КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, IV тур («Квантик» № 7, 2022)

16. *Дима насмотрелся страшилок, выпросил себе мягкую игрушку-зомби и теперь с ней не расстаётся. Только дедушка ворчит: «Что за мода ПРОПУСК?» Заполните пропуск двумя одинаково выглядящими словами.*

Дедушка, привыкший к совсем другим игрушкам, ворчит: «Что за мода **нежить нежить**?» Где здесь глагол, а где существительное – решайте сами.

17. *– Взрослые обычно лучше знают, что надо делать, – строго сказал папа. – Ведь у взрослых ИКС есть.*

– ИГРЕК? – с иронией переспросила маленькая Маша. – Откуда это у взрослых ИГРЕК? ИГРЕК же у...

У кого есть ИГРЕК?

Папа сказал: «Ведь у взрослых опыт есть». Слово *взрослых* заканчивается звуком [х], поэтому Маша услышала «...у взрослых хобот есть». Но у взрослых (если это люди) хобота действительно нет; хобот есть **у слона**.

18. *Для гласных максимум равен 3 и достигается в конце. Чему равен максимум для согласных?*

Речь в задаче идёт о максимальных по длине последовательностях гласных и согласных букв в русском алфавите. Для гласных это последовательность из трёх элементов – Э Ю Я, – стоящая в самом конце. А для согласных это последовательность Ф Х Ц Ч Ш Щ (интересно, что, как и в случае с гласными, правее неё никаких согласных в алфавите нет). Элементов в ней **шесть**.

19. *Если в прилагательное, характеризующее бережливого человека, хорошего хозяина, добавить* сто, *получится прилагательное, имеющее практически противоположное значение. Напишите оба прилагательных.*

Это прилагательные ***рачительный*** (немножко устаревшее слово, означающее «усердный в ведении хозяйства, разумно бережливый») и ***расточительный*** (с ним всё понятно).

20. *Если в Прилагательное 1 добавить* сто, *получится Прилагательное 2. В Прилагательном 2 корней в два раза больше, зато суффикс в три раза короче. Прилагательное 1 часто сочетается со словом* том, *Прилагательное 2 – со словом* дом.

Напишите Прилагательное 1 и Прилагательное 2.

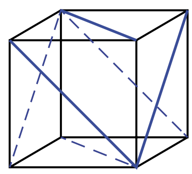
А это – прилагательные ***толстенный*** и ***толстостенный***. Проверяем: *толст-енн-ый* (например, том с лучшими задачами по лингвистике) – один корень, в суффиксе три буквы; *толст-о-стен-н-ый* (например, дом, защищённый от любых бурь и ураганов) – два корня, буква в суффиксе одна.

НАШ КОНКУРС, XI тур («Квантик» № 7, 2022)

51. *Из пунктов А и Б навстречу друг другу одновременно выехали с постоянными скоростями велосипедисты Алёша и Боря. В момент их встречи автомобилист Андрей выехал из пункта А в пункт Б. В момент встречи Андрея с Борей Алёша доехал до пункта Б. Кто ехал быстрее – Алёша или Боря?*

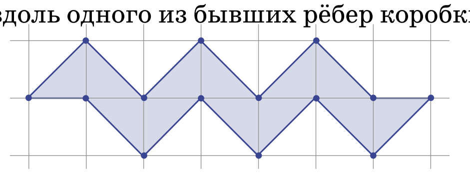
Ответ: Алёша. В момент встречи с Андреем Боря ещё не доехал от Б до А, а Алёша уже преодолел расстояние от А до Б, то есть проехал больше. Выехали Алёша и Боря одновременно, а значит, Алёша ехал быстрее.

52. *У Квантика была пустая, закрытая со всех сторон картонная кубическая коробка. Он разрезал каждую из шести граней этой коробки по какой-то из диагоналей. Могла ли коробка после этого не развалиться на отдельные части?*



Ответ: могла, см. пример на рисунке справа (линии разреза синие).

Получится что-то вроде зубчатого «кольца». Его можно уложить на плоскость, разрезав вдоль одного из бывших рёбер коробки:



53. *Найдите какие-нибудь 12 натуральных чисел (не обязательно различных), произведение которых равно их сумме.*

Ответ: например, $2+2+2+2+1+1+1+1+1+1+1+1=16=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1$.

54. *В воздухе неподвижно висит кубик. Второй такой же кубик прикладывают к неподвижному так, чтобы какие-то две их квадратные грани в точности наложились друг на друга. Далее второй кубик перекатывают через любое общее ребро кубиков до нового соприкосновения по квадратной грани. После нескольких таких перекатываний второй кубик* *вернулся в исходное положение. Докажите, что он коснётся первого кубика той же самой гранью, что и вначале.*

Прислоним большое зеркало к грани первого кубика. Отражение кубика в зеркале – это кубик, опирающийся на грань исходного кубика. Перекатим зеркало через ребро до соприкосновения с соседней гранью. Тогда отражение куба тоже перекатится. Значит, можно заменить второй кубик в условии задачи на отражение первого кубика в зеркале. Когда зеркало вернётся на исходную грань, отражение этой грани тоже вернётся на своё прежнее место.

