

ИЗГИБАЕМЫЙ МНОГОГРАННИК

Материал подготовил
Григорий Мерзон

Треугольник определяется длинами трёх сторон. Поэтому он жёсткий: если стороны – жёсткие палочки, он не изгибается, даже если в вершинах шарниры.

Для треугольника (жёсткой фигуры) есть формула, выражающая площадь через длины сторон («формула Герона»). А для четырёхугольников такой формулы нет: на рисунке видно, что параллелограмм можно изгибать так, что длины сторон сохраняются, а площадь меняется.

И вообще, любой многоугольник, у которого не менее 4 сторон, не будет жёстким – конструкцию из палочек получается изгибать.

А что для многогранников? Пусть каждая грань многогранника сделана из жёсткого материала, а на каждом ребре имеется дверная петля. Бывают ли многогранники, которые при этом могут изгибаться?

Ещё в начале XIX века Коши доказал, что выпуклый многогранник изгибаемым быть не может. И только во второй половине XX века Роберт Коннелли (Robert Connelly) нашёл пример (невыпуклого) изгибаемого многогранника. С тех пор были построено несколько примеров, по ссылке kvan.tk/flexible можно скачать развёртку одного из них. Этот многогранник построил Клаус Штеффен (Klaus Steffen), у него всего 9 вершин.

Интересно, что хотя некоторые многогранники можно изгибать, их объём при этом не изменяется. Это доказал в конце XX века И. Х. Сабитов, а многомерную версию – А. А. Гайфуллин (уже в XXI веке). И доказательство связано с некоторым аналогом формулы Герона для объёмов многогранников.

Больше о многогранниках можно прочитать в брошюре kvan.tk/dolbilin «Жемчужины теории многогранников» Н. П. Долбилина.

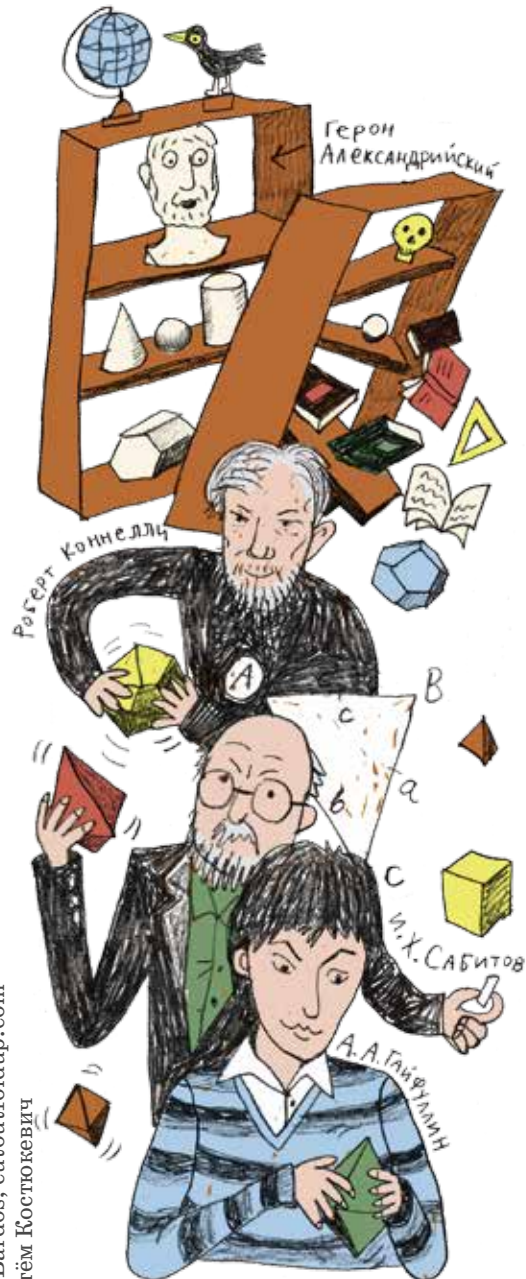
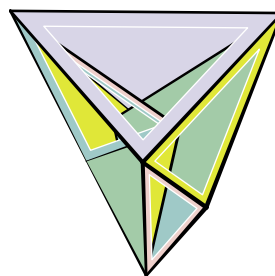
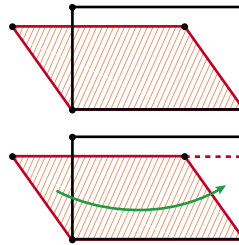


Фото: Laszlo C Bardos, cutoutfoldup.com
Художник Артём Костоюкович



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot (a+b+c)$$

