



## «ПЯТНАШКИ» С ПЕРЕГОРОДКАМИ

Наверняка вам приходилось «гонять» фишки с числами в квадратной коробочке. Это головоломка «15», или, как её в народе ласково называют, «Пятнашки». Игра представляет собой набор из 15 квадратных фишек с числами от 1 до 15, помещённых в квадратную коробку  $4 \times 4$  (рис. 1). За счёт одного свободного поля фишки можно перемещать, вследствие чего головоломка легко запутывается. Цель – восстановить исходную расстановку.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Рис. 1

Долгое время считалось, что головоломку придумал известный американский шахматист и автор головоломок Сэм Ллойд. Но сейчас достоверно установлено, что «Игру в 15» изобрёл Ной

Чепмэн, почтмейстер из американской деревушки штата Нью-Йорк в 1874 году. «Безумную» популярность головоломке придала публикация в «Нью-Йорк таймс»: газета обещала денежный приз первому, кто упорядочит фишки из состояния, в котором переставлены только фишки 14 и 15. Автор публикации ни капельки не рисковал своими деньгами, ведь он «раскусил» секрет головоломки. Оказывается, из всевозможных расстановок (их больше 20 триллионов!) ровно половину не удастся упорядочить.<sup>1</sup> К этой половине относится и газетная расстановка фишек.

Головоломка популярна до сих пор, «Пятнашки» можно купить во многих

<sup>1</sup> Доказательство этого факта можно прочитать по ссылке [kvan.tk/shen-perm](http://kvan.tk/shen-perm) в вышедшей недавно книге А. Шеня «Перестановки» (М.: МЦНМО, 2022).



интернет-магазинах и даже бесплатно поиграть в онлайн-режиме. Правда, когда раскусишь секрет головоломки, играть с ней становится неинтересно. Но головоломке можно придать «второе дыхание», немного изменив её.

Изменение очень простое: в коробке нужно установить три тонкие перегородки (например, полоски из тонкого картона) между парами 2–3, 6–7, 10–11, 14–15 (рис. 2). Эти ограничения на передвижение фишек по вертикали неожиданно превращают головоломку в новую. Её легко запутать, но упорядочить обратно совсем не просто. Поиграйте и убедитесь, что теперь головоломка стала «крепким орешком»!

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Рис. 2

А вот две конкретные задачи для новой игры (вторая – сложная).

1. Из первоначальной расстановки фишек получите «обратную» расстановку, где каждая фишка занимает поле, центрально-симметричное исходному (рис. 3).

2. Пусть пустому полю соответствует число 0. Добейтесь расположения, в котором фишки образуют магический квадрат  $4 \times 4$  с суммой 30 (рис. 4). Известное нам решение очень длинное.

	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1

Рис. 3

10	9	7	4
6	5	11	8
1	2	12	15
13	14	0	3

Рис. 4