КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, II тур
(«Квантик» № 3, 2022)

6. *Прочитайте стихотворение Владимира Маяковского «Рассказ литейщика Ивана Козырева о вселении в новую квартиру». По наблюдению одного преподавателя, это стихотворение доказывает, что гласная в корне одного русского слова, которая обычно считается непроверяемой, на самом деле является проверяемой. Напишите это слово.*

В стихотворении Маяковского есть такие строки: *На кране / одном / написано: «Хол.», // на кране другом – / «Гор.»*. Надпись «Гор.» вполне может служить проверочной для корневой гласной в прилагательном ***горячий***. Конечно, сокращение «Гор.» – это не совсем «слово», но безударные гласные можно проверять буквально чем угодно – лишь бы получалось правильно.

7. *Удивительным образом, это отглагольное существительное имеет значение «конец», а образованное от него прилагательное, наоборот, значение «начальный». Напишите эти существительное и прилагательное.*

На самом деле, факт, на котором основана задача, не столь удивителен, как кажется на первый взгляд. Что считать «началом», а что «концом» того или иного предмета (и даже отрезка времени), в известном смысле зависит от точки зрения. Наверняка многие из вас слышали, что с исторической точки зрения сами слова *начало* и *конец* происходят от одного корня. И даже если не обращаться к истории, корень *-кон-* можно найти не только в слове *конец*, но и в слове *исконный*, то есть «изначальный». Ну, а в задаче речь идёт о словах ***исход*** и ***исходный***: мы можем сказать, например, *на исходе* (= в конце) *зимы* и *исходная* (= начальная) *позиция*.

8. *Отгадайте загадку маленького Лёвы:*

Перецветает раз миллион –
Это, конечно, _______.

Лёва пока не знает, что в русском языке нет глагола *перецветать*, но смысл этого глагола вполне понятен. Найти ответ помогают также размер и рифма. Тот, кто меняет цвет бесчисленное множество раз, – это, конечно, **хамелеон**.

9. *Хорошо известно, что в русском языке время может представляться как жидкость. Об этом свидетельствует, например, выражение* время течёт. *А какое выражение позволяет сделать вывод, что время в русском языке может представляться как ткань?*

Речь идёт о выражении ***выкроить время***, то есть с трудом найти время для чего-то в плотном графике. В прямом значении глагол *выкроить* употребляется только по отношению к материалу для шитья, а это чаще всего ткань.

10. *Найдите самое короткое слово (любой части речи, необязательно в словарной форме), в котором есть три буквы «я».*

Это слово – ***являя*** (деепричастие от глагола *являть*).

НАШ КОНКУРС, VII тур («Квантик» № 3, 2022)

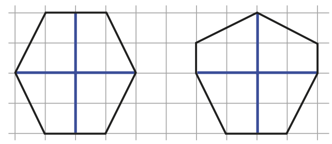
31. *В этом году в феврале встретилась дата-палиндром:* 22.02.2022 *(цифры слева направо идут в том же порядке, что и справа налево). Найдите следующую ближайшую дату-палиндром (и докажите, что она действительно ближайшая).*

Ответ: 03.02.2030. В этом году другой даты-палиндрома уже не будет (ведь 4 цифры года определяют всю дату), и в годы с 2023 по 2029 тоже: при чтении в обратном порядке они дадут числа, которые больше количества дней в месяцах (32, 42, ..., 92). А в 2030 году будет 03.02.2030.

32. *а) Нарисуйте на клетчатой бумаге выпуклый шестиугольник, вершины которого лежат в вершинах клеток, а стороны идут не обязательно по сторонам клеток, который можно двумя прямыми разрезать на четыре равные части. (Не забудьте указать разрезы.)*

б) Решите ту же задачу для выпуклого семиугольника.

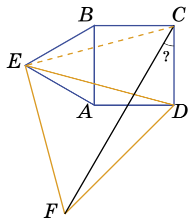
Ответ: см. рисунки.



33. *В турнире по теннису участвовало N теннисистов, каждый сыграл с каждым один матч. В итоге оказалось, что все выиграли поровну матчей (ничьих в теннисе не бывает). В следующем году теннисистов стало на одного больше, и снова каждый сыграл с каждым один матч. Могло ли и теперь оказаться, что все выиграли поровну матчей?*

В первый год было сыграно $N(N-1)/2$ матчей, а значит, и побед было столько же, поэтому каждый выиграл по $(N-1)/2$ раз. Так как это целое число, N нечётно. Аналогично, в следующем году было сыграно матчей и одержано побед $(N+1)N/2$, а значит, каждый выиграл $N/2$ раз, то есть N чётно – противоречие.

