КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, VI ТУР
(«Квантик» № 11, 2022)

26. *Как-то прошлой осенью Игорь зашёл в магазин кое-что купить. На прилавке он увидел нужный ему товар, упакованный в целлофановую обёртку, через которую просвечивало написанное крупными буквами «слово»* ***гогг****. «Интересно, – подумал Игорь, – что я увижу, если зайду сюда следующей осенью?» А действительно: что?*

Осенью 2021 года Игорь зашёл в магазин купить календарь на следующий год. Цифры «2022» на обложке календаря были нарисованы так (см. фото), что их трудно было не принять за непонятное «слово» *гогг*. Если и надпись «2023» выполнить в той же манере, наверняка многие прочитают её как ***гогз***.

27. *ЭТО может соль или сахар, а ещё ЭТО может дверь или окно. Какое слово мы заменили на ЭТО?*

Соль и сахар могут **раствориться**, например, в тёплой воде, а дверь и окно могут **раствориться** (то есть широко распахнуться), например, от сильного порыва ветра.

28. *Незнайка утверждает, что во 2 лице мн. ч. повелительного наклонения все русские глаголы заканчиваются на -те. Знайка с этим не согласен. Кто прав? Если Вы считаете, что Незнайка, кратко поясните почему. Если Вы считаете, что Знайка, приведите хотя бы один пример, подтверждающий его мнение.*

Незнайка заметил, что во 2 лице мн. ч. повелительного наклонения все русские глаголы содержат *-те*: *будьте здоровы!*, *входите!*, *говорите!* и так далее. Молодец! Но Незнайка не был бы Незнайкой, если бы не превратил верное утверждение в глупость. Ведь в русском языке имеется сколько угодно возвратных глаголов: *встречаться*, *смеяться*, *повернуться*… Так что даже *не сомневайте<u>сь</u>*: **прав** снова **Знайка**.

29. *ПЕЛ – 3, А – 2, РИД – 1. Итого 14. Напишите это трудновыговариваемое слово.*

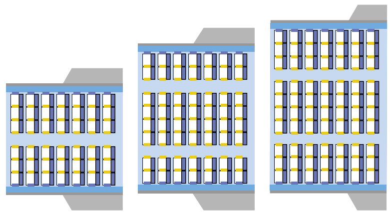
Поскольку $3\cdot3+2\cdot2+1$ как раз и будет 14, очевидно, буквы П, Е и Л встречаются в искомом слове по 3 раза, буква А – 2 раза, а буквы Р, И и Д – по одному разу. Отсюда уже нетрудно вычислить, что речь идёт о слове ***параллелепипед***, которое, действительно, даже «в одиночку» вполне сойдёт за довольно сложную скороговорку.

30. *Олимпиада по русскому языку, задача № 30. От какого женского имени является уменьшительным имя _____? Определите, какое 4-буквенное имя мы пропустили, и ответьте на вопрос.*

В первый момент задача кажется нерешаемой. 4-буквенных женских уменьшительных имён десятки: *Рита*, *Лиза*, *Маша*… Но обратим внимание на загадочную фразу, в которой зачем-то упоминается «олимпиада по русскому языку», хотя наш конкурс – именно конкурс, даже и не олимпиада. Неужели слово *олимпиада* может быть женским именем? Оказывается, прекрасно может. Имя это очень древнее: самой знаменитой его обладательницей была Олимпиада Эпирская, мать полководца Александра Македонского. Попав в русский язык, имя ***Олимпиада*** получило и уменьшительную форму – *Липа*. Так, Липой или Липочкой родители зовут героиню пьесы А. Н. Островского «Свои люди – сочтёмся» Олимпиаду Самсоновну Большову. Не забыто это имя и сейчас: например, певица и телеведущая Олимпиада Валерьевна Тетерич часто называет себя *Липа Тетерич*.