55. *В волшебном кошельке лежат N золотых монет. Квантик знает это и за ход добавляет в кошелёк монету или забирает из него монету себе. После каждого хода Квантика число монет в кошельке уменьшается в два раза, если оно было чётным, а иначе утраивается. При любом ли N Квантик сможет на каком-то ходу опустошить кошелёк, если исходно у Квантика*

а) сколько угодно монет;

б) совсем нет монет?

Ответ: при любом. Покажем, как действовать Квантику в зависимости от числа монет n в кошельке.

При $N=0$ делать нечего.

Если N нечётно (и равно $2k+1$), Квантик забирает одну монету, и в кошельке оказывается k монет, что меньше N.

Если $N = 4k + 2$ для неотрицательного k, Квантик сначала забирает монету (в кошельке их теперь $12k+3$), потом забирает ещё монету (в кошельке $6k+1$) и в третий раз забирает монету – в итоге в кошельке $3k$ монет, что снова меньше N.

Остался случай $N=4k$ для натурального k. Тогда Квантик сперва забирает монету (в кошельке $12k-3$), потом добавляет её обратно (в кошельке $6k-1$) и забирает снова – в кошельке $3k-1$ монет, что меньше N.

Итак, в любом случае Квантик может уменьшить количество монет в кошельке, не используя своих монет. При этом отрицательное число монет возникнуть не может. Значит, для любого N Квантик рано или поздно опустошит кошелёк.

ВЫДАВИТЬ ВОДУ (**«Квантик» № 8, 2022**)

1. Чтобы втянуть воду через трубочку, мы увеличиваем объём рта, закрыв выход из него к носу и горлу, и воздух во рту разрежается. У воды получается два разных соседа: атмосферный воздух и воздух во рту. Оба хотят расширяться, но атмосферный воздух хочет сильнее, он переталкивает воду в рот.

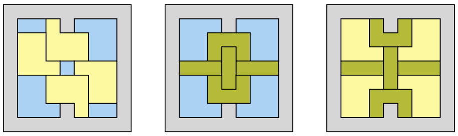
2. Помпа работает точно так же, как велосипедный насос. Только насос закачивает воздух внутрь камеры в колесе, а помпа – внутрь бутыли. Как это происходит? Когда мы нажимаем на помпу, пружина сжимается и воздух выталкивается из синей полости. Выйти он может только через клапан, который ведёт в бутыль. Когда мы отпускаем помпу, пружина разжимается и синяя полость всасывает воздух через клапан, который ведёт наружу. В итоге в бутыли становится больше воздуха, точнее он становится более сжатым.

Как и в предыдущей задаче, у воды – два соседа, которые играют в переталкивания: воздух в бутыли и воздух снаружи. Здесь выигрывает воздух в бутыли. Кстати, когда воды в бутыли много, а воздуха мало, набрать воды гораздо легче по двум причинам: когда воздуха меньше, то, чтобы сжать его в заданное число раз, нужно и добавить меньше воздуха, а ещё воде нужно подняться вверх на меньшую высоту.

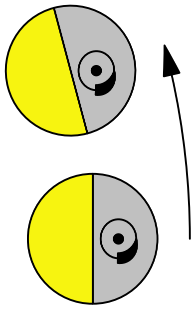
3. Это водонапорная башня. Внутри – вода. Обычно башню ставят на холме, так что вода оказывается высоко. Башня подключена к водопроводу. Когда в доме открывают кран, вода в башне получает возможность понизить свою высоту. Более высокие слои воды своей тяжестью давят на нижние слои, это давление передаётся по трубам, в доме получаем напор. А откуда вода в башне? Её туда закачивают с помощью насосов. А почему нельзя с помощью насосов воду прямо в дома закачивать без башни? Потому что в утренние часы всем жителям одновременно нужна вода. И мощности насоса может не хватить. Башня сглаживает нагрузку на насос. Башня успевает наполниться за ночь и дневные часы, когда воды нужно меньше. А почему в крупных городах почти нет таких башен? Их заменяют подземными герметичными резервуарами, где вода хранится под давлением, как будто на неё давит сверху водяной столб.

4. Пока бак наполняется, воздух в баке сжимается, потому что бак закрыт плотно. Воздух это делает, пока его давление не сравняется с давлением в водопроводе. Когда мы открываем кран, в точности как в задаче про бутыль с помпой, воздух в баке переталкивает воду наружу.

