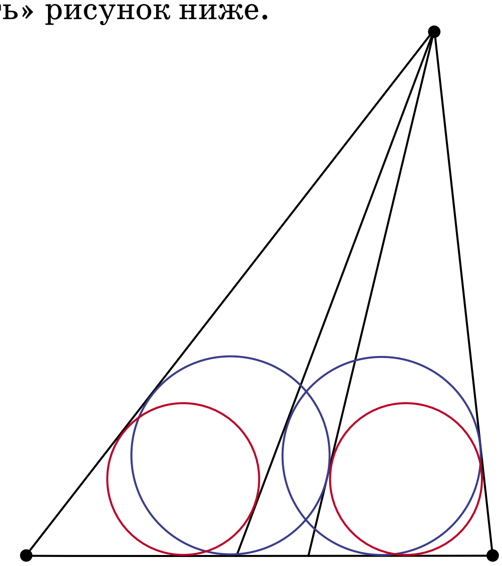
ОБОБЩАЯ САНГАКУ:
ТЕОРЕМА О ЧЕТЫРЁХ КРУГАХ

В № 7 «Квантика» за 2012 год рассказывалось (А. Полянский, «Японские сангаку») о нескольких красивых геометрических теоремах, обнаруженных в Японии в XVII – XIX вв. Одна из них была такая.

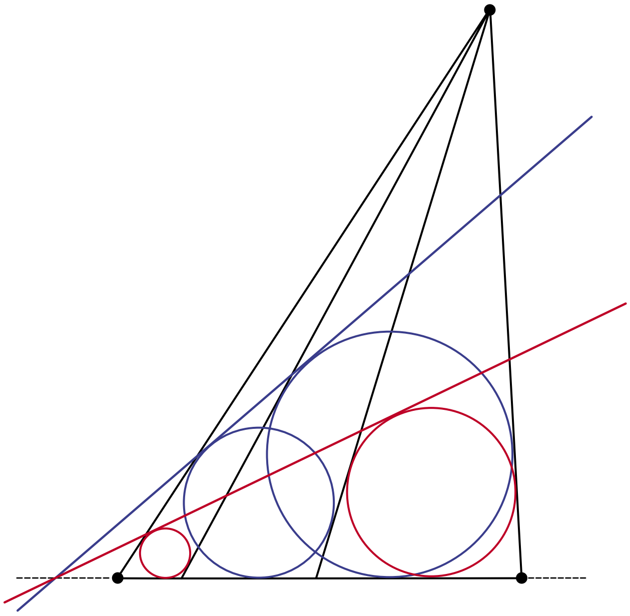


Из одной точки провели к прямой четыре отрезка и получили три примыкающих друг к другу треугольника. Отрезки проводили так, чтобы окружности, вписанные в эти треугольники, были одинаковыми (они изображены красным цветом). Оказывается, если теперь вписать по окружности в треугольники, образованные из двух соседних маленьких треугольников, то эти окружности тоже окажутся одинаковыми (они изображены синим цветом)!

Эту теорему можно обобщить: уже равенства двух красных окружностей достаточно, чтобы синие были равны! По ссылке geogebra.org/m/ah6rtgpx можно «подвигать» рисунок ниже.

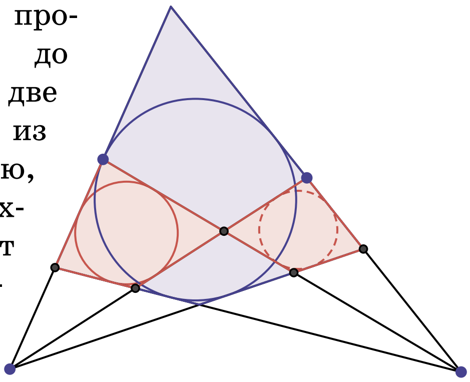


А что если красные окружности не равны? Оказывается, тогда общая касательная к красным окружностям и общая касательная к синим пересекаются на продолжении стороны треугольника – см. рисунок ниже или «живой чертёж» geogebra.org/m/kead458m

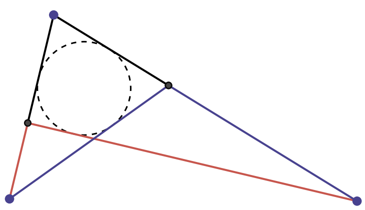


Эти теоремы опубликовал болгарский математик Йордан Табов в 1989 году. Оказывается, их все можно вывести из другого замечательного факта.

В синий четырёхугольник вписана окружность. Продолжим пары его противоположных сторон до пересечения, получим две точки. Через каждую из них проведём прямую, пересекающую четырёхугольник. Возникнет ещё два четырёхугольника (красные). Тогда если в один из красных четырёхугольников можно вписать окружность, то и во второй тоже!



Сам факт, кстати, не слишком сложный. Только сначала докажите, что в четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда сумма красных отрезков равна сумме синих.



Художник Мария Усеинова

Константин Кохась

Как Бусенька сбрасывала пароль

– Этот сейф вле-е-етел мне в копеечку, – жаловался коллега Спрудль Горгулию и дятлу Спятлу. – Продавец целый час расхваливал неубива-а-а-емость этого сейфа и его сверхнадёжность – «но-а-а-вейшие технологии защиты», «современнейшие материалы», «прогрессивнейшая система хранения пароля» – бульк!

– Боюсь, мы не сможем ничем вам помочь. Сейфы – не наш профиль, – бесстрастно сообщил Горгулий. – Мы специализируемся на услугах только математического характера!

– Вот у меня-а-а и возникло с этим сейфом, бульк,... математическое затруднение. Я забыл пароль!

– Какой пароль? – спросил дятел Спятел.

– Ну какой-какой. Обычный. Кодовую комбина-а-ацию. Многочлен, с помощью которого открывается дверца.

– Многочлен? Для открывания дверцы? – Горгулий с удивлением посмотрел на коллегу Спрудля. – Мне кажется, кто-то из нас спятил!

– Это все «на-а-адёжнейшие методы», – пояснил коллега Спрудль. – В качестве кодовой комбинации сейфа используется секретный многочлен девятой степени. Коэффициенты многочлена – 10 произвольных натуральных чисел – это, можно сказать, бульк! и есть пароль.