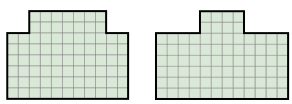
НАШ КОНКУРС, III ТУР
(«Квантик» № 11, 2022)

11. *Серёжа считает место в самолёте удобным, если оно у окна или у прохода. Каждый раз место ему выбирает компьютер случайным образом. Самолёты бывают трёх типов, как на рисунке. В самолёте какого типа вероятность попасть на удобное место больше всего? А в каком – меньше всего?*

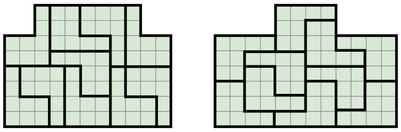


Ответ: больше всего – во втором, меньше всего – в третьем. В первом самолёте в ряду удобны 4 места из 6, во втором – 6 из 8, а в третьем – 6 из 10. В первом самолёте вероятность попасть на удобное место равна $4/6$, во втором $6/8$, в третьем $6/10$, а $6/10<4/6<6/8$.

12. *Барон Мюнхгаузен утверждает, что по его чертежам печь, изображённую на рисунке слева, разрезали на 10 равных частей и из этих частей сложили печь, изображённую на рисунке справа. Не ошибается ли барон?*



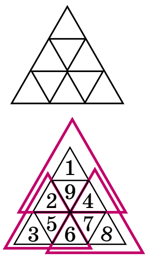
Ответ: барон прав, см. рисунок.



13. *На блюде лежат пирожки с капустой, картошкой и яблоками: больше всего – с капустой, а меньше всего – с яблоками. Школьники по одному подходят и берут по одному пирожку, причём того сорта, которого в этот момент больше всего, а если такой сорт не один – любого из таких сортов. Вскоре оказалось, что пирожков с яблоками столько, сколько всех остальных, причём все три сорта ещё есть. Можно ли определить, сколько в этот момент на блюде пирожков каждого сорта?*

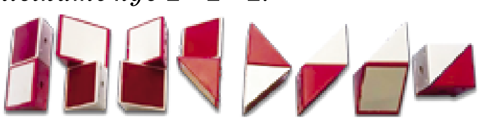
Ответ: да, 1 пирожок с капустой, 1 с картошкой, 2 с яблоками. Школьники будут брать сначала пирожки с капустой, а потом то с капустой, то с картошкой, пока количества пирожков всех трёх видов не сравняются. Дальше они будут брать пирожки всех трёх видов поочерёдно. Значит, если в конце x пирожков с яблоками, то с капустой и картошкой – по $x-1$. По условию $x=(x-1)+(x-1)$, то есть $x=2$.

14. *Равносторонний треугольник со стороной 3 разбит на 9 равносторонних треугольников со стороной 1 (см. рисунок). Расставьте в них числа от 1 до 9 (по одному числу в треугольник) так, чтобы сумма чисел в любом равностороннем треугольнике со стороной 2 была квадратом целого числа.*

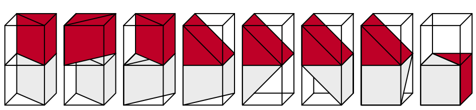


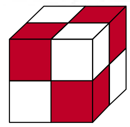
Ответ: см. рисунок.

15. *У Васи сломалась головоломка «Змейка Рубика», состоящая из 24 одинаковых треугольных призм. Каждая призма – это половинка кубика $1\times1\times1$. Из 16 таких полукубиков он склеил 8 различных фигурок так, как на фото. Сможет ли Вася из этих восьми фигурок сложить куб $2\times2\times2$?*



Ответ: нет. Все фигурки, кроме кубика $1\times1\times1$, расположены внутри параллелепипеда $1\times1\times2$ так, что их полукубики лежат в разных единичных кубиках параллелепипеда.





Предположим, что куб $2\times2\times2$ удалось сложить из этих фигурок. Раскрасим его в шахматном порядке. Для любого из семи кусочков змейки, кроме кубика, один из его полукубиков попадёт в белую часть, другой его полукубик – в красную. Таким образом, для кубика $1\times1\times1$ останется пространство, состоящее из одного белого полукубика и одного красного. Но это невозможно, так как в приведённой раскраске куба каждый единичный кубик либо белый, либо красный.

