

■ НАШ КОНКУРС, IV ТУР

(«Квантик» № 12, 2022)

16. В дате последнего дня этого года (31.12.22) одна цифра встречается один раз, другая – два раза, третья – три раза. Найдите следующую дату с тем же свойством.

Ответ: 02.02.23. Поищем подходящую дату в 2023 году. Номер любого месяца начинается с 0 или 1, дата оканчивается на 23, всего в записи участвуют лишь 3 цифры – значит, дата составлена из цифр 0, 2, 3 или 1, 2, 3. Тогда наименьшее число, которое можно составить – это 02; остаётся убедиться, что дата 02.02.23 подходит.

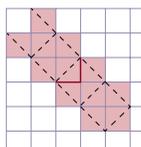
17. Известно, что N – натуральное число, а среди дробей $\frac{2}{N}, \frac{3}{N}, \frac{4}{N}, \frac{5}{N}, \frac{6}{N}, \frac{7}{N}, \frac{8}{N}, \frac{9}{N}, \frac{10}{N}$ ровно одна несократимая. Какая?

Ответ: $\frac{5}{N}$ или $\frac{7}{N}$. Если число N нечётно, то по крайней мере три дроби ($\frac{2}{N}, \frac{4}{N}$ и $\frac{8}{N}$) будут несократимы – противоречие. Значит, N чётно. Аналогично, N делится на 3 (иначе $\frac{3}{N}$ и $\frac{9}{N}$ несократимы). Тогда N кратно 6, и все дроби, кроме $\frac{5}{N}$ и $\frac{7}{N}$, можно сократить на 2 или на 3. При $N=30$ несократима только дробь $\frac{7}{N}$, а при $N=42$ несократима только дробь $\frac{5}{N}$.

18. Квантик вырезал две одинаковые шестиклеточные фигуры, как на рисунке. Можно ли ими обклеить поверхность куба без наложений и пустых мест?



Ответ: да. Приложим части друг к другу, как показано на рисунке. Согнув полученную фигуру по пунктирным линиям, мы сможем обклеить кубик, грани которого равны пунктирным квадратам.



19. Буквы русского алфавита заменены числами от 1 до 33 в неизвестном порядке (разные буквы – разными числами). Эмма записала этим кодом своё имя (без пробелов), и так же поступили Вера и Леонтий.

а) Может ли быть, что Эмма и Вера написали одно и то же число?

б) Может ли быть, что одно и то же число написали Эмма и Леонтий?

а) Ответ: да, например, 12334 (Э = 12, М = 3, А = 4, В = 1, Е = 2, Р = 33).

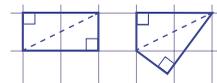
б) Ответ: нет. В имени «Эмма» 4 буквы, значит, оно записано не более чем 8 цифр-

Э	М	М	А
Л	Е	О	Н
Т	И	Й	

рами. В имени «Леонтий» 7 букв, значит, если эти имена зашифрованы одинаково, то в их записи либо 7, либо 8 цифр. Тогда буква М зашифрована двузначным числом (иначе «Эмма» превратится в не более чем шестизначное число). Но в имени «Леонтий» нет повторяющихся пар букв – значит, последняя цифра первой буквы М и первая цифра второй образуют число, зашифровывающее одну и ту же букву. Тогда каждое имя превратилось в 8-значное число, причём «двузначных» букв 4: это Э, М, А и Н. Двузначный номер может начинаться только с 1, 2 или 3 – значит, какие-то две из этих букв начинаются с одного и того же числа. Но каждой из «двузначных» букв соответствует своя «однозначная» первая: Э = ЛЕ, М = ОТ, Н = ТО, А = ИЙ – значит, какие-то из букв Л, О, Т, И окажутся заменены одной и той же цифрой – противоречие.

20. Найдите наибольшую возможную площадь четырёхугольника, какие-то две стороны которого равны 1 и какие-то две стороны равны 2.