34. *Квадрат и два равносторонних треугольника расположены так, как на рисунке. Найдите угол, отмеченный знаком вопроса.*



Ответ: 30°. Проведём отрезок CE. Треугольники BCE и ADE равны, так как в каждом есть по две равные синие стороны с углом $90^\circ+60^\circ=150^\circ$ между ними. Тогда $CE=ED=EF$. При этом $\angle BEC=\angle AED=(180^\circ-150^\circ)/2=15^\circ$, значит, $\angle CED=60^\circ-15^\circ-15^\circ=30^\circ$, и $\angle CEF=30^\circ+60^\circ=90^\circ$. Итак, CEF – прямоугольный равнобедренный треугольник, откуда $\angle ECF=45^\circ$ и $\angle DCF=90^\circ-\angle BCE-\angle ECF=90^\circ-15^\circ-45^\circ=30^\circ$.

35. *У Квантика есть белая клетчатая полоска размером 1×33 клеток. Квантик окунул полоску левым концом в чёрную краску, и несколько первых клеток (не менее одной, но и не все 33) стали чёрными, а остальные остались белыми. Ноутик не видит полоску, но может за один вопрос узнать цвет любой клетки (назвав, какая она по счёту слева). Как ему за 5 вопросов узнать номер самой правой чёрной клетки?*

Назовём *хорошей* часть полоски между самой правой из известных нам чёрных клеток и самой левой из известных нам белых (так, вначале мы знаем, что самая левая клетка – чёрная, а самая правая – белая; 31 клетка между ними образует хорошую часть). Каждым вопросом будем узнавать цвет центральной клетки хорошей части: если он чёрный, то самая правая чёрная клетка лежит правее неё, а если белый – то левее. После первого такого вопроса хорошая часть сузится до $(31-1):2=15$ клеток, после второго – до $(15-1):2=7$ клеток, после третьего – до 3, после четвёртого – до 1 клетки; узнав её цвет пятым вопросом, вычислим и самую правую чёрную клетку.

ГЕОГРАФИЯ ПО-КИТАЙСКИ («Квантик» №4, 2022)

Сравнивая названия на китайском и русском языках, приходим к выводу, что обычно иероглиф соответствует одному слогу названия: восемь китайских названий состоят из двух иероглифов и соответственно восемь русских переводов – из двух слогов; три китайских названия состоят из трёх иероглифов – среди русских переводов находим два трёхсложных названия и одно, состоящее из трёх слов (Северный Ледовитый океан). Видимо, в последнем случае русское название соответствует не звучанию иероглифов, а их значению.

Только один иероглиф повторяется в китайских названиях трижды – 山 . Видимо, ему соответствует трижды повторяющийся в русских переводах слог «шань». В русских словах он дважды стоит на первом месте (Шаньси, Шаньдун), один раз – на втором (Тянь-Шань). Такой же порядок в китайских названиях, из чего делаем вывод, что направление записи иероглифических слов в строке – слева направо. Итак, 天山 – Тянь-Шань. Тогда 天津 – Тяньцзинь. Ещё 山 встречается в словах 山西 и 山东. Иероглиф 东 больше не повторяется, а 西 встречается в слове 墨西哥. Видимо, 山西 – Шаньси, а 墨西哥 – Мексика (а для 山东 остаётся Шаньдун).

Сравнивая вторые элементы оставшихся слов, видим, что названиям 北京 и 南京 соответствуют Пекин и Нанкин. Но кто их них кто? Иероглиф 北 встречается ещё в слове 北冰洋. Оно трёхчастно, так что это либо Северный Ледовитый океан, либо Парагвай. Посмотрим на оставшееся слово из трёх иероглифов: 巴拉圭. Такое же начало имеет и название из двух иероглифов: 巴黎. Видимо, это Парагвай и Париж. Тогда 北冰洋 – Северный Ледовитый океан. Вряд ли в названия городов Пекин или Нанкин входят элементы «ледовитый» или «океан», так что видимо 北 – «северный». Пекин расположен севернее Нанкина, поэтому 北京 – это Пекин, а 南京 – Нанкин (и действительно, в буквальном переводе это «Северная столица» и «Южная столица»).

Ответ: 山西 – Шаньси, 上海 – Шанхай, 北京 – Пекин, 天山 – Тянь-Шань, 巴黎 – Париж, 墨西哥 – Мексика, 天津 – Тяньцзинь, 北冰洋 – Северный Ледовитый Океан, 南京 – Нанкин, 巴拉圭 – Парагвай, 山东 – Шаньдун. Иероглиф 北 означает «север», «северный».

КУДА ПРОПАЛА ТЕНЬ («Квантик» №4, 2022)

То, что тень есть, когда палка над водой или под водой, не удивительно. Надо понять, что происходит с тенью, когда палка лежит на поверхности воды (рис. 1): почему касание палки с поверхностью воды приводит к освещению пространства за тенью. Дело в том, что вода работает рассеивающей линзой, так как её по-

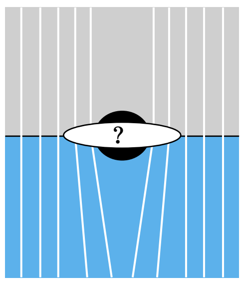


Рис. 1

верхность искривлена около смоченной водой палки (рис. 2).

