КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, VI тур
(«Квантик» № 11, 2023)

26. *Вы думали, что УЧЕНИЦА – это девушка, которая следит за чистотой кораблей? А вот и нет: УЧЕНИЦА – это совершенно то же самое, что ВЫУЧЕНИЦА. Какие слова мы заменили на УЧЕНИЦА и ВЫУЧЕНИЦА?*

Эти слова – ***судомойка*** и ***посудомойка***. Если не знать слова *судомойка*, действительно можно подумать, что оно обозначает девушку, которая следит за чистотой кораблей, то есть судов. Так получилось потому, что слова *посуда* и *судно* имеют общее происхождение: корабль, которым мы недовольны, мы вполне можем обозвать «лоханкой», «корытом» или (вот именно) «посудиной». В современном мире мытьём посуды часто занимаются специальные машины, но такую машину тоже называют и *судомойкой*, и *посудомойкой*: синонимия сохраняется.

27. *Тохарский А – один из древних индоевропейских языков. В одном тохарском А тексте встретилась фраза **Это отцами и праотцами установленное правило не нарушай**. Тохарский глагол, использованный в этой фразе, буквально значит «переходить». Какое русское существительное приводят исследователи, комментируя этот факт?*

Буквальный смысл приведённого предостережения – «не переходи, не пересекай (установленную границу)». Комментируя этот факт, исследователи приводят русское слово ***преступление*** «нарушение закона»: это существительное образовано от глагола *преступить*, буквально означающего «перейти, перешагнуть».

28. *Во время зарубежной экскурсионной поездки в автобусе по-русски предлагалось купить напитки: колу, чай, яблочный сок... А в названии одного напитка, к удивлению русских туристов, упоминался цвет. Что это за напиток и как выглядело его название?*

Это ***апельсиновый сок***. Английское слово *orange* означает и «апельсин, апельсиновый», и «оранжевый». Название *orange juice* неудачно перевели с английского, и получился изумивший российских туристов ***«оранжевый сок»***.

29. *...Мяч пролетел совсем рядом со штангой. «УВАЖАЕМЫЙ гол...» – огорчённо вздохнул маленький Лёва. Какое слово мы заменили на УВАЖАЕМЫЙ? Кратко поясните свой ответ.*

Словом УВАЖАЕМЫЙ мы заменили слово ***почтенный***. Эти слова – синонимы, но Лёва, конечно, не употребил слово *почтенный* в его обычном значении, а, как свойственно детям, произвёл его заново от наречия *почти*: ведь мяч почти попал в ворота... Слова *почти* и *почтенный* и в самом деле происходят от одного корня, но в современном языке связь между ними ощутима с большим трудом.

30. *Знаменитый биолог Фан Фаронов утверждает, что в результате экспериментов у него появились необычные существа: возики, доксы, зиты, ллели и шюты, – причём ровно по два животных каждого вида. Самое удивительное, что про всех животных, кроме одного, Фан Фаронов говорит правду. Про какое животное гениальный исследователь всё-таки приврал? Кратко поясните свой ответ.*

Фан Фаронов – на то он и гений – каким-то образом научился воплощать в реальность библейское выражение «каждой твари по паре». Скажем, есть в русском языке слово *параллели* (род. п. мн. ч. *параллелей*, то есть как бы «пара ллелей») – получаются *ллели*. Есть слово *парашюты* (род. п. мн. ч. *парашютов*) – появляются *шюты*. Но насчёт ***возиков*** Фан Фаронов приврал: ведь *паровозики* пишутся через «о».

НАШ КОНКУРС, III ТУР
(«Квантик» № 11, 2023)

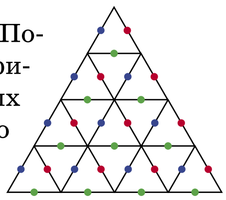
11. *Число называется палиндромом, если оно одинаково читается слева направо и справа налево (примеры: 7, 77, 787). Представьте число 2023 в виде суммы как можно меньшего количества слагаемых-палиндромов.*

Ответ: $2023 = 1771 + 252$. Так как 2023 – не палиндром, одного слагаемого не хватит.

