КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, II ТУР

(«Квантик» № 3, 2023)

6. *Алла прислала в «Квантик» заметку о своём дедушке: «У меня замечательный дед! Его зовут Отто. Он сыщик, ловит воров. Он очень любит котяток. Недавно построил для них шалаш. Он учит меня САМБО. По утрам он занимается БЕГОМ».*

Какие слова мы заменили на САМБО и БЕГОМ? Кратко поясните свой ответ.

В каждой из фраз Аллиной заметки последнее слово представляет собой палиндром, то есть читается одинаково слева направо и справа налево: *дед*, *Отто*, *воров*, *котяток*, *шалаш*. Соответственно, на САМБО и БЕГОМ мы заменили слова ***ушу*** (тоже вид спортивного единоборства) и ***йогой*** (тоже полезная оздоровительная практика). Судя по именам дедушки и внучки, любовь к палиндромам у них – семейная традиция. К сожалению, Алла не написала, как зовут её папу – Тит или Натан…

7. *Что нужно позаимствовать из условия этой задачи, чтобы превратить полезную ёмкость в хорошую погоду? Требуется точный ответ (и краткое пояснение к нему)!*

Полезная ёмкость – это *ведро*, хорошая погода – *вёдро* (сейчас это слово встречается в основном в диалектах). Стало быть, из условия задачи нужно позаимствовать ***две точки над ё*** (они есть как раз в слове *ёмкость*). Ответ «букву *ё*», конечно, неверен: целиком буква *ё* нужна, чтобы превратить, скажем, *бук* в *буёк*, но никак не *ведро* в *вёдро*.

8. *Второклассники читали русскую народную сказку. Разгорелся жаркий спор: что Баба-Яга предложила Иванушке сначала – поесть или поспать? Какие два глагола путают второклассники? Напишите эти глаголы правильно.*

Второклассники путают два действительно похожих и не очень часто употребляемых в современном языке глагола: ***потчевать*** «угощать, кормить чем-нибудь вкусным» и ***почивать*** «спать, отдыхать».

9. *м, м, ж, м, …, ж, с*

Заполните пропуск. О чём идёт речь?

Речь идёт о роде названий дней недели: понедельник – *м*, вторник – *м*, среда – *ж*, четверг – *м*, суббота – *ж*, воскресенье – *с*. Пятница относится к женскому роду; значит, пропущено ***ж***.

10. *Маленький Лёша окает (то есть произносит безударное О как [о], а не как [а]), а вместо звука [л] произносит [в]. В каком существительном Лёша произносит три [во] подряд?*

Три [во] подряд Лёша произносит в хорошо знакомом всем читателям «Квантика» слове ***головоломка***: у него получается [гововововомка]. Под условие задачи подходит ещё существительное *стволовой* «рабочий в шахте», но знать этот специальный термин маленький мальчик мог бы только случайно.

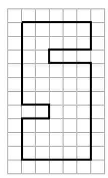
НАШ КОНКУРС, VII ТУР

(«Квантик» № 3, 2023)

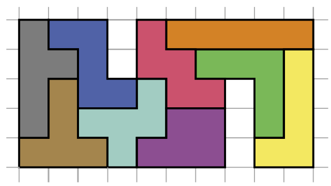
31. *В интернет-магазине доставка стоит* 500 *рублей, но при сумме заказа от* 1500 *рублей доставка бесплатна. Иван Иванович и Иван Никифорович заказали с доставкой одинаковые зонтики, но Ивану Никифоровичу в честь дня рождения сделали на товар скидку* 10%. *Каково же было удивление Ивана Никифоровича, когда он заплатил на* 340 *рублей больше, чем Иван Иванович. Сколько стоил зонтик?*

Ответ: 1600 рублей. Иван Никифорович мог заплатить больше, несмотря на скидку, только если после скидки стоимость зонтика стала меньше 1500 рублей и ему, в отличие от Ивана Ивановича, пришлось заплатить 500 рублей за доставку. Значит, размер самой скидки составил $500 - 340 = 160$ рублей, и тогда стоимость зонтика в 10 раз больше, то есть 1600 рублей.

32. *Разрежьте «цифру 5» на рисунке по линиям сетки на* 9 *различных пятиклеточных частей (фигуры, которые можно совместить поворачиванием и переворачиванием, считаются равными).*



Ответ: см. рисунок.



33. *Можно ли покрасить все натуральные числа в три цвета так, чтобы сумма любых двух чисел разных цветов была бы покрашена в третий цвет?*

Ответ: нет. Предположим, что покрасить получилось. Пусть числа 1 и n разного цвета (например, синее и красное). Но тогда $n+1$ – третьего цвета (например, зелёное), число $n+2 = 1+(n+1)$ – красное, $n+3 = 1+(n+2)$ – зелёное,

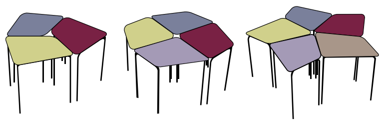
$n+4=1+(n+3)$ – красное, и так далее: начиная с числа n, красные и зелёные числа будут чередоваться. Но тогда и число $2n+1=n+(n+1)$ должно быть и красным, и зелёным одновременно – противоречие.