ПАРА АНТИСЛАЙДОВ («Квантик» № 8, 2022)



ДЕНЬ ИЛИ НОЧЬ? («Квантик» № 8, 2022)



Ошибка здесь: «За сутки Земля делает оборот вокруг своей оси…». Нет, немного больше! Земле нужно ещё немного довернуться, чтобы она снова была обращена к Солнцу «той же стороной» (см. рисунок). Если сложить все такие дополнительные довороты за полгода, получится как раз пол-оборота!

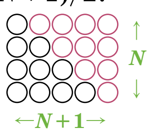
Кажется, разобрались? Не совсем! Мы считаем, что сутки – это время, за которое Земля поворачивается к Солнцу «той же стороной». Но, оказывается, Земля не сможет повернуться к Солнцу ровно тем же полушарием. Например, в каких-то точках Земли могла начаться полярная ночь, и если вчера эти точки ещё появлялись на солнечной стороне, то сегодня уже не выйдут из тени. А что же тогда такое сутки?

Создадим копию Земли, которая крутится вокруг Солнца и вокруг своей оси с той же скоростью, что и обычная Земля, но ось вращения копии не наклонена, то есть полюса копии всегда лежат на границе дня и ночи. Тогда сутки – это время, за которое копия делает один оборот и ещё немного, чтобы обратиться к Солнцу той же стороной.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЧЕРЕПАХА И ЧИСЛА СОЧЕТАНИЙ

1. Удвоенное треугольное число равно $N(N+1)$, поэтому само оно равно $N(N+1)/2$:

$$
\begin{array}{l}
+\begin{array}{l} 1 \quad + \quad 2 \quad + \ldots + (n-1) + \quad n \\ n \quad + (n-1) + \ldots + \quad 2 \quad + \quad 1 \end{array} \\
\hline
(n+1)+(n+1)+\ldots+(n+1)+(n+1)
\end{array}
$$



2. Каждое число на диагонали (кроме числа в углу) – сумма двух чисел: числа L слева от него и числа D под ним, а эти числа равны из симметрии таблицы (см. также задачу 3).

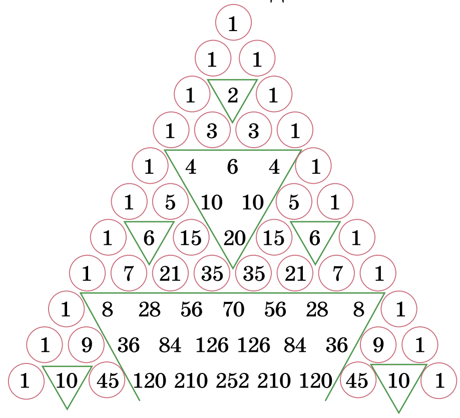
3. В клетку (Y, X). Эта клетка симметрична исходной относительно диагонали.

4. Они равны. Пусть Петя ищет число способов выбрать k предметов из n, а Вася – число способов выбрать $n-k$ предметов из n. Ясно, что число способов у каждого равно числу способов разделить n предметов на две части, в одной из которых – k штук (их отдаём Пете), а во второй – оставшиеся $n-k$ штук (их отдаём Васе).

5. Сумма чисел в n-й строке треугольника Паскаля – это общее количество программ длины n, то есть 2^n. (Для каждой буквы в программе у нас две возможности: П или В, поэтому при увеличении длины программы на 1 количество вариантов увеличивается в 2 раза.)

Или по-другому. Каждое число в $(n+1)$-й строке получается сложением чисел в n-й строке (чтобы это было верно и для крайних чисел, удобно считать, что вне треугольника везде стоят нули), причём каждое число в n-й строке вносит вклад в два числа ниже. Поэтому при переходе к следующей строке сумма всех чисел увеличивается вдвое.

6. См. рисунок ниже. Возникающая картинка напоминает треугольник Серпинского из «Квантика» № 7 за 2020 год.



Все числа обведены в строках 1, 3, 7, … – строках с номерами вида 2^n-1. Докажем это. Раз мы интересуемся только чётностью чисел, можно писать вместо чётных чисел нули, а вместо нечётных – единицы.

Если какая-то строка с номером 2^n-1 состоит из единиц, то в следующей строке единицы будут только по краям, а все остальные числа будут нулями (так как сумма двух нечётных чисел – чётное число). В следующей строке (с номером 2^n+1) будет по две единицы по краям и нули между ними, и если продолжать алгоритм, то под треугольником из 2^n строк мы увидим слева и справа два *точно таких же* треугольника из нулей и единиц! Между этими треугольниками будет перевёрнутый треугольник, заполненный нулями, состоящий из 2^n-1 строк – на одну меньше, чем в одинаковых треугольниках. Значит, строка из одних единиц появится только внизу этих треугольников, то есть будет иметь номер $(2^n-1)+2^n=2^{n+1}-1$.