12. *В полдень из пункта А в пункт Б выехали велосипедисты Алёша и Вася, а навстречу им из пункта Б в пункт А – велосипедисты Боря и Гриша. Каждый ехал с какой-то постоянной скоростью. Спустя какое-то время все четверо одновременно встретились, после чего Алёша и Гриша поехали в пункт А, Боря – в пункт Б, а Вася – в один из этих пунктов, причём он приехал четвёртым (позже всех). Каким по счёту приехал Гриша?*

Ответ: первым. Скорости Гриши и Бори одинаковы (ведь они одновременно выехали и одновременно доехали до места встречи); скорости Алёши и Васи тоже одинаковы. Если бы Вася поехал после встречи обратно в *А* вместе с Алёшей, они бы вернулись одновременно, но Вася приехал позже всех. Значит, Вася после встречи поехал в $Б$, и проехать ему пришлось большее расстояние, чем Алёше. Тогда место встречи ближе к $А$, чем к $Б$. Алёша и Боря вернутся в $А$ и $Б$ одновременно, ведь после встречи оба они проедут то же расстояние, что и до встречи, с той же скоростью. Гриша же сначала проедет то же расстояние, что и Боря, а потом проедет меньшее расстояние, чем Боря – от места встречи до $А$. Значит, Гриша приедет быстрее Алёши и Васи.

13. *Набор состоит из 16 одинаковых фишек в форме равностороннего треугольника. Саша нарисовал на каждой фишке среднюю линию (то есть отрезок, соединяющий середины сторон) и хочет сложить из всех фишек равносторонний треугольник так, чтобы никакие две из этих средних линий не имели общих концов. Сможет ли он это сделать?*



Ответ: нет. Пусть сможет. Посчитаем все середины сторон фишек: на сторонах, параллельных одной и той же стороне большого треугольника, их по $4+3+2+1$ (на рисунке отмечены одним цветом), значит, всего середин $3 \cdot 10 = 30$. Но если у средних линий на фишках нет общих концов, то всего занято $16 \cdot 2 = 32$ середины сторон, что больше 30 – противоречие.

14. *Перед вами и зрителями выложат несколько монет. Вам по секрету скажут про каждую монету, сколько она весит, а зрителям откроют лишь, что каждая монета весит 2 г или 3 г, а вместе они весят 23 г. Всегда ли вы сможете сделать перед зрителями всего одно взвешивание на чашечных весах без гирь, после которого они тоже поймут про все монеты, какая сколько весит?*

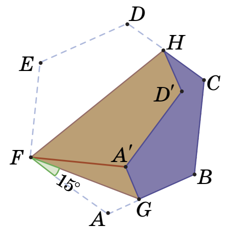
Ответ: да. Вес 23 г можно набрать так:
1) 7 монет по 3 г, 1 монета 2 г – всего 8 монет;
2) 5 монет по 3 г, 4 монеты по 2 г – всего 9 монет;
3) 3 монеты по 3 г, 7 монет по 2 г – всего 10 монет;
4) 1 монета 3 г, 10 монет по 2 г – всего 11 монет.

Значит, по числу выложенных монет зрители поймут, сколько среди них весят по 2 г, а сколько – по 3 г. Осталось понять, где какие.

В случаях 1 и 4 ровно одна монета отличается по весу от остальных. Взвесим её и любую другую, и зрители всё поймут про все монеты.

В случаях 2 и 3 на одну чашу положим четыре монеты по 2 г, на другую – три монеты по 3 г. Зрители увидят, что три монеты перевесили четыре, а это может быть только если все три монеты с тяжёлой чаши весят по 3 г, а четыре монеты с лёгкой чаши – по 2 г. Так зрители поймут, где находятся все четыре лёгкие монеты в случае 2 или все три тяжёлые в случае 3, а веса остальных монет определяются однозначно.

15. *Бумажный шестиугольник $ABCDEF$, все стороны которого равны 1, а все углы равны $120°$, согнули, как показано на рисунке, совместив вершины A и E в точке A'. Угол AFG равен $15°$.*



а) Найдите периметр шестиугольника $HCBGA'D'$. б) Докажите, что точки F, D', C лежат на одной прямой.