Ответ: 2 (см. примеры на рисунке). У такого четырёхугольника найдутся соседние стороны длин 1 и 2. Тогда можно провести диагональ, делящую четырёхугольник на два треугольника со сторонами 1 и 2 каждый. Но среди всех таких треугольников наибольшую площадь имеет тот, у которого угол между этими сторонами прямой. Это видно, например, из формулы площади треугольника: длину стороны надо разделить пополам и умножить на длину высоты к этой стороне. (Если не знаете эту формулу, попробуйте её доказать с помощью... ножниц.) Наибольшая высота к стороне 2 будет равна 1, когда вторая сторона ей перпендикулярна. Поэтому четырёхугольник максимальной площади сложен из двух половинок прямоугольника 1×2 (склеенных по «диагонали») и равен ему по площади.



■ МОРОЗ И СОЛНЦЕ («Квантик» № 12, 2022)

1. См. статью «От горячего к холодному: теплопроводность» в этом номере журнала.

2. Эта задача – про тепловое расширение. Металлы сильно расширяются при нагревании. Кольцо нужно нагреть, при этом оно расширится, причём увеличится как внешний, так и внутренний его радиус. Как же нагреть кольцо? Маленькое колечко может быть достаточно подержать рукой. Если нет – можно погреть его

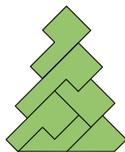
зажигалкой. А можно (если деревянный стержень позволяет) просто взять всю конструкцию в дом. В тепле дерево, конечно, тоже нагреется, но оно при нагреве расширяется значительно меньше, чем железо.

3. Противоречия нет. При смешивании снега или льда с солью температура, действительно, понижается, но важно, что *смесь при этом тает* (из-за расхода тепловой энергии на таяние температура, собственно, и понижается). Так дворники борются со слоем льда, на котором можно поскользнуться. Возникают, правда, и неприятные побочные эффекты – например, солёная смесь разъедает обувь.

4. Это экваториальные области, где нет смены времен года и, следовательно, годовые кольца не образуются.

■ ЁЛОЧКА-2023

(«Квантик» № 1, 2023)



■ УКЛАДЫВАЕМ КИРПИЧИ

(«Квантик» № 1, 2023)

На этих поддонах кирпичи и перевозят. Каждый слой укладки «ёлочкой» цепляется за соседний – и у такой укладки меньше шанс развалиться, когда штабель в дороге трясёт. Обыкновенную укладку иногда дополнительно укрепляют, перевязывая штабель стропами, – чего не требуется для укладки «ёлочкой».

■ ТРИ ПИЦЦЫ

1. Переложим части (рис. 1).

3. *Подсказка:* проведите пунктирные линии параллельно сторонам треугольника (рис. 2).

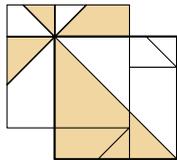


Рис. 1

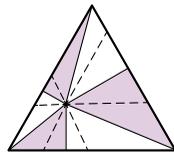


Рис. 2

Обе задачи и их решения взяты из книги «Задачи на вырост» В.В.Произволова. Там же есть доказательство теоремы о круглой пицце.

■ ОТ ГОРЯЧЕГО К ХОЛОДНОМУ: ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

1. Дело не в том, что у воды коэффициент теплопроводности выше, чем у сухого песка, а в том, что он выше, чем у воздуха. Своей низкой теплопроводностью песок отчасти обязан воздушным промежуткам между песчинками.

Вода заполняет их – поры исчезают, теплопроводность резко возрастает. А теплопроводность «самого материала, из которого сделаны песчинки», довольно большая – по крайней мере, больше, чем у воды. Поэтому в смеси «песок-вода» уже песок увеличивает теплопроводность.

2. Та же причина: снег – это кристаллики льда, между которыми – «пустые места», заполненные воздухом. У свежего снега «пустот» намного больше, и коэффициент теплопроводности гораздо меньше: 0,1 – 0,15 Вт/мК.

■ ЧТО ЭТО ЗА БУКВЫ?

