



ОЛИМПИАДЫ

XXVIII турнир математических боёв имени А.П. Савина

Материал подготовил Александр Грибалко

Избранные задачи

Ежегодно в конце июня школьники из многих городов съезжаются на летний турнир имени А.П. Савина. Приводим избранные задачи турнира 2023 года. После номера задачи указаны её автор и классы, в которых она предлагалась.

1. (А. Шаповалов, 5–6) Клетчатый квадрат 9×9 разрежали по границам клеток на полоски ширины 1 (возможно, не одинаковые). Всегда ли из этих полосок можно сложить прямоугольник 8×9 ?

2. (А. Шаповалов, 5) Куб $2 \times 2 \times 2$ оклеен «по клеточкам» в один слой бумажными трёхклеточными фигурками. Клетки фигурок окрашены белым и чёрным цветом. Оказалось, что каждая грань куба целиком белая или чёрная, а если фигурки развернуть на плоскости, то не найдётся одинаковых по форме и окраске. Могло ли белых и чёрных граней быть не поровну?

3. (А. Грибалко, К. Кноп, Н. Чернятьев, 5–8) По кругу лежат 8 неразличимых на вид монет. Известно, что ровно 2 из них фальшивые. Настоящие монеты весят одинаково, фальшивые тоже, но они легче. За два взвешивания на чашечных весах без гирь определите, лежат фальшивые монеты рядом или нет.

4. (В. Клепцын, 5–7) Коробка для конфет – это прямоугольник 4×5 ячеек. В неё нужно положить n конфет (в каждую ячейку не более одной конфеты) так, чтобы для любого числа от 1 до $n - 1$ можно было отделить именно столько конфет либо горизонтальной, либо вертикальной прямой, проходящей по границам ячеек. При каком наибольшем n это возможно?

5. (А. Грибалко, 6–8) Царь огласил мудрецам правила испытания. Каждому из них на лоб наклеят бумажку с целым числом, числа будут последовательными. Каждый будет видеть все числа, кроме своего. После этого, если мудрец не может точно определить своё число, он говорит «не знаю», а если может – называет своё число. Порядок, в котором мудрецы будут говорить, заранее неизвестен – он будет определён жребием. Оказалось, что как бы ни выпал жребий, хоть один мудрец не сможет назвать своё число. При каком наибольшем количестве мудрецов такое возможно?

6. (И. Раскина, 6–8) Фермер Макар завёл телят, козлят и поросят. Масса Макара равна средней массе поросят, на 50 кг меньше средней массы телят и на 50 кг больше средней массы козлят. Средняя масса те-





Избранные задачи

лят и поросят (вместе взятых) на 20 кг больше массы Макара, а средняя масса козлят и телят на 25 кг меньше массы Макара. Что и на сколько больше: масса Макара или средняя масса поросят и козлят?

7. (М. Евдокимов, 7–8) Вершины равнобедренного треугольника ABC с основанием AC лежат по одной на каждой стороне равностороннего треугольника. Оказалось, что точка B совпадает с серединой стороны равностороннего треугольника, а точки A и C удалены от этой стороны на разные расстояния (см. рисунок). Чему может быть равен угол A ?

8. (М. Евдокимов, 7) Маше на 12-летие испекли торт в форме квадрата 6×6 , разбитый на клетки 1×1 и украшенный 12 вишенками (вишенки находятся внутри клеток, не более одной в каждой). Всегда ли такой торт можно разрезать по границам клеток на две равные части, в которых поровну вишенок?

9. (А. Тутубалина, 7–8) По кругу встали 600 жителей острова рыцарей и лжецов. Турист спросил каждого из них: «Правда ли, что твои соседи – рыцарь и лжец?» По ответам турист смог определить, сколько именно в круге рыцарей. Так сколько же?

10. (Н. Чернятьев, 7–8) Петя и Вася играют, делая ходы по очереди, начинает Петя. За ход игрок ставит фишку в любую свободную вершину 99-угольника. Если в двух соседних с ней вершинах уже стоят фишки, игрок забирает их себе. Назовём такие фишки *призовыми*. Победит тот, кто первым соберёт 100 призовых фишек. Кто может обеспечить себе победу?

11. (А. Шаповалов, 7–8) Верно ли, что любой прямоугольный треугольник можно с помощью циркуля и линейки разбить на два треугольника, в которых найдётся по равной биссектрисе?

12. (А. Заславский, 7–8) В стране города соединены дорогами с односторонним движением. Докажите, что если между каждыми двумя городами есть путь хотя бы в одну сторону (возможно, через другие города), то можно добавить одну дорогу так, чтобы между каждыми двумя городами был проезд в обе стороны.



Художник Сергей Чуб