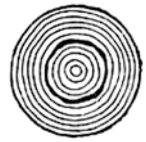
Ответ: а) 4. Поскольку бумагу согнули, $DH = HD'$, $A'G = AG$, $A'D' = ED$, а это значит, что периметр шестиугольника $HCBGA'D'$ складывается из длин 4 сторон исходного шестиугольника: AB, BC, CD и DE.

б) Покажем, что углы GFC и GFD' равны: так как точки D' и C лежат по одну сторону от FG, это и будет означать, что точки F, D' и C лежат на одной прямой. Угол правильного шестиугольника равен $120°$, а диагональ FC делит шестиугольник $ABCDEF$ на две равные части, значит, $\angle GFC = \angle AFC - \angle AFG = ½\,\angle AFE - \angle AFG = 60° - 15° = 45°$. В свою очередь, $\angle GFD' = \angle GFA' + \angle A'FD'$. До того, как исходный шестиугольник согнули, угол GFA' был углом GFA, а угол $A'FD'$ был углом EFD. Угол EFD – это угол при основании равнобедренного треугольника EFD с углом при вершине $E = 120°$, значит, $\angle EFD = (180° - 120°) : 2 = 30°$. Значит, $\angle GFD' = \angle GFA + \angle EFD = 15° + 30° = 45° = \angle GFC$.

КАК ТРЕСКАЮТСЯ ДЕРЕВЬЯ?

(«Квантик» № 12, 2023)

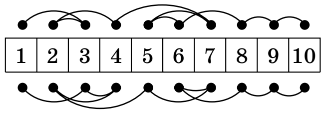
Древесина от холода сжимается, а от тепла расширяется. И холод, и тепло приходят со стороны коры и лишь затем доходят до сердцевины ствола. Когда дерево начинает охлаждаться, сердцевина не успевает сузиться, а внешняя часть стремится сжаться. Внешний кольцевой слой дерева разрывается, как на рисунке выше.



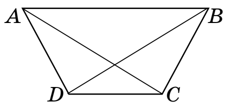
При нагревании, напротив, внешний слой стремится расшириться – отделяется от сердцевины трещиной вдоль одного из колец, как на рисунке справа.

XLV ТУРНИР ГОРОДОВ. ОСЕННИЙ ТУР, 8–9 КЛАССЫ.

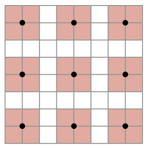
Базовый вариант



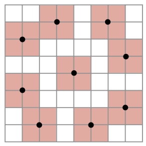
1. Ответ: нет. См. пример двух маршрутов на рисунке, над и под полосой.



2. Ответ: нет. Пусть A, D, C, B – последовательные вершины правильного шестиугольника. Тогда $ABCD$ – равнобедренная трапеция (половина шестиугольника), и все упомянутые в условии углы равны $30°$.



3. Ответ: да. Пусть ворона утащит ягоды, отмеченные точками на верхнем рисунке. Участок, содержащий одну из этих ягод внутри себя, содержит и квадрат 2×2 с центром в ней. Поэтому никакие две из этих ягод не лежат внутри одного участка площади 8 клеток – он состоял бы тогда ровно из двух таких квадратов, а они не образуют многоугольник. Другой пример см. на нижнем рисунке.



Решите задачу для поля 9×9 и девяти фермеров – как вороне незаметно утащить 8 ягод?

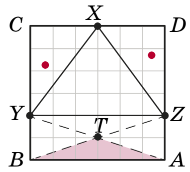
4. Ответ: не может. Рассмотрим любые два соседних числа, пусть a – меньшее из них. Тогда большее равно либо $2a$, либо $5a$, и вместе с меньшим оно даёт либо $3a$, либо $6a$. Значит, сумма любых двух соседних чисел кратна 3. Найдём для каждого числа сумму его и следующего за ним по часовой стрелке, и все эти суммы сложим. Получим, что удвоенная сумма всех чисел кратна 3. Значит, она не может равняться 4046.

5. Ответ: Вася. Назовём башенку *белой*, если её нижний и верхний кубики *белые,* и *бело-чёрной*, если её нижний кубик *белый*, а верхний *чёрный* (аналогично определяются *чёрная* и *чёрно-белая* башенки). В начале имеется 50 белых и 50 чёрных башенок. Петя из белой и чёрной башенок соберёт *разноцветную* (*чёрно-белую* или *бело-чёрную*). Вася, присоединяя к ней с нужной стороны белую башенку, склеит белую башенку. В результате остаются по 49 белых и чёрных башенок. Вася продолжает действовать так же, пока не оставит после себя две белые и две чёрные башенки. Петя своим ходом снова соберёт разноцветную башенку. Вася из оставшихся белой и чёрной башенок соберёт «противоположную», и у Пети не будет хода.

