

Теоремы Наполеона, ван Обеля и их обобщения

Материал подготовил
Максим Прасолов

На сторонах треугольника во внешнюю сторону построены правильные треугольники. Оказывается, их центры также лежат в вершинах правильного треугольника (рис. 1).

Это утверждение известно как *теорема Наполеона*.

Теперь возьмём любой шестиугольник и на его сторонах во внешнюю сторону построим правильные треугольники. Для каждой пары противоположных треугольников соединим их центры отрезком и отметим его середину. Тогда эти середины тоже лежат в вершинах правильного треугольника или совпадают (рис. 2). Девятиклассники из московской школы 179 Александра Мадорская и Артём Толстобров заметили аналогичное утверждение для многоугольника, число вершин которого делится на 3. Покрасим правильные треугольники в три цвета, чередуя цвета в одном и том же порядке, например, зелёный, синий, красный, зелёный, синий и т. д. Для каждого

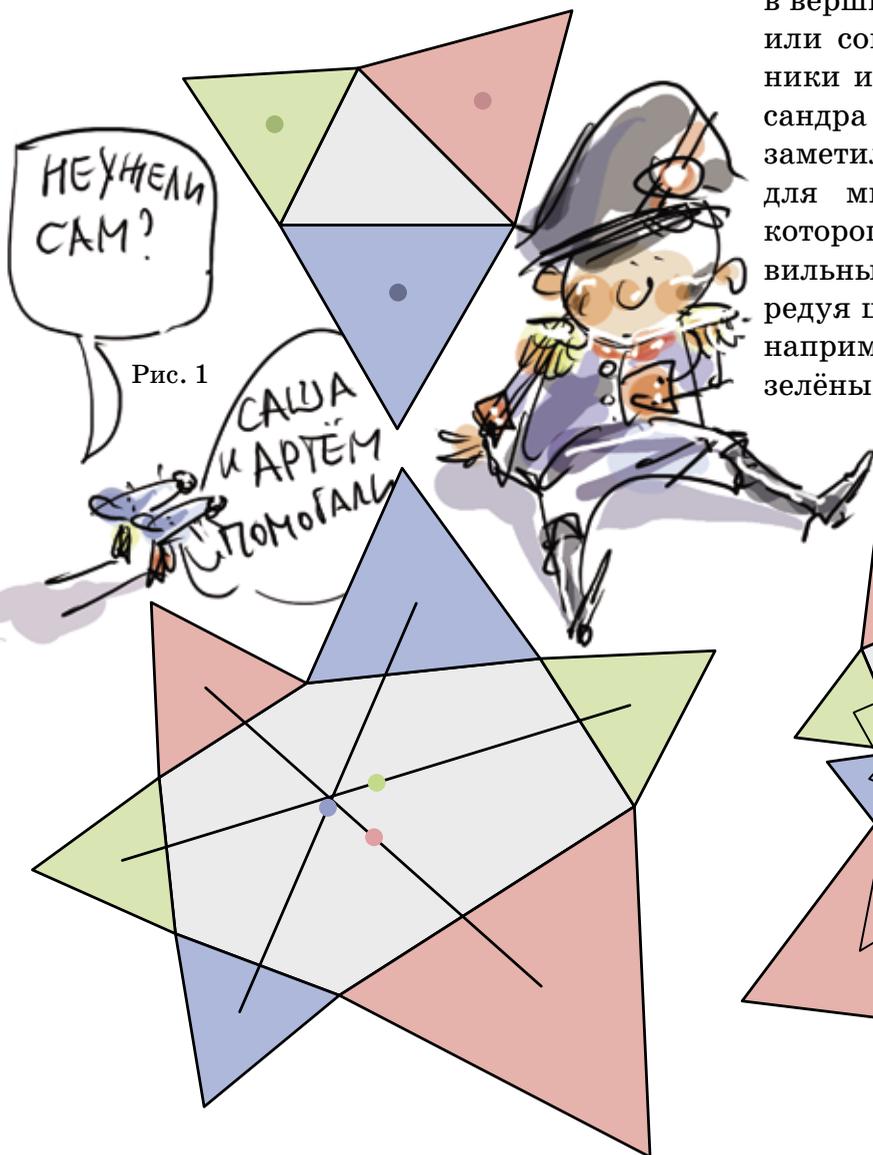


Рис. 1

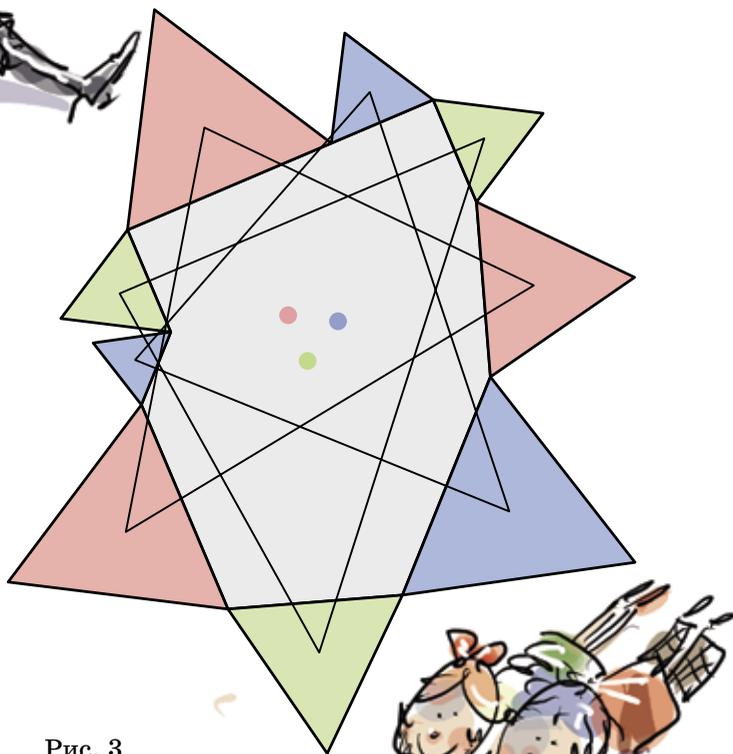


Рис. 3

Рис. 2

цвета построим многоугольник с вершинами в центрах правильных треугольников этого цвета и отметим его центр масс. Тогда полученные три точки лежат в вершинах правильного треугольника или совпадают (рис. 3).