1. Это буквы Ъ и Ь. Твёрдый знак бывает только разделительный, то есть по сути имеет ту же функцию, что пробел («тишина»): *подъезд* читается примерно так же, как если бы было написано *под езд*; а мягкий знак бывает и разделительный (*ночью* читается как *ноч ю*), и смягчающий («нежность»), как в слове *пятъ*.

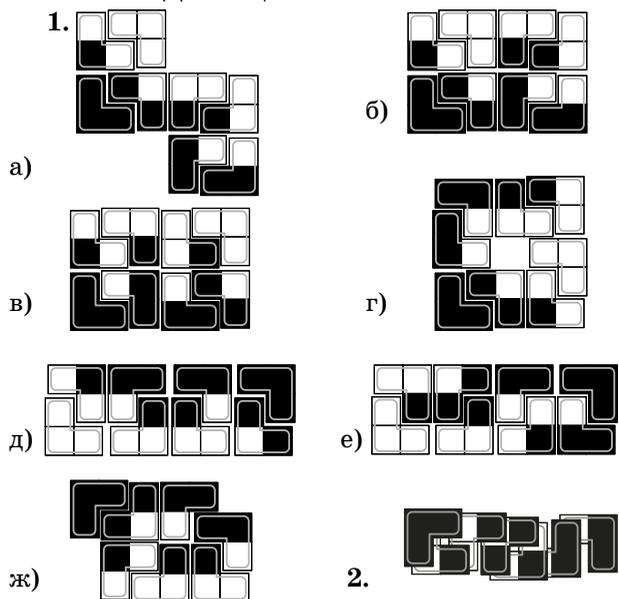
Буквы Ъ и Ь напоминают, что в русском языке прочитать слово – не то же самое, что прочитать последовательно каждую из его букв. Показывает это и следующая задача.

2. *Куль, рай, ноль*. В обратном порядке надо произносить звуки, а не писать буквы!

3. До реформы русской орфографии, упомянутой в условии задачи 4, писали «Блокъ» – действительно, 5 букв.

4. Буква «I» сохранилась в букве «И». Ещё в XIV веке её писали в виде «Ы». Можно найти следы буквы «I» и в букве «Ю».

■ ВОСЕМЬ ДВУХЦВЕТНЫХ УГОЛКОВ



XLV ТУРНИР ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА.

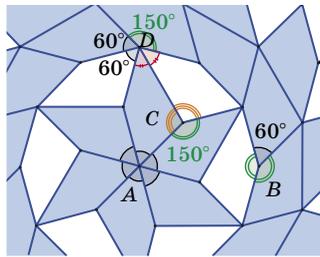
Избранные задачи

Математика

1. Ответ: в 2,2 раза. Длина очереди с зонтиками складывается из 11 диаметров зонтов, то есть из 22 частей-радиусов длины 50 см. Длина очереди без зонтиков – это 10 промежутков между 11 людьми, причём каждый из промежутков также равен 50 см. Значит, длина очереди уменьшилась в $22 : 10 = 2,2$ раза.

2. Ответ: $45^\circ, 60^\circ, 105^\circ$ и 150° .

Вокруг вершины *A* в центре мозаики 6 одинаковых углов с общей вершиной образуют полный угол, значит, каждый из них равен $360^\circ : 6 = 60^\circ$. При вершине *B* полный угол в 360° складывается из уже известного нам угла 60° и ещё двух равных между собой – следовательно, они составляют по 150° .



С помощью вершины *C* вычисляем ещё один угол: он равен $(360^\circ - 150^\circ) : 2 = 105^\circ$. Последний угол находим с помощью вершины *D*: он равен $(360^\circ - 150^\circ - 2 \cdot 60^\circ) : 2 = 45^\circ$ (или пользуемся тем, что сумма углов четырёхугольника равна 360°).

Лингвистика

Речь идёт о языке *малаялам*. На нём говорят около 35 млн человек на юго-западе Индии. Из того, что 11 знаков письма малаялам соответствуют 7 слогам в транскрипции, следует, что 4 знака изменились в результате реформы и представлены в двух видах, а 3 знака остались прежними.