– Десять чисел? – воскликнул Горгулий. – Как можно запомнить 10 чисел?

– Иногда можно, причём без особых проблем, – возразил дятел Спятел. – Например, 10 единиц запомнить не очень трудно.

– Мне пришла в голову комбина-а-ация 1, 2, 3, ..., 9, 10, – похвастался коллега Спрудль. – Но инструкция к сейфу запрещает использование «столь примитивных па-а-аролей». Пришлось придумывать пароль посложнее. А теперь оказалось, что я его забыл! Помню, что я рассма-а-атривал разные последовательности, например такую

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,$$

или такую, бульк,

$$1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1,$$

или даже та-а-акую[1]

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 111321321...

Но потом я случайно наткнулся на совершенно потряса-а-ающую последовательность коэффициентов, только вот теперь не могу вспомнить, какую именно. А другим способом этот сейф никак не открыть – он «а-а-абсолютно невзламываемый»!

– Неужели «прогрессивная система хранения пароля» не предполагает, что хозяин может забыть такой сложный пароль?

– Не «прогрессивная», а «прогресси-и-ивнейшая». Предполагает. «В случае если вы забыли пароль, предусмотрена операция „сброс пароля"».

– Вот и славненько, – жизнерадостно улыбнулся Горгулий, аккуратно сложив в стопку папки, лежавшие на столе. – Сбросьте пароль, и всё будет хорошо. А мы сегодня уже закрываемся.

Но коллега Спрудль, кажется, не понял намёка.

– Для сброса паро-о-оля, – пояснил он, – используется пульт управления сейфом. Вот, видите, он выглядит как обычный калькуля-а-атор, только экран побольше, бульк. Да-а-а это, собственно, и есть калькулятор, но с одной дополнительной кнопкой – $\boxed{\text{Pass}}$. В обычном режиме работы пульта при нажатии на эту кнопку ни-и-ичего не происходит.

– Главное – не навредить, – философски похвалил дятел Спятел.

– А в режиме сброса паро-о-оля, – продолжил коллега Спрудль, – эта кнопка «позволяет вычислить значение секретного многочлена F в любой точке», то есть если набрать на экра-а-ане число x и нажать $\boxed{\text{Pass}}$, бульк, экран покажет значение $F(x)$.

– Каждое найденное значение даёт уравнение на коэффициенты, – сказал Горгулий, – например, если $F(t)=s$, мы получаем уравнение

$$a_1 t^9 + a_2 t^8 + \ldots + a_9 t + a_{10} = s.$$

Накопи́те побольше уравнений и, решив полученную систему, найдите коэффициенты $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$. Не стоило ради такой ерунды обращаться к нам за помощью!

[1] Попытайтесь её продолжить, распознайте остальные последовательности.

– Да, именно так и написано в инстру-у-укции, – согласился коллега Спрудль, по-прежнему игнорируя намёки. – «Конечно, такой способ восстановления паро-о-оля очень громоздок, но чего же вы хотели, бульк, забывание пароля – это возмутительная бе-е-зответственность!» Проблема в том, что они разреша-а-ают вычислить всего лишь 10 значений, бульк! После этого кнопка $\boxed{\text{Pass}}$ отключается.

– Вам ровно 10 значений и потребуется, – подтвердил Горгулий, – получится система из 10 уравнений с 10 неизвестными.

– Но я не могу найти 10 значе-е-ений! – воскликнул коллега Спрудль. – Я ради эксперимента вычислил несколько значений до того, как обратил внима-а-ание на запрет. И естественно, ни одного из них не запомнил, бульк. А тепе-е-ерь кнопка $\boxed{\text{Pass}}$ позволит сделать всего лишь три-четыре вычисления.

– Свяжитесь с сервис-центром производителя сейфа! – строго сказал Горгулий.

– Они сказали, что единственный способ, который может помочь в этой ситуа-а-ации, – это обратиться в вашу фирму!

Горгулий скорчил гримасу и посмотрел на коллегу Спрудля.

– Ну что ж, – вздохнул Горгулий, – давайте составим договор на оказание интеллектуальной услуги…

* * *

– Какой интересный калькулятор, – сказала Бусенька, разглядывая пульт от сейфа. – Сколько тут разных функций!

– Халтурщики, – возразил дятел Спятел, имея в виду производителей сейфа. – Вместо того чтобы разработать собственный оригинальный пульт, они взяли инженерный калькулятор и слегка его переделали.

– Почему при включении пульта на экране появляется число 1?

– Они называют это «энергосберегающим реше-е-ением»! – пояснил дятел Спятел. – Реклама, короче. Обычно включаешь калькулятор, и на экране появляется 0. А у этих – не 0, а 1. Якобы для изображения единицы меньше расходуется заряд, чем для нуля.

– А что делает кнопка $\boxed{\text{Num}}$?

– Как я понял, – объяснил Горгулий, – калькулятор умеет показывать числа в разных системах счисления. Поменять систему счисления можно кнопкой $\boxed{\text{Num}}$. Набираешь 8, нажимаешь $\boxed{\text{Num}}$ – и теперь все вычисления будут в восьмеричной системе счисления. Набираешь 38, нажимаешь $\boxed{\text{Num}}$ – и вычисления будут в тридцативосьмеричной системе счисления.

Бусенька тут же нажала $\boxed{3}$, $\boxed{8}$, $\boxed{\text{Num}}$. На экране появилась запись ①⓪.

– Да, ты прав, – сказала Бусенька, – число 38 в 38-ричной системе счисления как раз и записывается как ①⓪. А вот и кнопка с кружочком, чтобы рисовать экзотические цифры. Ну-ка проверим.

И Бусенька нажала $\boxed{1}$, $\boxed{2}$,◯.На экране появилось число ⑫, которое в 38-ричной системе счисления является однозначным числом. Как и положено однозначному числу, оно записывается с помощью одной 38-ричной цифры – цифры «12». Бусенька нажала кнопку $\boxed{x^2}$ и на экране появился результат: ③㉚.

– Ух ты, работает! – воскликнул Горгулий. – Число ③㉚ в 38-ричной системе счисления – это $3 \cdot 38 + +30 = 144$, то есть как раз 12 в квадрате!