7. Выбрать из n человек команду из k человек и назначить одного из них капитаном – это то же самое, что выбрать капитана, а потом выбрать остальных $k-1$ членов команды из оставшихся $n-1$ человек.

8. Пусть для определённости число сочетаний находится в левой половине строки, то есть $1<k<(n+1)/2$. Перед задачей 7 мы поняли, что

$$\binom{n}{k}\cdot k=\binom{n}{k-1}\cdot(n-k+1),$$

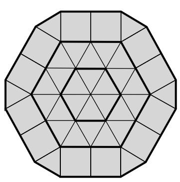
поэтому $1<\binom{n}{k-1}<\binom{n}{k}$. Если $\binom{n}{k}$ простое, то на него делится одно из чисел в правой части равенства. Из унимодальности $\binom{n}{k}>\binom{n}{1}$, но $\binom{n}{1}=n>n-k+1$. То есть в правой части равенства оба числа меньше $\binom{n}{k}$, противоречие.

Можно и по-другому: из явной формулы $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ видно, что любой простой делитель этого числа не больше n. А из унимодальности при $1<k<n-1$ получается, что $\binom{n}{k}>n$.

ЦИКЛОНЫ И АНТИЦИКЛОНЫ

В статье было разобрано, как сходящийся к центру урагана воздух закручивается по вращению земли (в Северном полушарии это против часовой стрелки). Но всплывающий в его центре воздух не исчезает, а (как и в фонтанчике в супе на плите) растекается сверху в стороны. А значит, от вращения Земли он начнёт отставать, закручиваясь в противоположном направлении.

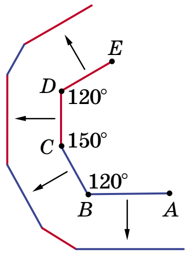
РАЗБИЕНИЯ МНОГОУГОЛЬНИКА



1. Выделим каёмку, тут есть два варианта. Первый: треугольники примыкают к сторонам длины 1, а квадраты – к сторонам длины 2. Тогда внутри останется правильный шестиугольник со стороной 2. Как мы знаем, он разбивается однозначно – на правильные треугольники (см. рисунок).

Второй вариант: треугольники примыкают к сторонам длины 2, а квадраты – к сторонам длины 1. Тогда внутри остаётся правильный 12-угольник со стороной 1. У него каёмку можно опять выделить двумя способами, в обоих случаях внутри останется правильный шестиугольник со стороной 1, который однозначно разбивается на треугольники.

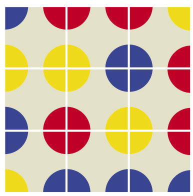
2. К одной стороне угла в 150° будут примыкать квадраты, а к другой – треугольники. Рассмотрим сторону, к которой примыкают квадраты. Один из них примыкает к углу в 120°. Оставшийся угол в 30° никак не покрыть плитками.



Почему же, снимая каёмки, мы не можем получить такую ситуацию? Вспомним про раскраску сторон в красный и синий цвета. Посмотрим на стороны AB и BC угла в 120°. Соответствующие им стороны исходного многоугольника (показаны на рисунке стрелками) будут идти через одну (для угла в 90° они бы шли через две, а для угла 60° – через три). Тогда они покрашены в один и тот же цвет, пусть в синий. Сторона между ними – красная.

Аналогично, у другого угла в 120° стороны CD и DE будут одноцветные. Но поскольку угол BCD равен 150°, стороны BC и CD будут разного цвета, поэтому CD и DE – красные. Но тогда между соответствующими им сторонами в исходном многоугольнике находится синяя сторона. Значит, уже обнулились и красная, и синяя стороны, то есть мы пришли к многоугольнику N, который точно можно разбить на плитки. Поэтому описанный случай не мог возникнуть.

СКЛАДУШКИ – «НЕСКЛАДУШКИ»



Одно из решений приведено на рисунке. Остальные легко найти способом замены цветов, например, синий – жёлтый – красный – синий.

Кстати, в городе Пскове в Областной универсальной научной библиотеке имени В.Я. Курбатова с 1 по 11 апреля 2022 года проводилась выставка механических головоломок из частной коллекции Алексея Костюкова: их было более сотни, разного уровня сложности и разных лет выпуска.

В рамках выставки были проведены соревнования среди школьников по решению головоломок (в том числе и этой). Первыми с задачами справились псковские школьники Хасан Гайрабеков и Кирилл Костюков (оба из 4 «В» класса школы № 22) и Екатерина Юдина (6 «Г» класс школы № 21). Поздравляем победителей!