Поищем знаки, которые можно объединить в пары «старое написание – новое написание». Видно, что для любого знака с завитушкой, идущей от правого нижнего угла к левому верхнему, есть такой же знак, но без завитушки, а с «клюшкой» слева. Для любого знака с кружком снизу есть такой же знак, но с этим кружком, вынесенным направо под отдельную дужку.

Тогда получается, что есть 4 пары знаков и 3 знака без пары, как нам и необходимо.

Система	1	2	3	4	5	6	7
I	Ⓜ	Ⓝ	Ⓢ	Ⓡ	Ⓟ	Ⓞ	Ⓠ
II	(Ⓜ)	(Ⓝ)	(Ⓢ)	Ⓡ			

Реформа проводилась для того, чтобы облегчить использование пишущих машинок. На обычной пишущей машинке число клавиш огра-

ничено, а символы набираются слева направо. Поэтому слитные знаки (система I) неудобны: если размещать каждый знак с завитушкой, с кружком и с их сочетанием на отдельной клавише, то клавиш не хватит, а набирать завитушки и кружки отдельно невозможно, потому что их форма и расположение зависят от базового символа. Значит, система I – это письмо малаялам до реформы, а система II, в которой уменьшается количество слитных знаков и обеспечивается линейность письма, – это новая система.

Теперь надо установить соответствия написания и произношения. Завитушка, она же клюшка, встречается три раза (знаки 1, 2, 3), а в транскрипциях 3 раза встречаются только *r* и *a*. Но если мы предположим, что это *a*, то завитушка/клюшка должна будет два раза встретиться с одним и тем же элементом, который будет обозначать k^h (в слогах $k^h a$ и $k^h r a$). Этого не происходит, а значит, завитушка/клюшка – это *r*. Знак 7 получается из знака 1 вычитанием завитушки/клюшки, то есть *r*: значит, 1 – это $k^h r a$, а 7 – это $k^h a$. Кружок под буквой или на отдельной дужке встречается два раза (знаки 3 и 4) – значит, это либо *d*, либо *ā*, либо *u*. Но один раз (в знаке 3) он сочетается с завитушкой/клюшкой, то есть с *r*, из чего следует, что кружок – это *u*, а 3 – это *ṛu*. Тогда 2 – это *pra*, 4 – это *du*, а 5 – *dā*. Оставшийся знак 6 – это *mā*. Подкова справа от базового знака обозначает гласный *ā*, а гласный *a* не имеет специального обозначения: базовый знак – это и есть символ, который читается как «согласный + *a*».

Мы получили ответ на задания 1 и 2:

Система	1	2	3	4	5	6	7
Старая	Ⓜ	Ⓝ	Ⓢ	Ⓡ	Ⓟ	Ⓞ	Ⓠ
Новая	(Ⓜ)	(Ⓝ)	(Ⓢ)	Ⓡ			
	$k^h r a$	<i>pra</i>	<i>ṛu</i>	<i>du</i>	<i>dā</i>	<i>mā</i>	$k^h a$

Для наглядности обобщим всё сказанное про способы передачи различных гласных и *r* между согласным и гласным на примере слогов с согласным k^h (не забывая, что *r* может сочетаться с разными гласными, а не только с *a*):

Система	<i>a</i>	<i>ā</i>	<i>u</i>	<i>r</i>
Старая	Ⓜ	Ⓞ	Ⓠ	(Ⓜ)
Новая	(Ⓜ)		Ⓠ	(Ⓜ)

Ответ на задание 3:

Знак 8 – *ṭa* по обеим системам, знак 9 – *drā* по старой системе.

Система	8	9
Старая	ṭ	Ⓞ
Новая		
	<i>ṭa</i>	<i>drā</i>

Физика

1. Ответ: а) увеличится; б) уменьшится.

а) Свободно висящая проволока при нагревании расширится во все стороны. Зазор *AB* будет занимать ту же долю кольца, что и раньше, но размеры самого кольца станут больше. Соответственно, зазор увеличится.