– Неплохо, – похвалила Бусенька. – Думаю, с помощью этой кнопки мы сумеем разделаться с нашим клиентом особенно зрелищно.

* * *

Когда на следующий день коллега Спрудль явился в назначенное время, его уже ждали дятел Спятел, Бусенька и Горгулий.

– Послушайте заключение нашего эксперта, – сразу взялся за дело Горгулий, кивнув в сторону Бусеньки.

– Традиционный способ восстановления пароля, – сообщила Бусенька, – требует решения системы, состоящей из 10 линейных уравнений с 10 неизвестными.

– Да-да, именно так и устро-о-оен мой сейф, – подтвердил коллега Спрудль.

– Самый популярный способ решения линейных систем – метод Гаусса. В нашем случае он потребовал бы нескольких тысяч операций, – продолжила Бусенька. – Ваш пульт, конечно, обладает некоторыми вычислительными возможностями, но тут не обойтись без настоящего компьютера. Ситуация, однако,

отягощается тем, что мы даже не можем получить эту систему целиком! Поэтому нам пришлось изобрести совершенно новый метод восстановления пароля.

– Предлагаю назвать его «методом Бусеньки – Гаусса», – прокомментировал Горгулий. – Для восстановления пароля этим методом компьютер не понадобится, достаточно иметь пульт от сейфа.

– Да, вычислительная эффективность нового метода потрясает воображение, – гордо сказала Бусенька. – Вместо выполнения многих тысяч операций, потребуется лишь трижды нажать кнопку на пульте!

– Да что вы, всего-о-о три раза? – удивлённо воскликнул коллега Спрудль и тут же взревел: – Что-о-о?!! Вы выписали мне этот дикий счёт за вычисление, которое реализуется нажатием трёх кнопок?! Бульк?!

– Я же лично отговаривал вас обращаться в нашу фирму! – воскликнул Горгулий. – Вы проявили чрезмерную настойчивость, если не сказать назойливость, и заказали услугу, за которую не взялся даже сервис-центр производителя!

– Но вы поступили очень мудро, найдя настоящих специалистов, – дипломатично сказал дятел Спятел. – Главное – не навредить! Мы же хорошо знаем, что происходит, когда вы сами начинаете жать на кнопки.

– Короче, уплыли ваши денежки, – подытожила Бусенька. – Сядьте поудобнее и просто получайте удовольствие, наблюдая за работой профессионала. Должна вам честно сказать, что потребуется ещё одно нажатие – мне придётся сначала включить пульт. Но зато кнопку Pass я нажму всего два раза.

Она положила перед коллегой Спрудлем пульт и включила его в режиме сброса пароля. На экране загорелась единица. Бусенька нажала Pass, Num, Pass:

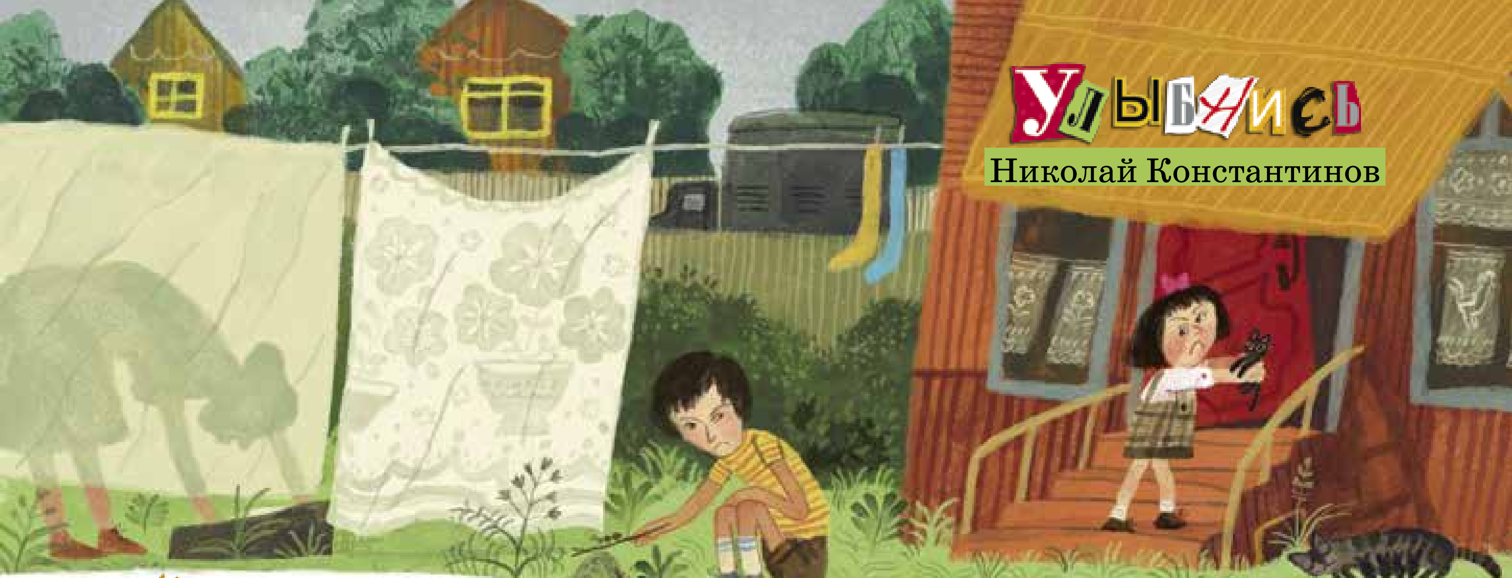
④ ③ ③ ⑥ ④ ⑤ ④ ⑥ ⑥ ⑥.

– Это она, моя совершенно потряса-а-ающая последовательность! – восхищённо произнёс коллега Спрудль. – Надо же, восстанови-и-и-или и даже без использования компьютера!

– Можем и с компьютером, – радостно откликнулась Бусенька. – Тогда хватит всего одного нажатия на кнопку Pass. Только компьютер должен считать с о-о-очень большой точностью!

