# LXXXIX САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Материал подготовил
Константин Кохась


Художник Сергей Чуб

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс, приглашаются все желающие. Первый (письменный) тур очередной олимпиады прошёл 19 ноября 2022 года. В 6 и 7 классах предлагалось по 4 задачи, а в 8 классе – 5, на решение отводилось 3 часа.

## Избранные задачи I тура

**1 (8 класс).** На столе стоят 10 гирь разного веса. Известно, что сумма весов пяти самых лёгких гирь равна половине суммы весов остальных. Докажите, что сумма весов шести самых лёгких гирь меньше суммы весов остальных.

*Сергей Берлов*

**2 (6 класс).** Костя задумал натуральное число $x$ и обнаружил, что некоторое четырёхзначное число при делении на $x$ даёт остаток 24, а при делении на $x^2$ даёт остаток 142. Найдите все возможные значения, которые может принимать $x$.

*Константин Кохась*

**3 (7 класс).** Каждый из 25 детей держит в руках табличку с ненулевым числом (возможно, отрицательным), все эти числа разные. Дети построились в ряд по убыванию чисел (первое – самое большое), и Петя оказался десятым по счёту. Затем дети построились по убыванию чисел, обратных к исходным (напомним, что обратным к числу $a$ называется число $1/a$), и Петя оказался шестнадцатым. Наконец, дети построились по убыванию квадратов исходных чисел (все квадраты оказались разными). Каким по счёту может оказаться Петя? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

*Александр Голованов*

**4 (7 класс).** Натуральное число $N$ имеет больше 400 натуральных делителей (включая 1 и $N$). Все эти делители записали на доске. Саша стёр сто наибольших и сто наименьших из них. Среди оставшихся делителей оказалось поровну чётных и нечётных. Докажите, что если бы вместо этого он стёр двести наибольших и двести наименьших делителей, среди оставшихся тоже оказалось бы поровну чётных и нечётных.

*Александр Кузнецов*