б) В этом случае цилиндры не дадут проволоке расширяться вбок, она останется дугой окружности прежнего диаметра. А вот длина этой дуги увеличится – цилиндры этому не мешают. В результате концы проволоки сблизятся и зазор *AB* уменьшится.

2. Ответ: в точках 4 и 6 заклинит, в точках 1 и 3 не заклинит, ответ для точек 2 и 5 зависит от толщины бревна.

Пилу заклинит, если пытаться пилить в том месте, где древесина сжата, и не заклинит, если в месте распила древесина растянута. Концы бревна, выступающие за опоры, под действием силы тяжести изогнутся вниз (рис. 1, величина изгиба сильно увеличена для наглядности). При таком изгибе бревно в верхней части растягивается, а в нижней сжимается. Поэтому в точках 1 и 3 пилу не заклинит, а в точках 4 и 6 – заклинит.

Для части бревна между опорами возможны два случая. Если бревно не очень толстое, а расстояние между опорами велико, эта часть под собственным весом опустится вниз и изогнётся (рис. 2). В этом случае пилу заклинит в точке 2, а в точке 5 – не заклинит.



Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

Если же бревно достаточно толстое, а расстояние между опорами невелико, «свисающие» за опорами части бревна изогнут среднюю часть вверх (рис. 3). Тогда пилу заклинит в точке 5, а в точке 2 – не заклинит.

3. Ответ: бочка 2.

Бочки одинаковые, поэтому первой сдвинется та, на которую палка давит с большей силой. По третьему закону Ньютона палка давит на бочку с той же силой, с которой бочка давит на палку.

Посмотрим на силы, действующие на палку. Сила *F* и бочка 1 толкают палку в одну сторону, а бочка 2 – в другую. Пока палка находится в равновесии, бочка 2 давит на палку так же, как бочка 1 и сила *F* вместе взятые. В частности, пока бочки не начали двигаться, бочка 2

толкает палку сильнее, чем бочка 1. Значит, первой сдвинется бочка 2.

Биология

1. Белки зимой едят семена шишек хвойных деревьев, кедровые и лесные орехи, жёлуди, грибы, ягоды, хвою, кору, лишайники, мох. Основные конкуренты белок – птицы (дятлы, клесты, сойки) и грызуны.

2. Вода, которая кажется нам чистой, на самом деле может содержать микроорганизмы, которые в небольших количествах незаметны, но станут видны, когда размножатся (зелёный налёт на стенках банки дают, к примеру, микроскопические цианобактерии или зелёные водоросли).

В воде или на стенах банки могли остаться споры бактерий или водорослей, способные «переждать» непригодные для жизни условия и размножиться в благоприятных. Споры, яйца или цисты могли попасть в открытую банку и по воздуху (вместе с пылью). Чтобы организмы могли существовать в банке, им необходимо питание. На первой стадии в практически чистой воде могут развиваться организмы, занимающиеся фотосинтезом (например, водоросли) – им не нужно ничего, кроме воды, углекислого газа (из воздуха) и света, а также небольшого количества минеральных солей, которые обычно присутствуют в воде из водопровода или природного источника. В дальнейшем могли появиться организмы, питающиеся водорослями или их остатками – инфузории, амёбы и другие одноклеточные, а также мелкие черви, личинки комаров, бактерии, некоторые грибы, и даже мелкие ракообразные (хоть и маловероятно). Для многих организмов важно наличие кислорода, а для оседания на стенках банки – свободное место.

История

В германских европейских языках слово со значением «король» происходит от прагерманского «*kuning*» (немецкий «*der König*», английский «*king*», нидерландский «*koning*» и т.п.). Именно отсюда приходит русское слово князь.

В романских европейских языках слово со значением «король» происходит от латинского слова «*rex*» (французский «*roi*», испанский «*rey*» и т.п.). Отсюда же происходит русское слово «регент» (ср. с латинским «*regina*», королева).

Слово «король» в русском языке (и родственные ему в других славянских языках) происходит от имени Карла Великого (*Carolus Magnus*).