

■ ПРОГУЛКИ ПО КЛАВИАТУРЕ

(«Квантик» № 8, 2023)

Слова из 7 букв: ГРИМАСА, ЛОГОТИП; из 8 букв: ПРОТОТИП.

■ НАШ КОНКУРС, XII ТУР

(«Квантик» № 8, 2023)

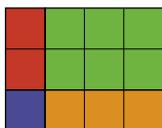
56. *Вася решил разнообразить свой досуг. Каждое утро он смотрит в календарь. Если сегодняшнее число делится на 2, то в этот день Вася читает книги, если делится на 3 – решает задачи, а если делится на 4 – играет в футбол. Но делать все три дела в один день у Васи не получается – в такие дни он выбирает любые два занятия из трёх. В результате за август Вася играл в футбол 5 раз. А сколько раз он читал книги и сколько раз решал задачи?*

Ответ: 15 раз читал книги, 10 раз решал задачи. Найдём, в какие дни Вася отказывался от одного из занятий. Среди чисел от 1 до 31 на 2, 3 и 4 одновременно делятся только два числа: 12 и 24. Чисел, делящихся на 4, семь, но Вася играл в футбол только 5 раз, значит, 12 и 24 августа он отказался именно от футбола, а читал книги или решал задачи во все подходящие дни.

57. *Можно ли разрезать прямоугольник 3×4 клетки на а) четыре; б) пять клетчатых прямоугольников, среди которых нет одинаковых?*

Ответ: а) да, см. рисунок; б) нет.

Клетчатых прямоугольников площади 1, 2 или 3 клетки ровно по одному, а клетчатых прямоугольников площади 4 – только два:



1×4 и 2×2 . Значит, пять различных клетчатых прямоугольников занимают площадь не меньше $1 + 2 + 3 + 2 \cdot 4 = 14$, что больше площади прямоугольника 3×4 .

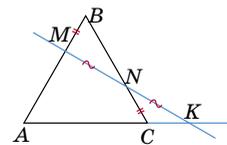
58. *В каждой клетке доски 8×8 стоит единица или минус единица. В каждом кресте, состоящем из строки и столбца, произведение всех 15 чисел равно числу, стоящему на их пересечении. Может ли произведение всех чисел на доске равняться минус единице?*

Ответ: нет. Возьмём любой крест. По условию, если перемножить все числа в строке, и домножить на произведение чисел в столбце, то получится 1, так как число, стоящее на пересечении, дважды входит в произведение. Значит, произведение чисел в любой строке и в любом столбце одинаковое. Значит, произведение чисел во всех строках одно и то же. А произведение восьми таких чисел равно 1.

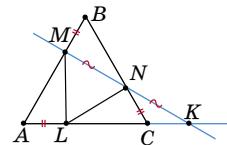
59. *У Квантика есть 11 шестерёнок диаметра 10, 11, 12, ..., 20 см. Он хочет соединить их все последовательно в каком-то порядке, и к первой шестерёнке присоединить моторчик, который будет вращать её со скоростью 1 оборот в минуту. Какая наибольшая достижимая скорость вращения последней шестерёнки? (Также укажите какой-то порядок расположения шестерёнок, при котором эта скорость достигается, и докажите, что она действительно наибольшая возможная.)*

Ответ: 2 оборота в минуту; первая шестерёнка – диаметра 20 см, последняя – 10 см, порядок остальных не важен. Рассмотрим две соседние шестерёнки. Если у первой из них N зубчиков, а у второй M , то пока первая делает один оборот, вторая делает N/M оборота, поскольку первая зацепляет ровно N из M её зубчиков. Добавим третью шестерёнку с K зубчиками. Пока вторая делает один оборот, третья сделает M/K оборота, значит, пока первая делает оборот, третья сделает $N/M \cdot M/K = N/K$ оборота. То есть неважно, сколько шестерёнок и в каком порядке стоят между первой и последней – отношение скоростей вращения первой и последней шестерёнки зависит только от их размеров! Остаётся заметить, что число зубчиков пропорционально диаметру, а наибольшее возможное отношение диаметров равно $20 : 10 = 2$. Значит, наибольшая скорость вращения последней шестерёнки – 2 оборота в минуту: когда первая шестерёнка самая большая, а последняя самая маленькая.

60. *Прямая пересекает стороны AB , BC и продолжение стороны AC равностороннего треугольника ABC в точках M , N и K соответственно (см. рисунок). Оказалось, что $MB = NC$ и $MN = NK$. Докажите, что прямые MN и AB перпендикулярны.*



Отметим на стороне AC точку L так, что $AL = MB = NC$. Так как ABC равносторонний, треугольник MNL тоже равносторонний! (Например, потому, что треугольники AML , BNM и CLN равны по второму признаку.) Тогда в треугольнике LMK медиана LN равна половине стороны MK , к которой проведена. Значит, $\angle MLK = 90^\circ$, $\angle MLA = 90^\circ$, а так как треугольники AML и BMN равны, то и $\angle BMN = 90^\circ$.