Художник Инга Коржнева

См. пояснения в ответах



Николай Константинов

Устя или Астя

Это было очень давно. Мы жили на даче в Назаревке. Я был совсем маленький, а моя двоюродная сестричка Таня – ещё меньше. У нас, конечно, не было решительно никаких обязанностей. Жизнь была полна. Например, по улице иногда проходили грузовые машины. Во дворе были утята. Вообще, всё было очень интересно. Кажется это было первое лето в моей жизни, когда я стал замечать много вокруг и очень много запомнил. Я узнал, что журчит ручей, что можно лежать в траве на лесной лужайке, и в небе над собой можно увидеть парящего ястреба, увидел жнейку и стеклодувную мастерскую. Сестричка моя видела, наверное, меньше, но в отношениях мы были ровни. И вот однажды между нами возник спор. Страшный, бессильный спор, в котором каждый считал себя правым, но не мог найти аргументов в свою защиту. Я открыл, что можно взяться руками за перила крыльца и, прыгая, приговаривать в такт: «устя-устя-устя-устя». Откуда я это взял – не помню. Может быть, сам придумал, но скорее видел что-то похожее. Танечка стала делать то же самое, но при этом приговаривала: «астя-астя-астя-астя». Потом мы уже не прыгали, а только ходили, и каждый долбил своё. Мне было совершенно ясно, что она не права. Почему она говорила «астя-астя»? Это могло быть результатом только какого-то полного бесчувствия, тупости и непонимания. Какая-то враждебная сила ворвалась в наш мир и не было на неё управы. Но чтобы утвердить свою правду, я упорно продолжал своё: «устя-устя». Наши отношения дошли до ненависти. Чем это кончилось – я не помню, скорее всего всеобщим рёвом, впрочем, не в этом дело. То, что мы увидели в детстве, важнее для нас всего того, что мы увидим потом. То, что мы поняли в детстве, – это неразменные рубли, которые можно всю жизнь тратить, а они не кончаются. Вот и этот пустяковый случай из моего детства я часто вспоминаю, когда наблюдаю споры взрослых. Какая огромная тренировка и выдержка требуется от всех собеседников, чтобы спор между ними был содержательным! А по большей части – отбрось декорации – и увидишь внутри всё то же: «устя-устя» или «астя-астя»!

Художник Ольга Демидова

Смарт КЕНГУРУ 2021

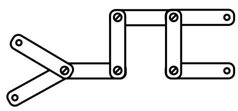
Избранные задачи

Математика со Смартиком
mathkang.ru

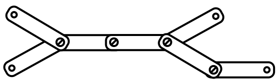
«Смарт Кенгуру» – молодой, но уже популярный всероссийский математический конкурс-игра для школьников, его девиз – «Математика для каждого». В 2021 году конкурс прошёл первый раз, а в нём уже участвовали почти 500 тысяч школьников. Авторы задач конкурса более 25 лет придумывали задачи для международного конкурса «Кенгуру». Новый конкурс организован удобнее: он проходит в январе, и итоги подводятся значительно быстрее. Подробности см. на сайте mathkang.ru

Приводим подборку задач первого конкурса, прошедшего в 2021 году. В январе 2022 года конкурс прошёл уже второй раз, и подборка задач также появится на страницах нашего журнала.

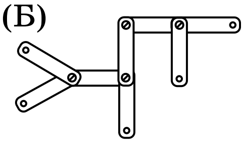
1. (2 класс, 4 балла) Из одинаковых планок и винтиков Смартик собрал конструкцию (рисунок справа). Что можно из неё получить, если повернуть некоторые планки?



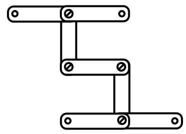
(А)



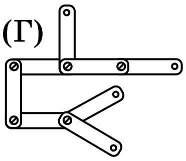
(Б)



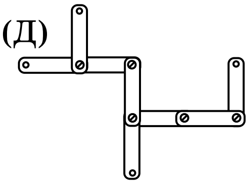
(В)



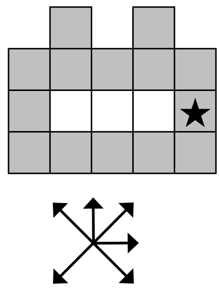
(Г)



(Д)



2. (2 класс, 5 баллов) Робот Федя стоит в клеточке, отмеченной звёздочкой. Он может переходить из клеточки в соседнюю клеточку в любом направлении, которое показывают стрелочки на рисунке. В скольких клеточках лабиринта он не сможет побывать?



(А) 6 (Б) 4 (В) 3 (Г) 2 (Д) 1

3. (3–4 класс, 5 баллов) На рисунке справа изображена карточка. Четыре такие карточки положили на стол так, что получился квадрат 3×3. Какая картинка не могла получиться?

1	2
4	3

(А)

1	2	2
4	3	3
4	4	3

(Б)

1	1	2
1	2	2
4	3	3

(В)

1	1	2
1	4	3
4	3	3

(Г)

1	1	2
4	1	2
4	4	3

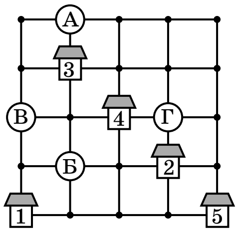
(Д) все четыре картинки могли получиться.

Материал подготовил
Дмитрий Максимов

4. (5 – 6 класс, 3 балла) На далёкой планете Трям позавчера и послезавтра – это один и тот же день недели. Сколько дней в неделе на этой планете?

(А) 3 (Б) 4 (В) 5 (Г) 6 (Д) 7

5. (5 – 6 класс, 5 баллов) Почтальон вышел из дома 1 и, двигаясь по дорожкам, посетил остальные дома в таком порядке: 2, 3, 4, 5. Ни на каком перекрёстке он не побывал дважды. На каком из перекрёстков А – Г он обязательно побывал?

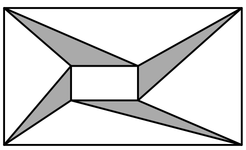


(А) А (Б) Б (В) В (Г) Г
(Д) на каждом из перекрёстков А – Г он мог не побывать

6. (7 – 8 класс, 5 баллов) Натуральные числа a и b таковы, что НОК (a, b) = НОК $(2a, 3b)$. Тогда обязательно

(А) a делится на 2 (Б) b делится на 6
(В) a делится на 6 (Г) b делится на 3
(Д) a делится на 3

7. (9 – 10 класс, 4 балла) Прямоугольники 4×7 и 1×2 расположены так, что их стороны параллельны (см. рисунок). Чему равна сумма площадей четырёх закрашенных треугольников?



