



ОЛИМПИАДЫ

XXVII турнир математических боёв имени А.П. Савина Избранные задачи

Материал подготовил Александр Грибалко

Ежегодно в конце июня школьники из многих городов съезжаются на летний турнир имени А. П. Савина. Приводим избранные задачи турнира 2022 года. После номера задачи указаны её автор и классы, в которых она предлагалась.

1. (Т. Голенищева-Кутузова, 6) Можно ли, используя три единицы и три семёрки, а также знаки арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление), составить выражение, значение которого равно 2022?

2. (А. Шаповалов, 5–6) В тесном кругу за столом сидят повара, каждый из них либо полный, либо худой. К счастью, никому не пришлось сидеть между двумя полными поварами, но всё же повар рад, если сидит между двумя худыми. а) Полных и худых поваров поровну. Есть ли среди них радующиеся? б) Среди тех, кто рад, полных и худых поровну. Рада треть полных. Какая часть худых рада?

3. (А. Шаповалов, 5–8) Из спичек сложен клетчатый квадрат 8×8 так, что каждая клетка имеет сторону в одну спичку и огорожена четырьмя спичками. Пока есть отрезки длины 2, Петя должен их убирать, по одному отрезку за ход. Процесс заканчивается, когда нет ходов. Клетка целая, если её по-прежнему огораживают четыре спички. Какое наибольшее число целых клеток может оставить Петя?

4. (А. Грибалко, 6–8) За круглым столом сидят 88 мудрецов. Им сообщили, что на них наденут белые и чёрные колпаки, при этом у каждого цвет колпака будет совпадать с цветом колпака одного из его соседей. Каждый мудрец будет видеть цвета всех колпаков, кроме своего. Все мудрецы должны будут одновременно написать (каждый на своей бумажке) цвет. Могут ли они договориться действовать так, чтобы не менее 60 из них написали цвет своего колпака?

5. (А. Грибалко, 5–7) а) Коля закрасил в клетчатом квадрате 6×6 четыре клетки, образующие квадрат 2×2 . Дима не видит квадрат, но за один вопрос может назвать Коле любой набор клеток и узнать, сколько из них закраснено. За какое наименьшее число вопросов Дима может узнать, какие клетки закрасил Коля?

б) Та же задача для квадрата 12×12 .

6. (М. Евдокимов, 6–7) На праздник пришли $2n$ гостей. У каждого из них не менее n знакомых сре-





ди присутствующих. Верно ли, что для любого n их всегда можно рассадить за длинным прямоугольным столом в два ряда так, чтобы рядом с каждым гостем и точно напротив него сидели его знакомые?

7. (А. Грибалко, 6–7) Можно ли разрезать прямоугольник 3×4 на две фигуры так, чтобы ими можно было оклеить в один слой поверхность куба?

8. (А. Шаповалов, 7) В каждой клетке на поверхности кубика Рубика $3 \times 3 \times 3$ и на каждой из сторон клеток записаны натуральные числа так, что каждое число на стороне клетки делится на число в клетке. Сумма всех чисел на сторонах в 5 раз больше суммы всех чисел в клетках. Докажите, что найдутся стороны с одинаковыми числами на них.

9. (Е. Бакаев, 7) Пусть I – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Точки M и N – середины отрезков BI и CI соответственно. Оказалось, что $AM = AN$. Можно ли утверждать, что $AB = AC$?

10. (М. Евдокимов, 6–8) Король решил устроить тест своему придворному мудрецу. Мудрецу нужно написать на доске 10-значное число, после чего король назовёт какое-нибудь своё натуральное число от 1 до 100. Если мудрец сможет поставить знаки $+$, $-$, \times между некоторыми цифрами числа на доске так, чтобы результат был равен числу короля, то он пройдёт тест. Какое число может написать мудрец, чтобы гарантированно справиться с заданием короля?

11. (А. Грибалко, 7–8) Прямоугольник разрезали на полосы $1 \times n$. Докажите, что число горизонтальных или число вертикальных полосок делится на n .

12. (А. Грибалко, 7–8) Рассматриваются всевозможные разбиения клетчатого прямоугольника на двухклеточные доминошки. Будем называть удачным разбиение, в котором каждый квадрат 2×2 содержит целиком хотя бы одну доминошку. А разбиение, где в каждой доминошке можно провести по одной диагонали, никакие две из которых не имеют общих концов, назовём красивым. Докажите, что разбиение удачное тогда и только тогда, когда оно красивое.



Художник Сергей Чуб

