

СМОТРИ!

$$1+1+2+4+$$

$$8+16+32+$$

$$64+128+256+$$

$$512+1024+2048$$

$$+ \dots\dots\dots 2^{n-1}$$

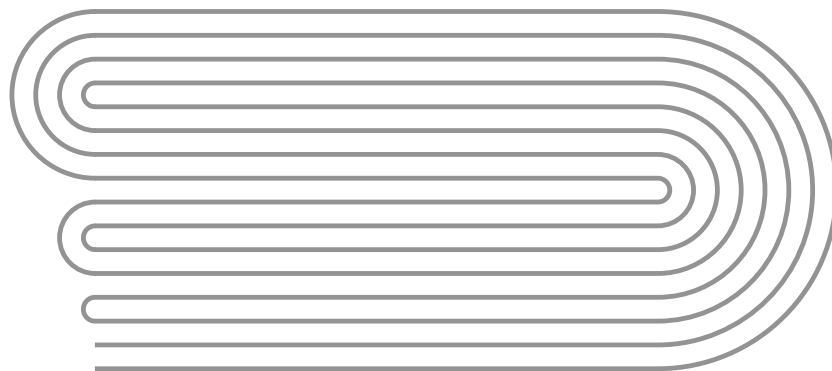
=



Верёвочное суммирование

Как найти сумму геометрической прогрессии $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{n-1}$? Обычно добавляют слева ещё одну единицу (хитрый ход!). Две единицы сложатся в двойку, которая вместе со следующей двойкой даст четвёрку, две четвёрки – восьмёрку, и т.д. Новая сумма свернётся, как телескоп, и превратится в 2^n , останется лишь вычесть единицу.

А Джеймс Тентон (James Tanton) предложил найти эту сумму... просто взглянув на верёвку, которую сложили вдвое, потом ещё вдвое... (всего n раз):



$$1 + 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n$$

Так как верёвку сложили пополам n раз, мы увидим 2^n кусочков верёвки. А если посмотреть на левый край, мы увидим сумму (снизу вверх): $1 + 1 + 2 + 4 + \dots + 2^{n-1}$. Попробуйте придумать какие-нибудь обобщения этой идеи.

Художник Алексей Вайнер