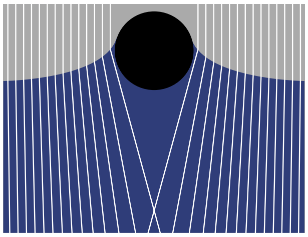
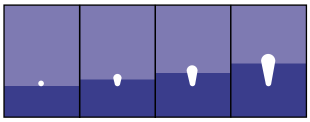


Рис. 2

ИГЛЫ ИЗ ПУЗЫРЬКОВ

Вымораживаемому воздуху проще улетучиваться в уже существующие пузырьки, чем создавать новые (иначе пузырьки вряд ли достигли бы заметных размеров, если вообще появлялись бы). Пузырёк получается постоянно обмороженным со всех сторон, кроме одной (где ещё вода), которую лёд всё никак не закроет, потому что пузырь постоянно подрастает (см. рисунок, сравните с фото льда, пытавшегося, но не успевшего сомкнуться над растущими воздушными пузырьками-иглами).



ТЕСНОЕ СОТРУДНИЧЕСТВО РАКОВ-ОТШЕЛЬНИКОВ

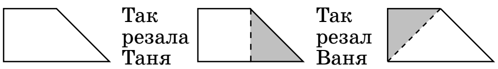
Раки-отшельники пользуются чужими раковинами и по мере своего роста меняют их на более просторные. Если рак нашёл слишком большую раковину на смену, он может подождать сородича, которому она подойдёт, а сам забрать его раковину. Цепочка таких обменов может быть длинной, на захватывающем видео по ссылке kvan.tk/crabs – один из примеров.

XXXIII МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРАЗДНИК.

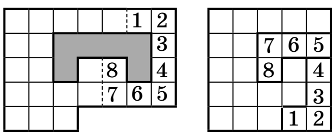
Избранные задачи

1. Вот один из возможных примеров:

Лист бумаги — Так резала Таня — Так резал Ваня



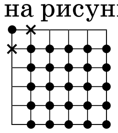
2. См. рисунки.



3. Ответ: 30 см. Независимо от того, как сидели лягушки вначале, после первого прыжка они будут на одном отрезке прямой, причём первая (А) посередине. После прыжка (Б) отрезок уменьшится в два раза. Лягушки (Б) и (В) обе прыгнут из конца отрезка, но, когда будет прыгать (В), отрезок будет в два раза меньше, значит, и прыжок – в два раза короче.

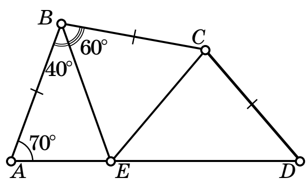
4. Сумма всех десяти цифр равна 45. Поэтому, назвав все десять букв, мы узнаем, какими буквами зашифрованы цифры 4 и 5. Исключив эти буквы и спросив про сумму остальных восьми, мы узнаем, как зашифрованы цифры 3 и 6. И так далее: в каждом вопросе будем спрашивать про сумму ещё не расшифрованных букв.

5. Ответ: 26, как на рисунке.



6. Ответ: тоже в одиннадцатый. В первый день прошло 10 встреч, и, стало быть, было выдано 10 маек. Одиннадцатая майка была выдана лишь в одиннадцатый день турнира, то есть у Пети и ещё 9 участников в первые 10 дней турнира не было ни одной победы. Это возможно только в том случае, когда эти участники (назовём их невезучими) в эти дни не играли друг с другом, то есть каждый из них сыграл с 10 остальными участниками (теми, кому в первый день досталась майка) и всем им проиграл. Но тогда в оставшиеся дни невезучие будут играть между собой. В частности, в одиннадцатый день они разобьются на 5 пар, и победители этих пар получат майки с номерами с 11 по 15.

7. Ответ: 60° и 130° или 140° и 50°. Отметим на AD точку E так, что угол ABE равен 40°. Тогда $\angle AEB = 180° - 70° - 40° = 70°$, следовательно, треугольник ABE равнобедренный, $AB = BE$. В треугольнике BCE стороны BC и BE равны, $\angle CBE = 100° - 40° = 60°$, значит, треугольник равносторонний, и $CE = BC = AB$. Значит, либо $E = D$, и в этом случае $\angle C = 60°$, а оставшийся угол равен $\angle AEB + \angle BEC = 70° + 60° = 130°$, либо CED – равнобедренный треугольник с углом при основании $180° - 130° = 50°$. В этом случае $\angle D = 50°$, а оставшийся угол равен $\angle BCE + \angle DCE = 60° + (180° - 50° - 50°) = 140°$.