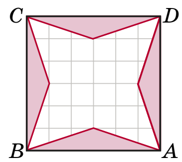
Сложный вариант

1	2	1
2	1	2
6	**5**	1

1. Ответ: да. В шахматной раскраске во все чёрные клетки впишем 1, а во все белые – 2. Затем заменим угловую 1 на **6**, а соседнюю 2 на **5**.



2. Отрежем от квадрата нижнюю треть отрезком YZ и соединим Y и Z с серединой X стороны CD (рисунок справа). Площади треугольников CXY и DXZ равны по $1/6$, поэтому внутри каждого из них есть вершина дыры (иначе эти треугольники можно отрезать). Площади треугольников BYA и BZA также равны по $1/6$, поэтому оставшаяся вершина дыры лежит в каждом из них, то есть, лежит внутри треугольника BTA. Построив на каждой стороне квадрата такой треугольник (рисунок справа), аналогично докажем, что внутри каждого из них лежит вершина дыры, что невозможно, так как треугольников четыре, а вершин у дыры три.



3. Ответ: за 3 хода. Будем изображать карточку в виде пары (a, b), где $a < b$. Пусть надо из (a, b) получить (c, d). Умножим первую карточку на $d - c$, получим $(a(d - c), b(d - c))$. Вторым ходом можно сложением получить из неё карточку $(c(b - a), d(b - a))$, так как разность между числами на каждой из этих карточек равна $(b - a)(d - c)$. Третьим ходом делим на $b - a$.

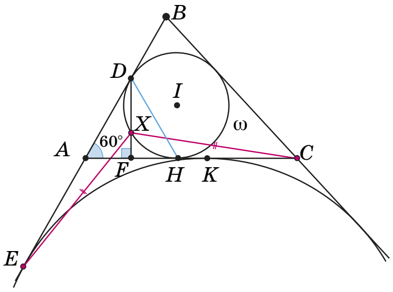
Докажем, что из $(1, 3)$ нельзя получить $(1, 4)$ меньше, чем за три хода. Для нашей карточки первый ход – прибавление натурального числа или умножение (так как на ней есть 1).

В первом случае разность чисел на карточке останется равной 2, и за одно деление или умножение получить разность 3 нельзя (разность умножится или разделится на целое число); сложение разность вообще не изменит.

Во втором случае, чтобы изменить отношение чисел на карточке с 3 на 4, придётся вторым ходом использовать вычитание, тогда разность уже должна была равняться 3, но она кратна 2.

4. Пусть вписанная окружность ω с центром I касается стороны AC в точке H, вневписанная окружность из условия касается стороны AC в точке K, перпендикуляр DF из условия пересекает ω в точке X. Поскольку $AD = AH$, $\angle A = 60°$, то треугольник ADH равносторонний, а DF – его высота. Так как $\angle XIH = 2\angle XDH =$

$= 60° = \angle AIH$, точка X лежит на прямой AI, то есть, является центром треугольника ADH.



Как известно, $AE = AK = CH$. Кроме того, $AX = HX$, $\angle EAX = 150° = \angle CHX$. Значит, треугольники AXE и HXC равны, откуда $XE = XC$.

5. Будем всегда класть на чаши поровну гирь. Заметим, что заведомо нефальшива гиря, лежащая на лёгкой чаше, а в случае равенства – на любой. Обозначим весы X и Y. Первым взвешиванием положим на чаши весов X по 4 гири.

1) Равновесие. Тогда фальшива одна из 5 оставшихся гирь. Вторым взвешиванием кладём по 2 подозрительные гири на чаши весов X. При равновесии фальшива невзвешенная гиря A.

В противном случае фальшива либо гиря A (если весы X неправильные), либо одна из гирь B, C на «тяжёлой» чаше. Третьим взвешиванием сравним B с C на весах Y. При равновесии фальшива гиря A. В противном случае фальшива более тяжёлая гиря (если бы фальшива была A, весы Y показали бы равновесие).