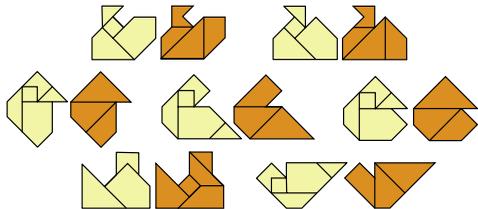
■ ДВА ЛЕБЕДЯ, ИЛИ ТРИ ВАЗЫ

(«Квантик» № 9, 2023)

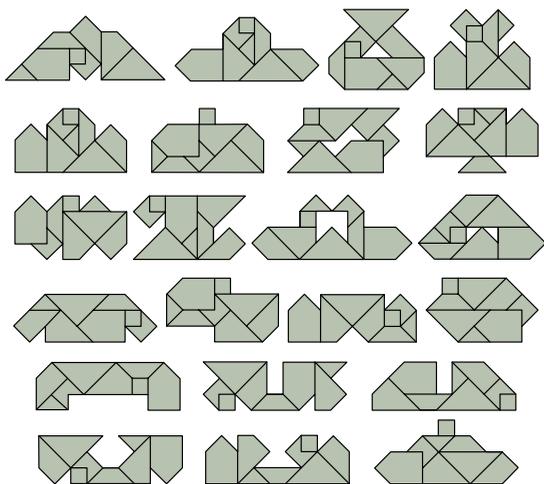
1. Три подобные фигуры:



2. Пары одинаковых фигур:



3. Фигуры, собранные по заданным силуэтам:



■ КОЛОСС РОДОССКИЙ

(«Квантик» № 9, 2023)

Чтобы фигура осталась пропорциональной, её придётся увеличить вдвое по всем трём измерениям, и расходы возрастут в 8 раз, а не в 2.

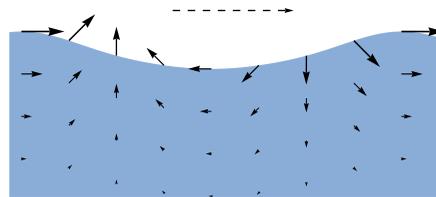
■ ПРИЗРАК НА ВОЛНАХ

Сначала нарисуем, в каких направлениях движутся частички воды. Считаем, что сама волна движется «вперёд» (на рисунке далее – слева направо). Чем сильнее движение воды – тем длиннее будем рисовать стрелку.

Когда вода опускается, ей мешает вода под ней, упирающаяся в дно. Поэтому тонущая вода раздвигает окружающую воду, «расступается» в стороны. А когда вода поднимается, окружающая вода смыкается за всплывающей, занимая освобождающееся место. Это вынуждает частички воды колебаться не только по вертикали, но и по горизонтали. Мы также считаем, что чем

глубже, тем сильнее движущаяся вода затормаживается, поэтому чем глубже – тем стрелки короче (а на одной горизонтали все стрелки равны, но повернуты в разные стороны).

Тогда что же происходит с водой в волне? Вот наш водяной поплавок тонет. Потом он перестаёт тонуть, но теперь участок спереди тонет, раздвигая воду, а участок сзади – всплывает, вода за ним смыкается, и поплавок приходится подвинуться назад! Поэтому в самой нижней точке волны поплавок движется назад (см. рисунок ниже).



Потом наш поплавок всплывает. Когда он находится в самой верхней точке волны, участок впереди него всплывает, «притягивая воду», а участок позади него тонет, расталкивая воду, поэтому поплавок приходится подвинуться вперёд. Значит, вода на гребне едет вперёд. По ссылке kvan.tk/waves1 смотрите видео-модель!

Итак, вода колеблется вперёд-назад. Но что её вынуждает в целом немного сдвигаться вперёд?

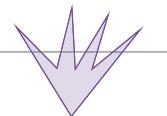
Во-первых, каждая частичка воды идёт вперёд тогда, когда она в верхней части своего пути, а назад идёт в нижней части. Но вспомним, что с глубиной размах колебаний воды становится меньше, так что откат оказывается немного меньше. Во-вторых, вперёд частица движется немного дольше: ведь она при этом идёт за волной, а когда откатывается, она, наоборот, движется навстречу волне и проскакивает эту фазу чуть быстрее. В итоге верхний путь вперёд имеет чуть больший размах, чем дуга назад, и окружности, по которым точки движутся, разматываются в такие спирали, как на рисунке 3 в статье. По ссылке kvan.tk/waves2 смотрите эту модель.

При этом морская толща сползает всё время немного назад по дну, наталкиваясь на берег.

■ ЧЁТНЫЙ ПЕРИМЕТР

1. а) **Ответ:** да, см. рисунок.

б) **Ответ:** нет. Если идти вдоль прямой, пересекающей многоугольник, то с каждым пересечением многоугольника будет меняться то, находимся мы внутри него или снаружи. Поэтому количество пересечений чётно.



2. а) **Ответ:** только 1×1 . Подставим $P = 4 \cdot S$ в формулу, получим $I = 0$, поэтому в фигуре нет соседних клеток.