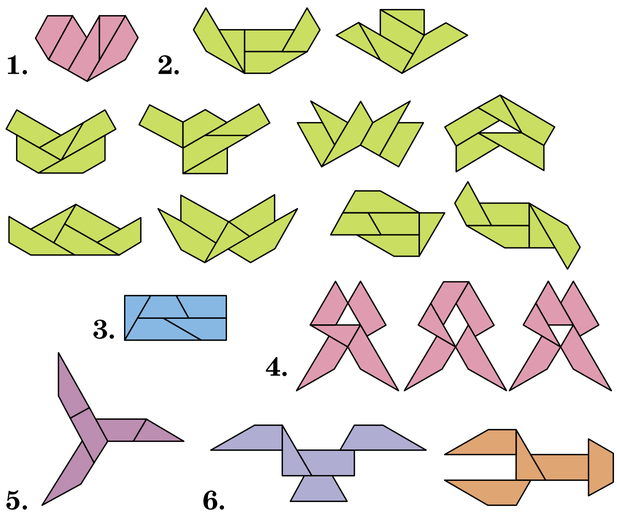
ПИКОВОЕ ЗАНЯТИЕ («Квантик» № 12, 2022)

Пусть суммарная длина вертикальных отрезков сетки внутри многоугольника M равна $B_{\text{верт}}$. Так как по условию ни одна из сторон не идёт по линиям сетки, площадь M равна $B_{\text{верт}}+$ $+0{,}5\cdot0=B_{\text{верт}}$. Аналогично, эта же площадь равна $B_{\text{гор}}+0{,}5\cdot0=B_{\text{гор}}$. Поэтому $B_{\text{верт}}=B_{\text{гор}}$.

ГРЕЧЕСКАЯ КНИГА («Квантик» № 12, 2022)

Автор – Николай Гоголь, произведение – «Шинель». На обложке указаны переводчик (ср. со словом «метафора» – использование слова в переносном значении) и художник (ср. со словами «икона», «иконография»).

ИЗМЕНЧИВОЕ СЕРДЦЕ («Квантик» № 12, 2022)



СОЗВЕЗДИЕ БЛИЗНЕЦОВ («Квантик» № 12, 2022)

Мы не видим звёзды днём из-за яркого неба, освещённого Солнцем. Иначе мы бы увидели, что в пределах дня Солнце практически не движется на фоне звёзд, а за год – делает один круг на фоне созвездий. Полосу на звёздном небе, по которой движется Солнце, называют зодиаком и делят на 12 частей («знаки зодиака», их называют так же, как созвездия).

Говорят, что человек родился «под знаком Близнецов», если Солнце в день его рождения находится в этом знаке. То есть в день рождения человека «его» созвездие поднимается над горизонтом днём, вместе с Солнцем, и, конечно, его не видно. А хорошо оно видно примерно через полгода, когда Солнце уходит в противоположную точку звёздного неба. То же верно для всех знаков зодиака, не только для Близнецов.

ЦАРЬ-ЛИСТИК, ИЛИ ЧТО КАРТОШКЕ – РУБЧИК, ТО ЧЕЛОВЕКУ – ХОРДА

Колючки крыжовника и *барбариса* – видоизменённые листья главного побега. Нормальные листья, занимающиеся фотосинтезом, развиваются на боковых побегах. *Колючки робинии* – это прилистники, придатки в основании листа. Сами листья имеют нормальное строение. *Колючки кактуса* – это видоизменённые почечные чешуи, фактически, тоже листья. *Колючки шиповника* – это просто выросты коры; они расположены хаотично, без привязки к листьям. *Колючки гледичии* – это побеги. Но в отличие от колючек боярышника, они развиваются не на молодых побегах, а на стволе из спящих почек. И при этом сами ветвятся! *Колючки чертополоха* – это одревесневшие кончики проводящих пучков листа (жилок).

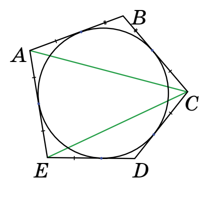
XLIV ТУРНИР ГОРОДОВ.
Осенний тур, 8–9 классы

Базовый вариант

1. Ответ: нельзя. Допустим, это удалось. Числа в соседних углах различаются на 1, так как каждое из них дополняет четыре клетки между ними до прямоугольника 1×5. Пусть a – наименьшее число из угловых. Тогда в соседних с ним углах стоят числа $a+1$. Противоречие.

2. Ответ: да. Рассмотрим палиндром $1_n = \underbrace{1\ldots1}_{n}$. Если n делится на k, то 1_n делится на палиндром 1_k, и частное – палиндром, состоящий из единиц, разделённых группами из $k-1$ нулей. Осталось выбрать число n, имеющее более 100 собственных делителей – например, 2^{101}.