Например, для 9-угольника получаются три треугольника, а их центры масс – это точки пересечения медиан (рис. 3). Для 12-угольника получаются три четырёхугольника, а центр масс четырёхугольника находится в середине отрезка, соединяющего середины противоположных сторон.

А ещё Саша и Артём сформулировали, что выйдет, если строить квадраты.

Квадраты нужно красить уже в четыре цвета, а четыре полученные точки – это концы двух равных перпендикулярных друг другу отрезков (рис. 4–6). Когда квадратов четыре (рис. 4), это утверждение известно как *теорема ван Обеля*.

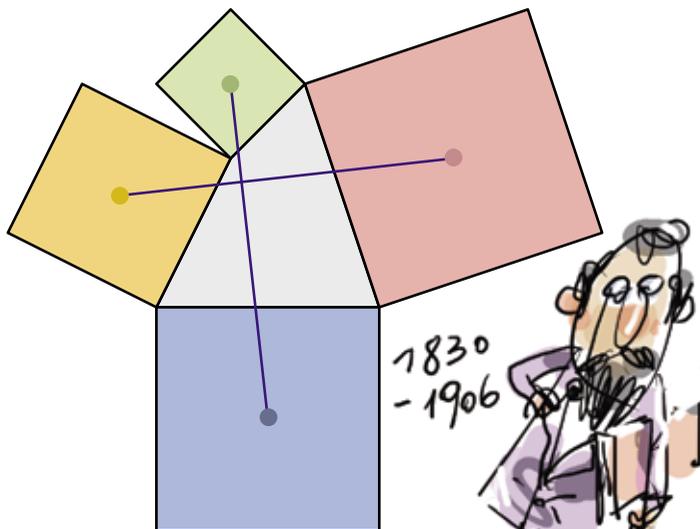


Рис. 4

HENRI VAN AUBEL

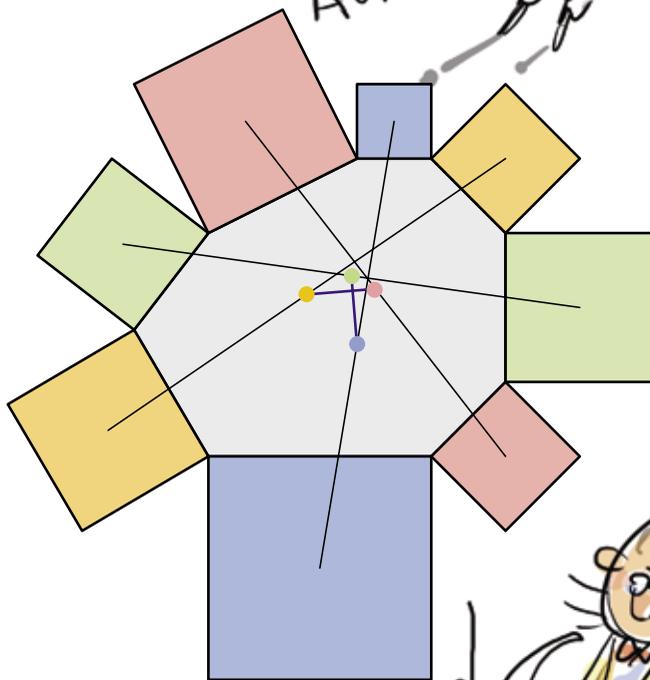


Рис. 5

ЧЕХОВ
ВАН ОБЕЛЬ

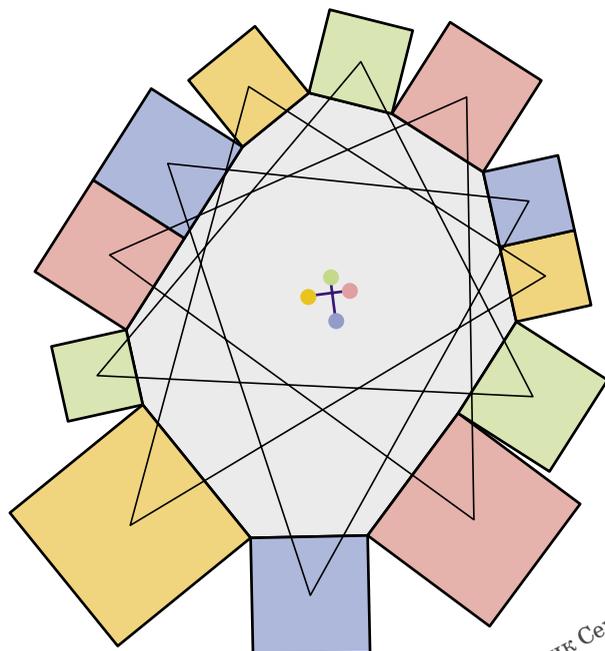


Рис. 6

Художник Сергей Чуб

Интересные утверждения получаются и если строить правильные пятиугольники, шестиугольники...

КВАДРАТЫ ЗАВОРАЧИВАЮТ



НА ПЛАН ОВОЩЕБАЗЫ ПОХОЖЕ