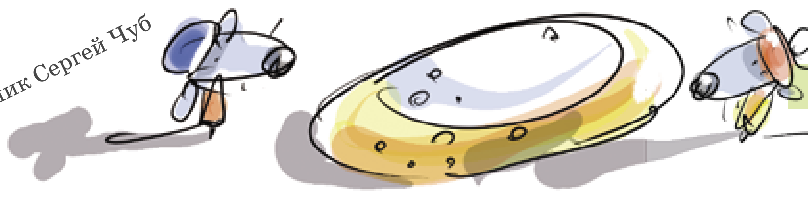
(А) 5 (Б) 5,5 (В) 6 (Г) 7 (Д) 7,5

8. (9 – 10 класс, 4 балла) Шурин – это брат жены, а деверь – брат мужа. Кем может приходиться господин X госпоже Y?

(А) деверем шурина (Б) деверем деверя
(В) шурином деверя (Г) шурином шурина
(Д) шурином деверя деверя

9. (9 – 10 класс, 5 баллов) Фрекен Бок, Карлсон и Малыш едят плюшки. Карлсон и Фрекен Бок вместе едят в 5 раз быстрее Малыша, а Малыш и Фрекен Бок – в 3 раза быстрее Карлсона. Во сколько раз нужно «ускориться» Малышу, чтобы вместе с Карлсоном есть с такой же скоростью, что и Фрекен Бок?

(А) 1,5 (Б) 2 (В) 2,5 (Г) 3 (Д) 4



Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС, VI тур («Квантик» № 2, 2022)

26. *Мудрецам A и B выдали по натуральному числу и сказали, что эти числа различаются на 1. «Я не знаю, знаешь ли ты моё число», – сказал A, обращаясь к B. Какое число у A?*

Ответ: 2. Каждое натуральное число, кроме 1, имеет ровно двух соседей (отличающихся от него на 1). Если у A число 2, то у B либо 1 (и тогда B знает число A), либо 3 (и тогда B не может знать число A), условие задачи выполнено. Если же у A не 2, то число у B заведомо имеет двух соседей, и A может наверняка утверждать, что B не знает наверняка, какое из них у A.

27. *Разрежьте кольцо с дырочкой (рис. 1) на четыре равные части и из полученных частей сложите снежинку (рис. 2).*

Ответ: см. красные линии на рисунках

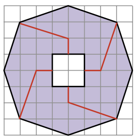


Рис. 1

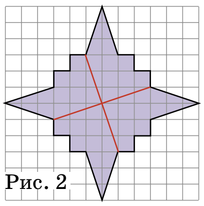


Рис. 2

28. *В IV туре нашего конкурса требовалось расшифровать ребус $ТУК \times 5 = СТУК$, он имеет два решения. а) Замените пятёрку другой цифрой так, чтобы получился ребус, имеющий решение. б) Докажите, что такая цифра ровно одна. в) Докажите, что решение у нового ребуса единственное. (Как обычно, одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры, и ни одно число не начинается с нуля.)*

Ответ: $750 \times 9 = 6750$. Пусть Z – искомая цифра, $Z \neq 5$. Ясно, что $Z \neq 0$ и $Z \neq 1$. Поэтому Z может принимать значения 2, 3, 4, 6, 7, 8 или 9, а ребус выглядит так: $ТУК \times Z = СТУК$. Вычтем из обеих частей число $ТУК$. Получим:

$$ТУК \times (Z-1) = СТУК - ТУК = С000.$$

Значит, $ТУК \times (Z - 1)$ делится на 1000. При каждом конкретном возможном Z возникают определённые требования к делимости числа $ТУК$, сведём их в таблицу (справа).

Z	$Z-1$	$ТУК$ делится на
2	1	1000
3	2	500
4	3	1000
6	5	200
7	6	500
8	7	1000
9	8	125

Видим, что для всех Z, кроме 9, число $ТУК$ делится на 100, то есть оканчивается двумя нулями. Но это недопустимо – ведь цифры $У$ и $К$ различны. Значит, $Z = 9$.

Тогда мы знаем, что трёхзначное число $ТУК$ делится на 125, и все его цифры различны. Этим условиям удовлетворяют всего 6 чисел: 125, 250, 375, 625, 750 и 975. Далее проще всего не мучиться, а сделать прямую проверку:

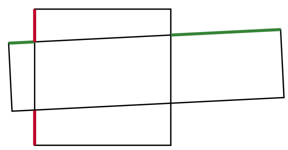
$125 \times 9 = 1125$, $625 \times 9 = 5625$,
$250 \times 9 = 2250$, $750 \times 9 = 6750$,
$375 \times 9 = 3375$, $975 \times 9 = 8775$.

Так как у произведения – $СТУК$ – тоже все цифры различны, остаётся один вариант $СТУК = 6750$; тогда $ТУК = 750$, это и есть ответ.

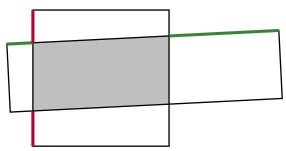
29. *Некоторые клетки белой прямоугольной таблицы закрасили синим. Во всех строках количество синих клеток различно, и во всех столбцах тоже. Докажите, что если в таблице не поровну строк и столбцов, то в ней поровну белых и синих клеток.*

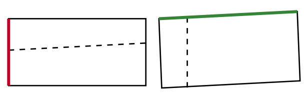
Пусть строк всего m, столбцов – n, и, скажем, $n > m$. В каждом столбце может быть от 0 до m белых клеток – всего $m+1$ вариантов, поэтому $n \leqslant m+1$. Но $n > m$, откуда $n = m+1$. Тогда в столбцах встречаются по разу все варианты количеств белых клеток (от 0 до m), и соответственно все количества синих клеток (от m до 0), а значит, и тех и других поровну (по $1+2+\ldots+m$).

30. *Квадрат 6×6 и прямоугольник 3×12 пересекаются, как показано на рисунке. Докажите, что сумма зелёных отрезков в два раза больше суммы красных отрезков.*



Вырежем общую часть квадрата и прямоугольника и сдвинем друг к другу оставшиеся обрезки каждой из фигур – получится два прямоугольника (см. рисунок).