2) Одна из чаш опустилась. Тогда фальшива либо одна из 4 гирь на «тяжёлой» чаше, либо одна из 5 невзвешенных гирь. Вторым взвешиванием положим на чаши весов Y по 2 «тяжёлые» гири и по одной из невзвешенных – A и B. При равновесии фальшива одна из 3 ещё не взвешенных гирь, причём весы X соврали. С помощью верных весов Y найдём за одно взвешивание одну фальшивую гирю из 3 подозрительных.

Если одна из чаш (пусть с гирей A) опустилась, то фальшива одна из гирь на этой чаше (если бы фальшивая гиря была среди 3 невзвешенных, то как весы X, так и весы Y были бы неправильны, что не так). Более того, A фальшива только если весы Y правильные. Третьим взвешиванием сравним на весах Y две отличные от A гири с её чаши. При равновесии фальшива A, в противном случае – более тяжёлая гиря.

6. Ответ: для $n = 4$. Вот пример, указаны ширина столбцов, высота строк и площадь клеток:

	2	3	4	5
0,7	$1,4 \approx 1$	$2,1 \approx 2$	$2,8 \approx 3$	$3,5 \approx 4$
2,7	$5,4 \approx 5$	$8,1 \approx 8$	$10,8 \approx 11$	$13,5 \approx 14$
3	6	9	12	15
3,25	$6,5 \approx 7$	$9,75 \approx 10$	13	$16,25 \approx 16$

Докажем, что $n \leqslant 4$. Переставим строки и столбцы таблицы так, чтобы высоты строк росли сверху вниз, а ширины столбцов – слева направо. Пусть числа в угловых клетках равны $a < b < c < d$. Ясно, что a – левое верхнее, d – правое нижнее, причём $ad = bc$. Пусть b – правое верхнее. Округлённые числа будем обозначать штрихами. Тогда $a' = 1$, $d' = n^2$, $b' \geqslant n$ (оно не меньше всех чисел верхней строки), $c' \geqslant 2n - 1$ (оно не меньше всех чисел левого столбца и верхней строки). Значит, $a < 1,5$, $d < n^2 + 0,5$, $b \geqslant n - 0,5$, $c \geqslant 2n - 1,5$. Тогда $1,5(n^2 + 0,5) > ad = bc > (n - 0,5)(2n - 1,5)$ и $1,5n^2 + 0,75 > 2n^2 - 2,5n + 0,75$, то есть $2,5n > 0,5n^2$, откуда $n < 5$.

7. Ответ: 197 ходов. *Алгоритм.* Все ходы будем делать так, чтобы на доске оставались слоны обоих цветов, пока слонов хотя бы два.

Если возможно сделать *экономичное* взятие (слон за один ход бьёт слона другого цвета, стоящего с ним на одной диагонали), делаем его.

Если нет, делаем *неэкономичное* взятие (за два хода). Выберем двух слонов разного цвета и найдём путь, по которому один слон мог бы пройти к другому за два хода (такой путь всегда есть). Если на этом пути есть ещё слоны, найдём среди них двух ближайших друг к другу слонов разного цвета, и пусть один из них собьёт другого за два хода.

Сначала все слоны стоят на 99 белых диагоналях, параллельных главной белой диагонали. Тогда на одной из них стоят хотя бы два слона. Назовём двух из этих слонов *особыми*. Если они разного цвета, сразу делаем экономичное взятие.

Пусть особые слоны белые. Тогда при взятиях будем бить чёрными слонами белых. Как только взят первый особый слон, снимаем это ограничение и делаем экономичное взятие.

Так как всего взятий 99 и среди них есть экономичное, хватит $2 \cdot 99 - 1 = 197$ ходов.

Оценка. Расставим по 50 слонов на нижней и верхней строках доски. На всех 199 белых диагоналях обоих направлений будут стоять слоны (угловые белые клетки доски мы считаем «одноклеточными» диагоналями). За ход число диагоналей, на которых есть слон, может уменьшиться не более, чем на 1. Когда останется один слон, занятых диагоналей будет 2. Итого, понадобится хотя бы $199 - 2 = 197$ ходов.