3. Ответ: 40°. Так как углы A, C, E равны, все касательные к окружности из этих вершин равны. Поскольку касательные из вершины B тоже равны, треугольник ABC равнобедренный, и треугольник CDE тоже (аналогично). Но $\angle B + \angle D = 540° - 3\cdot100° = 240°$, поэтому $\angle ACB + \angle ECD = (2\cdot180° - 240°) : 2 = 60°$, а $\angle ACE = 100° - 60° = 40°$.



4. Ответ: нет. Пусть удалось раскрасить числа в синий, красный и зелёный цвета. Можно считать, что число 2 синее, а 4 не красное. Возьмём красное число k. Тогда $2k$ зелёное, а $2\cdot(2k)$ красное. С другой стороны, $4k$ не красное.

5. Ответ: может. Обозначим монеты A, B, C, D, E, F, G, H. Петя отдаёт H и просит Васю сравнить $A+B$ с $C+D$.

1) Весы в равновесии. Тогда A, B, C, D настоящие (какая бы монета ни досталась Васе). Петя отдаёт G за сравнение A с E. Если их веса не равны, то F настоящая, а иначе E настоящая.

2) $A+B$ тяжелее. Тогда E, F, G настоящие. Петя отдаёт D за сравнение A с B. Если их веса не равны, то более лёгкая из этих двух и монета C настоящие, а иначе A и B настоящие.

Случай, когда $C+D$ тяжелее, аналогичен.

Сложный вариант

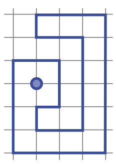
1. Ответ: 99 000 км. *Оценка.* Пусть расстояние от Пети до Васи равно s, а сумма расстояний от Пети до остальных 98 друзей равна S. Тогда $s+S=1000$. По неравенству треугольника сумма расстояний от Васи до 98 друзей не больше $98s+S$, поэтому Вася не мог получить больше $s+98s+S=98s+1000\leqslant 99\,000$.

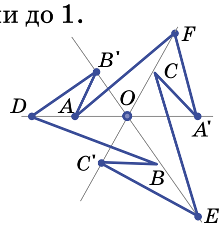
Пример. Все, кроме Васи, живут в одном городе, а Вася – в 1000 км от них.

2. а) Ответ: можно. Например, $19+199+1999+\ldots+199999999=222222212$.

б) Ответ: 0 или 1. *Пример* с нулём: $1+19=20$; *пример* с 1 дан выше. Покажем, что других вариантов нет. Число на карточке равно разности вида $20\ldots0-1$. Сумма чисел на N карточках равна $D-N$, где D – число, записанное N двойками и каким-то количеством нулей. Поскольку $N>1$, в записи N меньше N цифр, а в записи D – не меньше N. Поэтому количество цифр в записи $D-N$ и D одинаково. Сравнивая цифры чисел $D-N$ и D слева направо, найдём первое отличие. У $D-N$ эта цифра меньше. Но уменьшиться могла только двойка до 0 или до 1.

3. Ответ: мог, см. примеры справа. На втором рисунке существенно, что на одной прямой лежит тройка



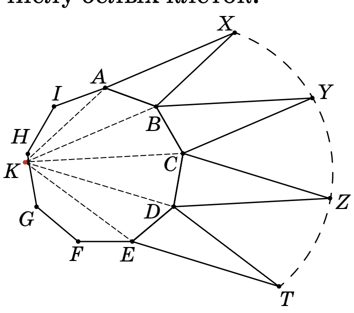


точек A, O, A', тройка точек B, O, B' и тройка точек C, O, C'.

4. Пусть сторона клеток доски равна 1. Отметим центры начальной клетки и всех клеток, до которых ладья может добраться за один или несколько ходов. Проведём через них синие прямые параллельно линиям сетки. Образуется вспомогательная синяя сетка, разбитая на клетки со стороной n. Если ладья прыгала из клетки A в клетку B, соединим их центры отрезком. Эти отрезки образуют замкнутый многоугольник; его вершины лежат в узлах синей сетки, а стороны идут по линиям синей сетки. Поэтому площадь многоугольника кратна n^2 (пусть an^2). Периметр кратен $2n$ (ведь шаги ладьи кратны n, причём сдвиги ладьи влево компенсируются сдвигами вправо, а сдвиги вверх – сдвигами вниз).