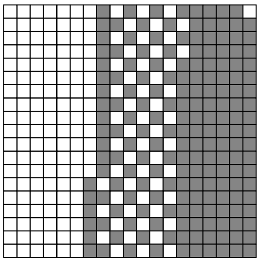




Прямоугольник, получившийся из квадрата 6×6, будет иметь длину 6 и ширину R, равную сумме красных отрезков, а прямоугольник, получившийся из прямоугольника 3×12, будет иметь ширину 3 и длину G, равную сумме зелёных отрезков. Но площади исходных фигур одинаковы ($6 \cdot 6 = 3 \cdot 12 = 36$), и вырезана одна и та же площадь, поэтому сложенные из остатков прямоугольники тоже равны по площади. Тогда $6 \cdot R = 3 \cdot G$ и $G = 2 \cdot R$, что и требовалось.

РАСКРАСКА КВАДРАТА $N \times N$

(«Квантик» № 3, 2022)



На рисунке приведено решение для $N = 19$. Кратко изложим идею, как раскрасить квадрат для любого $N \neq 3k - 1$. Заметим, что при таком N число пар соседних клеток делится на 3.

Добьёмся того, чтобы число пар белых соседних клеток равнялось трети от общего числа пар. Делаем это так: начинаем красить белым сначала клетки первого столбца сверху вниз, потом второго, третьего и т. д. Раскрашивая очередную клетку, мы увеличиваем число пар соседних белых клеток на 1 либо на 2. Поэтому мы можем остановиться, когда число пар будет каким нужно или на 1 меньше (в последнем случае легко докрасить ещё одну белую клетку так, чтобы добавилась ещё одна пара).

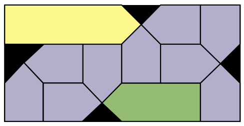
Будет покрашена примерно треть клеток. Остальные клетки покрасим временно в чёрный цвет. Далее будем перекрашивать в белый цвет некоторые клетки правой половины, пытаясь довести число пар чёрно-белых соседей до трети от общего числа пар. Перекраску будем делать «в шахматном порядке», чтобы не менять число пар белых соседей. Если добьёмся желаемого, то победа: число пар чёрных соседей автоматически составит треть от общего количества пар.

Когда мы перекрашиваем клетку в белый, у нас добавляется 4 пары чёрно-белых соседей, если эта клетка внутри, 3 пары – если она на границе, и 2 пары – если в углу. Чтобы всё сошлось, сделаем перед началом перекрашивания хитрость: выберем угловую чёрную клетку *У*, соседнюю с ней по диагонали клетку *В* (внутреннюю) и клетку *Г* через одну от угловой на границе – пусть они будут в той «шахматной» половине, которую мы перекрашиваем, но их самих пока трогать не будем. Далее перекрашиваем, как описано выше, пока число чёрно-белых пар не составит почти треть от общего числа пар: остановимся, когда останется добавить 6, 5, 4 или 3 пары.

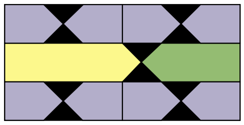
Если не хватает трёх пар, перекрасим ещё клетку *Г*, если четырёх – клетку *В*, если пяти – клетки *У* и *Г*, если шести – клетки *У* и *В*.

КАРАНДАШИКИ В КОРОБОЧКЕ

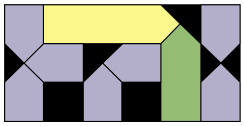
(«Квантик» № 3, 2022)



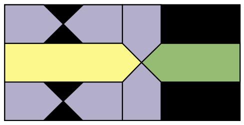
1Б + 1С + 9М



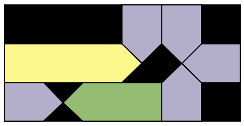
1Б + 1С + 8М



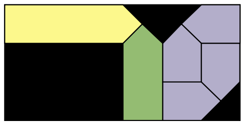
1Б + 1С + 7М



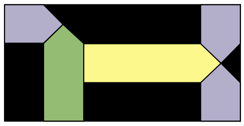
1Б + 1С + 6М



1Б + 1С + 5М



1Б + 1С + 4М



1Б + 1С + 3М

Можно ли разместить в режиме «антислайд» набор 1Б + 1С + 2М, нам не известно.

ПОХИЩЕНИЕ В АДВОКАТСКОЙ КОНТОРЕ

(«Квантик» № 3, 2022)

Адвокат не мог заводить часы, которые показывают в этот момент 16:37 или близкое к этому время: примерно с 16:20 до 16:50 левое отверстие для ключа перекрыто часовой стрелкой. А в 16:37 перекрыты оба отверстия. Фото подобных часов приведено справа.

КТО ВИДИТ КАРТИНУ ПРАВИЛЬНО

(«Квантик» № 3, 2022)

Если бы художник смотрел на берег сверху, в озере отражалось бы только небо, и никакой загадки не было бы. Художнику пришлось стоять низко, близко к поверхности воды, чтобы «заглянуть под свой берег» и увидеть там отражения далёких деревьев. Но всё же он стоял *над* водой, и далёкий берег хоть немного, да скрывал свой задний план в отражении. Так как на правой половине картины мы видим больше заднего плана, чем на левой, то отражение – слева, и правильно смотрит Квантик.

Ещё один аргумент: можно заметить, что линия берега левее середины (оси симметрии заднего плана). Если бы художник был в точности в плоскости симметрии (то есть на поверхности воды), линия берега была бы в точности посередине. Чтобы она сдвинулась относительно фона влево, художнику надо сдвинуться вправо. Ну и раз рисовал он не из-под воды, то справа настоящий лес, а слева – отражение.

ГЕОГРАФИЯ ПО-КИТАЙСКИ

Подсказка: как на китайском языке записывается Тянь-Шань? Подробное решение читайте в следующем номере.

КАК БУСЕНЬКА СБРАСЫВАЛА ПАРОЛЬ

Когда мы записываем какое-либо число в десятичной записи, мы на самом деле представляем его в виде суммы чисел, кратных степеням числа 10, например

$$512=5\cdot10^2+1\cdot10^1+2\cdot10^0.$$

При этом для записи чисел мы используем цифры – «маленькие числа» от 0 до 9, которые обозначаются одним символом.