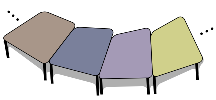
34. *Сколькими способами можно расставить в таблице* 3×3 *числа* 1, 2,..., 9 *(каждое по разу) так, чтобы суммы во всех строках и столбцах были нечётные?*

Ответ: $9\cdot5!\cdot4!=25920$. Выясним сначала, сколькими способами можно выбрать клетки для нечётных чисел. Всего у нас 5 нечётных чисел, а в каждой строке их три или одно (чтобы сумма была нечётна). Тогда есть столбец, где все числа нечётны, и такая же строка, причём вместе они уже содержат все наши нечётные числа. Выбрать строку для нечётных чисел можно тремя способами, столбец – тоже тремя, значит, вариантов выбрать клетки для нечётных чисел всего $3\cdot3=9$.

При этом сами нечётные числа можно расставить на 5 клетках $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=5!$ способами (ставим 1 на любую из пяти клеток, 3 – на любую из оставшихся четырёх, и т.д.), а расставить чётные числа в оставшихся четырёх клетках – $4\cdot3\cdot2\cdot1=4!$ способами. Перемножая, получаем ответ.

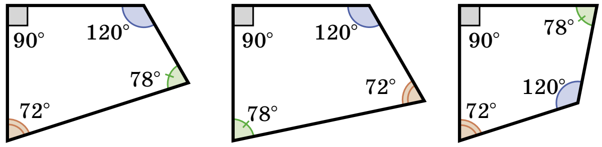
35. *В офис привезли много одинаковых четырёхугольных столов, у каждого стола все стороны разной длины. Оказалось, что и 3 таких стола, и 4, и 5 можно поставить по кругу, одинаковыми углами к центру, так чтобы между соседними столами не было зазора.*



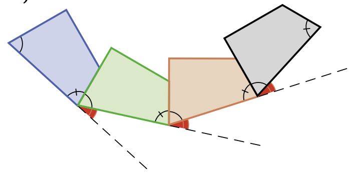


Сколько таких столов можно поставить по кругу, одинаковыми сторонами наружу и без зазоров между соседними столами? Укажите все варианты и докажите, что других нет.

Ответ: 12, 20 или 30. Каждый стол – это четырёхугольник; раз такие столы можно составить по 3, по 4 и по 5 одинаковыми углами к центру, значит, эти углы равны $360°:3=120°$, $360°:4=90°$ и $360°:5=72°$. Тогда оставшийся, четвёртый угол стола равен $360°-120°-90°-72°=$ $=78°$. Сами углы могут располагаться разными способами (см. рисунок).



Когда столы выставлены в круг, их внешние стороны образуют правильный многоугольник, каждый угол которого равен сумме двух углов стола (одних и тех же). Поскольку угол правильного многоугольника не может быть больше 180°, сложить его можно только тремя способами: $90°+72°=162°$, $90°+78°=168°$ или $72°+78°=150°$. Тогда внешние углы этого многоугольника (смежные с внутренними, на рисунке ниже отмечены красным) могут быть равны, соответственно, 18°, 12° или 30°. Сумма внешних углов любого многоугольника равна 360°, значит, для n-угольника получаем варианты $18°\cdot n=360°$, $12°\cdot n=360°$ или $30°\cdot n=360°$ соответственно. Следовательно, столы могут стоять по 20, 30 или 12.



Замечание: если выставлять столы в круг так, чтобы внутренние стороны образовывали многоугольник, ответ получится тот же самый.

КУБ, ШАР И ЭЛЕКТРОМАГНИТ

(«Квантик» № 4, 2023)

Ответ: шар упадёт быстрее куба. Так как все тела падают с одним и тем же ускорением, раньше коснётся пола тот предмет, который к нему ближе. Но нижняя точка шара ближе к полу, чем центр нижней грани куба – иначе шар можно было бы поместить целиком внутри куба, и он имел бы меньшую массу.

ЧТО ЭТО ЗА ОЦЕНКИ?

Ответ: 1. STE – SMB – MBS – MB – MBB – – BMB – B – BR – RB – R – RD. **2.** DR – D.

Очевидно, что уругвайские оценки представляют собой аббревиатуры (вероятно, единственное исключение – STE, которая является началом и концом слова sobresaliente).