б) **Ответ:** только 1×2 . Нарисуем стрелочки, как в доказательстве формулы. Среднее количество стрелочек в клетке, выходящих на границу фигуры, равно 3. Если в какой-то клетке больше трёх стрелок выходит на границу, то их 4, и поэтому это фигура из одной клетки, которая не подходит. Поэтому в каждой клетке ровно по 3 стрелочки выходит на границу. Возьмём две соседние клетки – они тогда больше ни с кем не могут граничить, и, значит, всего в фигуре 2 клетки.

3. Узлы шестиугольной сетки можно покрасить в шахматном порядке. Решение аналогично второму способу.

4. Для треугольной сетки таким же образом, как для квадратной, можно вывести формулу, которая теперь примет вид $3 \cdot S = P + 2 \cdot I$. У каждой клетки было по четыре стороны, а теперь по три, поэтому четвёрка превратилась в тройку. Число S теперь нельзя назвать площадью фигурки (так как площадь одной треугольной клетки со стороной 1 не равна 1), S – это количество клеток, из которых состоит фигурка. Из этой формулы видно, что S и P одной чётности.

5. **Ответ:** 1. Прямая ЛЭП пересекается с территорией базы по нескольким отрезкам. Шпион считает столбы, когда оказывается в конце одного из этих отрезков. Рассмотрим один из них – AB . Когда шпион находится в точке A , он считает столбы по одну сторону от AB , а когда находится в точке B , считает столбы по другую сторону от AB . Если к этим столбам добавить столбы внутри AB , получится 36 столбов. Складывая эти равенства для всех отрезков, получим, что 2015 плюс n столбов внутри базы делится на 36. Так как $n \leq 36$ и 2016 кратно 36, то $n = 1$.

6. Раскрасим клетки в шахматном порядке. Каждая доминошка состоит из белой и чёрной клетки, значит, всего в многоугольнике поровну чёрных и белых клеток. Посчитаем суммарные периметры чёрных и белых клеток, входящих в многоугольник. Для чёрных клеток это та часть периметра, к которой изнутри прилегают чёрные клетки (назовём эту часть чёрными отрезками периметра), и вся сетка, лежащая внутри многоугольника. Для белых – белые отрезки периметра и вся сетка, лежащая внутри многоугольника. Тогда белых отрезков периметра столько же, сколько чёрных. Но если все стороны нечётной длины и

граница состоит из одного куска (мы пользуемся тем, что многоугольник без дыр), то все стороны начинаются и заканчиваются отрезком одного и того же цвета. Но тогда такого цвета будет больше.

■ БОГИ, ЭЛЕМЕНТЫ, ПЛАНЕТЫ

1. Меркурий – Гермес (бог торговли), Венера – Афродита (богиня любви), Марс – Арес (бог войны), Юпитер – Зевс (верховный бог), Сатурн – Кронос (бог времени). Впрочем, по-гречески почти все эти имена сейчас звучат не совсем так, как мы привыкли их произносить по-русски: Ερμής (Эрмис), Αφροδίτη (Афродити), Άρης (Арис), Δίας (Диас), Κρόνος (Крónос).

2. Самое простое: красноватый Марс, естественно, связали с Огнём. Сатурн имеет заметный коричневатый оттенок и к тому же медленнее всех движется по звёздному небу. Земля – коричневая и твёрдая, поэтому Сатурн связали с Землёй. Наоборот, Меркурий движется быстрее всех, и его связали с текучей Водой. Кстати, и в западной алхимии семь планет (к которым относили также Солнце и Луну) связывались с семью металлами, и Меркурию соответствовала ртуть (тоже жидкость!). Это соответствие сохранилось в английском названии ртути – mercury. Венеру, вероятно, как самую яркую планету древние китайцы связали с блестящим Металлом. А на долю Юпитера остаётся Дерево.

Меркурий – 水星 (Шуйсин), Венера – 金星 (Цзиньсин), Марс – 火星 (Хосин), Юпитер – 木星 (Мусин), Сатурн – 土星 (Тусин).

3. Разумеется, невооружённым глазом можно видеть и Землю. Но окончательно её признали планетой только в Новое время, хотя идея, что Земля и другие планеты движутся вокруг Солнца, выдвигалась намного раньше. Но для нас здесь важно, что те, кто в древности давали имена планетам, Землю к ним не относили.

А ещё Уран в принципе можно наблюдать невооружённым глазом (звёздная величина $5,4^m$ – на пределе видимости). Но нет свидетельств, что кто-то в древности выделил его из числа звёзд.

■ КАНТОРОВИЧ, БОРАЧИНСКИЙ, РАССЕЛ

Ответ: выдумана история про Канторовича. У генералов всё не так, как у простых людей, даже звания. Хотя майор старше по званию лейтенанта, у генералов всё наоборот; генерал-майор младше (!) по званию генерал-лейтенанта. Поэтому вознёсшийся до звания генерал-лейтенанта майор никак не мог первым отдавать честь младшему по званию генералу Канторовичу.