Площадь состоит из чёрной и белой частей. Разобьём контур многоугольника на отрезки между узлами синей сетки. К каждому из них снаружи прилегает чёрная прямоугольная полоска ширины $\frac{1}{2}$. Её площадь равна $\frac{n}{2}$. Так как число таких полосок чётно, их общая площадь – целое число, кратное n (пусть bn). Но эта «общая площадь» не совпадает с чёрной площадью внутри многоугольника. Несовпадения возникают из-за чёрных клеток в углах многоугольника: если угол равен $90°$, полоски перекрываются по четверти чёрной клетки; а при угле в $270°$ внутри остаётся четверть клетки, не покрытая полосками. Внешние углы многоугольника равны $\pm 90°$, а поскольку сумма внешних углов равна $360°$, внешних углов в $90°$ на 4 больше чем внешних углов в $-90°$, то есть внутренних углов в $90°$ на 4 больше, чем углов в $270°$. Итак, чёрная площадь внутри контура меньше площади полосок на 1. Значит, чёрная площадь внутри многоугольника равна $bn-1$, а белая равна an^2-bn+1. Но эта площадь равна числу белых клеток!

5. Отразив точку X относительно середины AB, получим точку K, лежащую на большей дуге AC описанной окружности девятиугольника (вписанный угол, опирающийся на хорду AB,



равен $20°$, а $\angle KBA = \angle XAB = \angle YBC - 20° < 160° - 20° = \angle CBA$.) Далее, $\angle KCB = \angle KCA + \angle ACB = \angle KBA + 20° = \angle XAB + 20° = \angle YBC$. Значит, $\triangle KCB = \triangle YBC$. Поэтому точка Y симметрична точке K относительно середины BC. Аналогично точки Z и T симметричны точке K относительно середин CD и DE соответственно. Значит, точки X, Y, Z, T лежат на окружности, получающейся из окружности, проходящей через середины сторон девятиугольника, гомотетией с центром K и коэффициентом 2.

6. Ответ: нет. Пусть $N=2$, $M=1008$. Число M кратно 16, поэтому все полученные Петей числа дают остаток 2 при делении на 16. Число с суммой цифр 2 представляется как сумма двух степеней десятки. Степени 1, 10, 10^2 и 10^3 дают остатки 1, 10, 4 и 8 при делении на 16, остальные степени кратны 16. Остаток 2 можно получить лишь двумя способами: $1+1$ или $10+8$, они соответствуют числам 2 и 1010. Значит, других чисел с суммой цифр 2 Петя не получит.

7. Можно считать, что детектор выдаёт сумму номиналов *фальшивых* купюр в проверяемом наборе. Первая проверка – весь набор – даст сумму S номиналов всех фальшивых.

а) Вторая проверка – все купюры, меньшие $\frac{S}{2}$, – даст число X. В этом наборе ровно одна фальшивая, поэтому купюры с номиналами X и $S-X$ фальшивые.

Замечание. Во вторую проверку можно было взять по купюре из каждой пары с суммой S.

б) Назовём купюры и числа, меньшие $\frac{S}{3}$, *мелкими*, а остальные – *крупными*.

Вторая проверка – все мелкие купюры – даст число M. Теперь известна и сумма номиналов $K=S-M$ крупных фальшивых купюр. Заметим, что фальшивые есть и среди мелких, и среди крупных купюр. Поэтому возможны два вида троек фальшивых купюр: (M_1, M_2, K), где числа M_1 и M_2 мелкие с суммой M, и (M, K_1, K_2), где K_1 и K_2 крупные с суммой K, а M мелкое.

Третья проверка – все купюры, меньшие $\frac{M}{2}$, и все крупные, меньшие $\frac{K}{2}$, – даст число X. Видно, что в этом наборе ровно одна фальшивая купюра. Поэтому, если X мелкое, то тройка фальшивых – это $(X, M-X, K)$, а если крупное, то – $(M, X, K-X)$.

Замечание. Во вторую проверку можно взять наименьшую купюру от каждой тройки с суммой S. В третью проверку можно взять по одной купюре из каждой пары мелких с суммой M и из каждой пары крупных с суммой K.