Помимо STE, ещё две оценки состоят из одного элемента: B (bueno «хорошо») и R (regular «стандартно»). Остальные включают в себя два слова (BR, MB, RB) или даже три (BMB, MBB, MBS, SMB). Но буква M не встречается сама по себе, а во всех оценках идёт строго перед B. Поэтому с учётом перевода слова muy можно сделать вывод, что MB – это единая оценка «очень хорошо», то есть все оценки состоят или из одной, или из двух частей.

Итак, на шкале есть оценки STE MB B R (в таком порядке). А двухэлементные оценки, вероятно, расположены между каждыми двумя основными (одноэлементными) оценками. Например, SMB и MBS – сочетание «отлично» и «очень хорошо» – между «отлично» и «очень хорошо». Остаётся понять их порядок.

Обратим внимание на задание 2. Две вышедшие из употребления идущие подряд оценки – это, видимо, основная оценка D, «неудовлетворительно» (или, возможно, DTE – по аналогии с STE) и ещё одна промежуточная – DR («неудовлетворительно + стандартно»). Так как по условию RD находится левее, чем DR, приходим к выводу, что в двухэлементных оценках первый элемент «сильнее» (RD ближе к R, чем к D, а DR наоборот и т.д.)

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ И ГЕОМЕТРИЯ

1. *Указание*: постройте сначала центр масс двух из этих масс.

2. *Указание*: докажите, что этот центр лежит на каждой из прямых, соединяющих точку пересечения медиан треугольника, построенного на трёх соседних вершинах пятиугольника, с серединой его противоположной стороны.

3. Эти отрезки пересекаются в одной точке – ведь центр масс вершин четырёхугольника (в которые помещены равные массы) лежит на каждом из этих отрезков.

LXXXVIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ.

Избранные задачи II тура

1. Пусть в первой строке есть белая клетка. С неё можно попасть лишь на белые клетки нечётных строк и на чёрные клетки чётных строк. Значит, в чётных строках нет белых клеток, а в нечётных нет чёрных. То есть раскраска представляет собой горизонтальный «матрац», в котором чёрных и белых клеток поровну.

2. Выберем любого пирата и заменим три его камня на два других, о которых говорит условие. Мы получим 4 камня стоимостью больше 100 000 пиастров. Значит, один из них стоит больше 25 000 пиастров.

3. Ответ: количество мальчиков может быть любым числом от 200 до 300. Докажем, что вдоль круга не могут стоять подряд три ребёнка в красных шапках. Действительно, если средний из них – девочка, то она солжёт, хотя должна сказать правду. А если средний – мальчик, то он скажет правду, хотя должен солгать.

Проверим, что среди любых трёх подряд стоящих детей ровно один в синей шапке. Рассмотрим любую тройку детей и, начиная с неё, разобьём ряд на тройки подряд идущих детей. В каждой тройке есть хотя бы один ребёнок в синей шапке. Но поскольку и троек, и детей в синих шапках по 100, в каждой тройке ровно один ребёнок в синей шапке. В том числе, это имеет место в (произвольной) тройке, с которой мы начали рассмотрение.

Следовательно, дети в синих шапках стоят вдоль окружности через 2: ...КСККСККСКК... Дети в синих шапках могут быть как девочками, так и мальчиками. А все дети в красных шапках лгут, так как у них один сосед в синей шапке, а другой в красной, поэтому все они мальчики. Итого, мальчиков от 200 до 300.

4. Ответ: $5\cdot 999$. Заметим, что для каждого числа n, не делящегося на 10, можно подобрать кратное ему число a, которое оканчивается на цифру от 1 до 5. Пусть $a=10x+y$, тогда $b=10\,000x+y$ тоже делится на n. Значит, $1000a-b=999y$ кратно n. Поскольку $y\leqslant 5$, получаем, что $n\leqslant 5\cdot 999$.

Обратно, докажем, что число $n=5\cdot 999$ – интересное. Тут надо быть осторожным: это следует проверять для вписывания нулей не только перед последней цифрой, но и в любом другом месте. Пусть a – кратное числа n, y – фрагмент a, перед которым мы вставляем три нуля. Тогда вставка трёх нулей – это операция

$$a\to 1000(a-y)+y=1000a-999y.$$

Для обсуждаемого значения n число y оканчивается на 0 или 5, то есть, делится на 5, поэтому вычитаемое делится на n.

КРУГЛЫЕ НАКЛЕЙКИ НА ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

Мысленно сожмём заклеенный прямоугольник Ноутика (пропорционально), уменьшив стороны вдвое. Получится четверть исходного прямоугольника, заклеенная наклейками диаметра 1 см. Разделим прямоугольник Квантика двумя прямыми на 4 равные прямоугольные части и заклеим каждую так, как заклеен уменьшенный прямоугольник Ноутика. Потребуется как раз 100 наклеек диаметра 1 см.

Сравните эту задачу с задачей о печеньях на противне из «Квантика» № 1 за 2014 год (IV с.).