8. Ответ: 98. Будем считать, что сержант построил шеренгу между двумя столбами. После первой команды каждый новобранец смотрит либо в затылок соседу, либо в лицо, кроме двух солдат с краю, которые могут смотреть на столбы.

Если солдат смотрит в затылок соседу, то после разворота этот сосед будет смотреть в затылок ему. Поэтому число смотрящих в затылок не поменяется. Крайний солдат, смотревший на столб, после разворота не будет этого делать; напротив, если он не смотрел на столб, то после разворота будет. Таким образом, количество смотрящих на столб либо не изменится (был 1 и останется 1), либо увеличится на 2 (было 0, станет 2), либо уменьшится на 2 (было 2, станет 0). Так как общее число солдат постоянно, число смотрящих в лицо также либо не изменится, либо увеличится или уменьшится на 2.

По условию, число солдат, смотрящих в лицо, сначала составляло шестую часть числа смотрящих в затылок, а потом седьмую часть. Значит, их количество уменьшилось (и, стало быть, уменьшилось на 2). С другой стороны, оно изменилось на $1/6-1/7=1/42$ от неизменного числа смотревших в затылок. То есть смотревших в затылок было $2\cdot 42=84$ человека, а смотревших в лицо друг другу до разворота было $84:6=14$. Смотрящих на столбы при этом не было. Таким образом, общее число новобранцев $84+14=98$.

LXXXVII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ.

Избранные задачи II тура

1. Ответ: нет. Какая-то из цифр присутствует не меньше 10 раз, поэтому число делится на 10, то есть содержит в записи 0.

2. Каждая задача даёт участникам в сумме не более 4 баллов. Значит, суммарный результат всех участников – не более 44 баллов. Но если бы все результаты были различны, то их сумма оказалась бы не меньше $0+1+2+\ldots+9=45$.

3. Ответ: да, может узнать. Что ответит Пятница, если мы спросим: «Верно ли, что сегодня понедельник?» Возможны два ответа: если сегодня действительно понедельник, то мы услышим ответ «нет», если сегодня пятница – тоже «нет»; а в остальные дни Пятница скажет «да».

Пусть тогда Робинзон каждый раз спрашивает про понедельник (но не более трёх дней подряд). Как только он услышит ответ «нет», это значит, что сейчас понедельник или пятница, завтра наступит вторник или суббота, и Робинзон сможет отличить эти дни, например спросив про вторник. Если же Робинзон три раза подряд услышал ответ «Да», то три раза подряд были не понедельник и не пятница. А это возможно, лишь если это были вторник, среда и четверг.

4. Пусть N – любое отличное число. Докажем, что N делится на $8\cdot9\cdot5\cdot7$. Пусть p – минимальный нечётный простой делитель числа N.

1) N делится на $p+p=2p$ и поэтому чётно;

2) N делится на $p+2$, причём $p+2$ – простой делитель числа N (если бы это было не так, число p не было бы минимальным простым делителем: потому что любой делитель числа $p+2$ не превосходил бы $(p+2)/2$, а это число меньше p).

3) N делится на $(p+2)+p=2p+2$, а значит, и на $p+1$. Тогда число $p+1$ – это степень 2 (иначе у него есть нечётный делитель, меньший p).

Итак, среди чисел p, $p+1$, $p+2$ два крайних – простые, а среднее – степень двойки. Поскольку одно из трёх последовательных чисел обязательно делится на 3, единственный возможный случай – это числа 3, 4, 5.

Таким образом, число N кратно 2, 3, 5, и тогда оно делится ещё и на $5+2=7$, $3+5=8$ и $2+7=9$. Значит, N делится на $8\cdot9\cdot5\cdot7$.

Осталось заметить, что число $8\cdot9\cdot5\cdot7$ – само отличное (проверяется перебором пар его простых делителей, да мы его почти уже сделали). И раз остальные отличные на него делятся, оно является наименьшим отличным числом.

5. Ответ: нет. Пусть удалось составить прямоугольник. Заметим, что всего в условии дано чётное количество квадратов с нечётной стороной (44), поэтому площадь прямоугольника, составленного из них и квадратов 2×2, должна быть чётной. Как нетрудно проверить,

$$1+3+5+\ldots+85<2021. \qquad (*)$$

По неравенству (*), горизонтальная проекция большого нечётного квадрата не может быть полностью покрыта горизонтальными проекциями маленьких нечётных квадратов. Поэтому есть вертикальный ряд клеток, пересекающий большой квадрат и не пересекающий маленьких. Тогда в этом ряду нечётное число клеток. Аналогично можно отыскать горизонталь, состоящую из нечётного числа клеток. Значит, прямоугольник имеет нечётные стороны, но тогда его площадь нечётна.