В системе счисления с другим основанием та же самая запись будет обозначать другое число, например, запись «512» в 16-ричной системе счисления будет обозначать число

$$5\cdot16^2+1\cdot16^1+2\cdot16^0.$$

Для записи произвольных чисел в 16-ричной системе нам понадобится больше цифр, чем в десятичной, – кроме обычных, от 0 до 9, нужны ещё цифры «десять», «одиннадцать», «двенадцать», «тринадцать», «четырнадцать», «пятнадцать». В информатике, где часто пользуются 16-ричной системой, эти цифры обозначают A, B, C, D, E, F.

Но что делать, если мы хотим записывать числа в системе счисления с совсем большим основанием? Например, с основанием 38, как в сказке, – в этой системе счисления в качестве цифр используются числа от 0 до 37. В пульте коллеги Спрудля эту проблему решили так: чтобы не путаться с незнакомыми символами, цифры в экзотических системах счисления записывают привычным нам способом (десятичным), но при этом обводят в кружок.

Восстановление пароля Бусенька провела следующим образом. После включения пульта на экране загорелось число 1. При нажатии кнопки Pass пульт вычислил значение $f(1)$ секретного многочлена в точке 1, то есть число

$$a_1\cdot1^9+a_2\cdot1^8+\ldots+a_9\cdot1+a_{10}=a_1+a_2+\ldots+a_9+a_{10}.$$

Так как все коэффициенты a_i положительны, это число больше каждого из них. Нажатие кнопки Num побуждает пульт сделать это число основанием экзотической системы счисления. Цифрами в такой системе счисления будут числа от 0 до $f(1)-1$, в частности каждое число a_i может использоваться в качестве цифры a_i. На экране пульта после нажатия кнопки Num появилось число 1 0 – это то же самое число $f(1)$, которое было перед нажатием, только теперь оно записано в системе счисления по основанию $f(1)$. Так и должно быть: когда вы пользуетесь какой-нибудь системой счисления, её основание всегда записывается как 1 0.

Что же произойдёт, если теперь нажать кнопку Pass? Пульт вычислит значение секретного многочлена $f(x)$, подставив вместо x число на экране, то есть пульт вычислит $f(f(1))$, причём результат должен быть записан в системе счисления по основанию $f(1)$. Таким образом, пульт вычислит значение

$$f(f(1))=a_1\cdot f(1)^9+a_2\cdot f(1)^8+\ldots+a_9\cdot f(1)+a_{10}$$

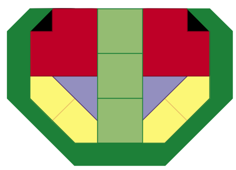
и, чтобы показать его в системе счисления по основанию $f(1)$, пульт… просто предъявит нам запись a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10}.

И напоследок – задача Сергея Маркелова из XXXI Турнира городов.

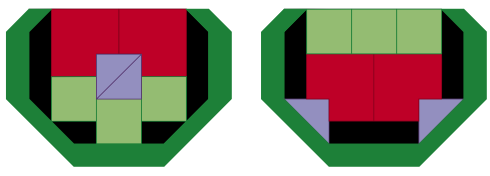
Барон Мюнхгаузен попросил задумать непостоянный многочлен $P(x)$ с целыми неотрицательными коэффициентами и сообщить ему только значения $P(2)$ и $P(P(2))$. Барон утверждает, что лишь по этим данным всегда может восстановить задуманный многочлен. Не ошибается ли барон?

ГОРШОЧЕК ЕВКЛИДА

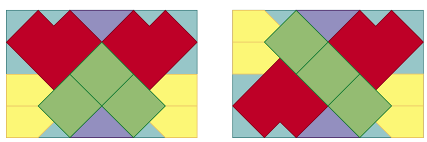
1. Все 11 элементов в горшочке:



2. Семь элементов размещены симметрично в режиме антислайд (напомним, что горшок накрыт невидимой крышкой):



3. Все 11 элементов размещены в прямоугольном лотке.

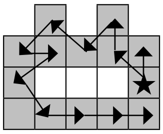


СМАРТ КЕНГУРУ 2021.

Избранные задачи

1. Конструкция, которую собрал Смартик, состоит из 8 планок и имеет 4 «хвостика», поэтому ответы А (7 планок) и Б (5 «хвостиков») отбрасываем. Ответ В тоже не подходит – там все «хвостики» состоят из одной планки, а в условии один «хвостик» состоит из двух планок. Рисунок Д тоже не годится – на нём есть «хвостик» из трёх планок. А вот рисунок Г можно превратить поворотами в рисунок из условия. **Ответ:** Г.

2. На рисунке показано, как Федя может побывать во всех клетках, кроме левого нижнего угла. А в этот угол он попасть никогда не сможет, так как нет ни одной клетки, которая была бы ниже, левее или по диагонали от неё. **Ответ:** Д.



3. Покажем, что все 4 картинки могут получиться. Начнём с ответа А: положим сначала карточку в левый нижний угол (тогда в левой нижней клетке окажется число 4), поверх неё положим карточку в правый нижний угол (в средней клетке нижнего ряда окажется 4, а в правой клетке – 3). Потом положим карточку в правый верхний угол и, наконец – в левый верхний.

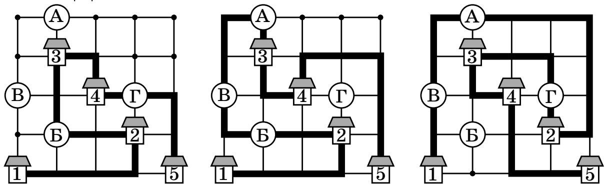
Чтобы получить картинку Б надо начать с левого верхнего угла, затем положить карточку в правый верхний, затем – в правый нижний, и потом – в левый нижний.

Картинка В получается, если начать с левого верхнего угла и правого нижнего (в любом порядке), потом положить карточку в левый нижний угол и в конце – в правый верхний.

Картинку Г получим, начав с левого нижнего угла, потом перейдём к левому верхнему, потом к правому верхнему и в конце положим карточку в правый нижний угол. **Ответ:** Д.

4. Позавчера – это два дня назад, а послезавтра – это два дня вперёд. Между этими днями располагается три дня (вчера, сегодня и завтра). Если среди них есть тот же день недели, что и позавчера, то в неделе окажется всего один или два дня, и оба эти варианта возможны. Если же все эти три дня – разные дни недели, то первое повторение в нашей цепочке дней будет только послезавтра. Тогда позавчера, вчера, сегодня и завтра – это полная неделя, а послезавтра начнётся следующая неделя. Тем самым, из предложенных в условии вариантов ответа подходит только Б.

5. Приведённые на рисунках примеры маршрутов показывают, что почтальон может не посетить любой из отмеченных перекрёстков. **Ответ:** Д.



6. Пусть $X = \text{НОК}(a, b) = \text{НОК}(2a, 3b)$. Тогда X делится и на b, и на $3b$, следовательно, в разложение X на простые множители 3 входит в бо́льшей степени, чем в разложение b. Это возможно только в том случае, когда на эту бо́льшую степень 3 делится a. Тем самым, обязательно выполняется условие Д.

С другой стороны, для $a = 3$, $b = 2$ условие задачи верно, но ни одно из условий А – Г не выполняется. **Ответ:** Д.

7. Горизонтальные основания верхнего и нижнего треугольников равны 2, а сумма их высот h_1 и h_2 равна $4 - 1 = 3$. Поэтому сумма площадей верхнего и нижнего треугольников равна $\frac{1}{2} \cdot 2h_1 + \frac{1}{2} \cdot 2h_2 = h_1 + h_2 = 3$. Аналогично находим сумму площадей правого и левого треугольников (с вертикальными основаниями, равными 1, и суммой высот $7 - 2 = 5$): она равна $\frac{1}{2} \cdot 5 = 2{,}5$. Тогда сумма площадей всех четырёх треугольников равна 5,5. **Ответ:** Б.

8. Заметим, что шурин бывает только у мужчин, а деверь – только у женщин. Кроме того, сами деверь и шурин – мужчины. Поэтому у шурина и деверя не может быть деверя, и оттого деверь шурина, деверь деверя и шурин деверя деверя – это вообще бессмысленные словосочетания. Поскольку шурин бывает только у мужчин, то и шурин шурина может быть только у мужчины, а никак не у госпожи Y. Зато у госпожи Y может быть деверь, у которого есть шурин. Им и может оказаться господин X. Итак, годится только вариант «шурин деверя». **Ответ:** В.

9. Обозначим скорости поедания плюшек Фрекен Бок, Карлсоном и Малышом через b, k и m соответственно. По условию, $k + b = 5m$, $m + b = 3k$. Сложим эти два равенства: $k + m + 2b = 5m + 3k$, то есть $2b = 4m + 2k$. Отсюда получаем: $2m + k = b$. Это означает, что если Малыш «ускорится» в 2 раза, то вместе с Карлсоном он будет есть с такой же скоростью, что и Фрекен Бок. **Ответ:** Б.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач VIII тура, с которыми справитесь, не позднее 5 мая в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

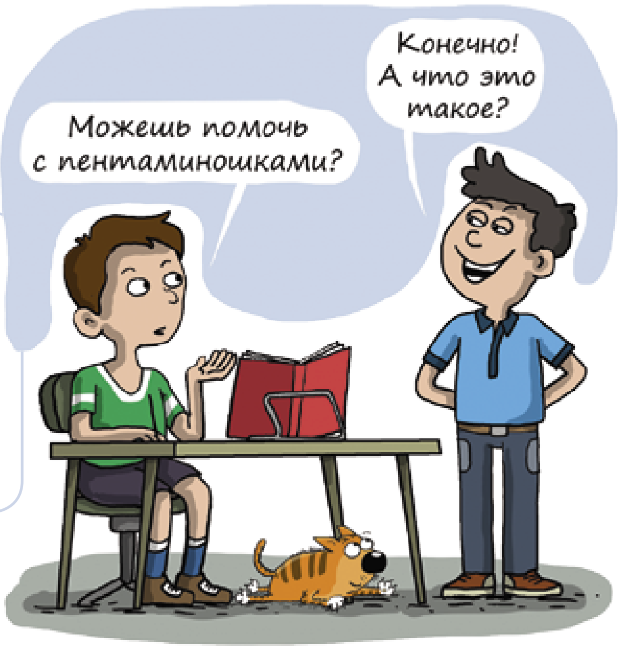
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VIII ТУР

36. У почтальона есть пачка конвертов, из которой ему нужно взять ровно 50 штук. Пока он стоял и методично отсчитывал по одному конверту, к нему подошёл сын-пятиклассник и сказал: «Если бы ты знал, сколько конвертов во всей пачке, то справился бы в два раза быстрее!» Что имел в виду сын и сколько конвертов во всей пачке?



37. Есть четыре различные пентаминошки (пятиклеточные фигурки). Известно, что как ни разбивай их на пары, пентаминошки в каждой паре можно сложить так, что получатся две одинаковые фигуры. Приведите пример, как такое может быть.

Авторы: Михаил Фрайман (36), Александр Грибалко (37), Михаил Евдокимов (38), Фёдор Нилов (39), Александр Перепечко (40)

38. Робот Квантик переставил числа в строке 1, 2, 3, ..., 100 так, чтобы получился «алфавитный порядок», то есть сначала идут числа, начинающиеся с 1, затем начинающиеся с 2, и т.д. (числа, начинающиеся с одной цифры, упорядочиваются по второй цифре). Получилась строка: 1, 10, 100, 11, 12, ... Сколько чисел осталось на своём месте?

39. Покрасьте некоторые клетки белого квадрата 5×5 в синий цвет так, чтобы во всех 16 квадратах 2×2 раскраски были различны (не совмещались бы сдвигом).

40. Через точку внутри равностороннего треугольника провели прямые, параллельные сторонам, и измерили площади полученных шести частей треугольника. Могло ли оказаться, что они принимают ровно три различных значения?

Художник Николай Крутиков

КУДА ПРОПАЛА ТЕНЬ?

Перед вами три кадра: на первом веточка находится над поверхностью воды, на втором она коснулась поверхности, на третьем – частично погрузилась в воду. Куда же пропала часть тени от веточки на втором кадре?

По ссылке kvan.tk/no-shadow можно увидеть видео в движении.

Автор Александр Бердников
Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986 22004
9 772227 798220