

ПРЕДАНЬЯ СТАРИНЫ

Александр Буфетов

Чуть утро блеснуло,
я начал работать,
На пятый день
чертежи закончил...

Эпос о Гильгамеше
(перевод
Н. С. Гумилёва)



ДОМ ТАБЛИЧЕК

Запишем число «сто одиннадцать» по-арабски: 111. Римлянин записал бы его иначе: CXI. Видно, как отличаются эти записи: нам понадобилась только одна арабская цифра, а римских – целых три; ведь в римской записи для обозначения сотен используется одна цифра, для обозначения десятков другая, а для обозначения единиц третья, похожая на арабскую. Напротив, в арабской записи одна и та же цифра обозначает и сотни, и десятки, и единицы – величина числа, передаваемого цифрой, меняется в зависимости от позиции цифры в записи. Конечно, позиция цифры имеет значение и в римской записи – например, запись IX обозначает число «девять» – но ни в каком случае римской цифрой I не может обозначаться десяток, как у арабов. В силу ключевой роли, которую в записи числа играет позиция, арабская система счисления так и называется – *позиционная*.

Кто придумал позиционную систему счисления? Она существовала и активно использовалась уже шумерами, в эпоху III Династии Ура, несколько раньше, чем за две тысячи лет до н. э. Но кто такие шумеры? И откуда мы о них знаем?

Неизвестный язык

В 1614 году 28-летний римский композитор Пьетро делла Валле отправился паломником на Святую Землю: из Венеции через Константинополь в Александрию, из Александрии через Синай в Иерусалим. Поклонившись Гробу Господню, Пьетро делла Валле поехал в Дамаск, затем в Багдад и на руины Вавилона, которые подробно описал. Из путешествия на Восток Пьетро делла Валле привёз в Европу кирпичи с древними надписями. Так европейцы Нового времени впервые увидели клинопись.

Увидев, решили прочесть. Математик Карстен Нибур вместе с другими учёными отправился в экспедицию на Восток, организованную датским королём Фредериком V, – и единственный выжил, и в 1778 году опубликовал надписи, скопированные им в Персеполе – древнем городе на территории современного Ирана. Раскопки XIX века, в первую

очередь английские и французские, давали всё новый материал. К середине XIX века в результате труда многих исследователей – среди них ирландский священник Эдвард Хинкс, британский офицер сэр Генри Кресвик Роулинсон и родившийся в Гамбурге, работавший во Франции филолог Юлий Опперт – постепенно расшифровали язык, на котором писали в Вавилоне за полторы тысячи лет до н. э. Язык называли «аккадским».

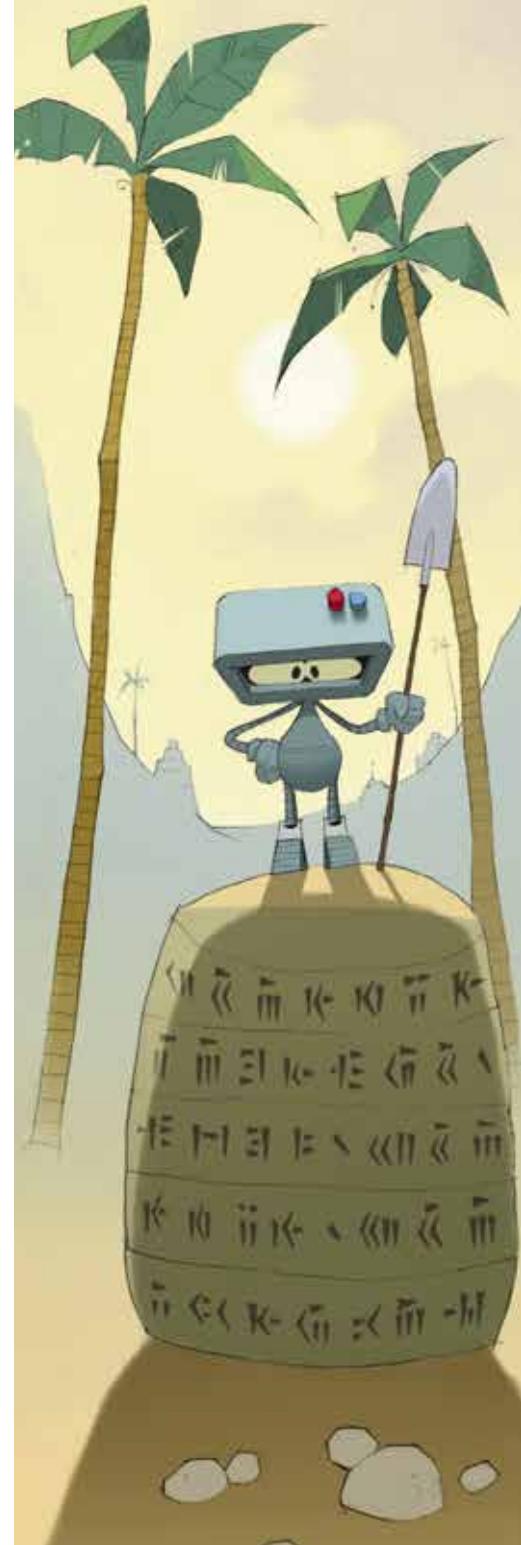


Глиняная табличка из Шуруппака с текстом о продаже поля и дома, ок. 2600 г. до н. э.

Открытие аккадской литературы совершенно по-новому осветило и Ветхий Завет: ведь у вавилонян был и свой рассказ о сотворении мира, и о всемирном потопе. Встал острый вопрос о возможном влиянии. В изучение клинописи активно включились немецкие иезуиты, только что изгнанные из Германии в рамках противостояния между Папой Пием IX и канцлером Отто фон Бисмарком. Именно монахам-изгнанникам – иезуитам Иоганну Непомуку Штрассмайеру, Иосифу Эппингу и Францу-Ксавьеру Куглеру – мы обязаны поразительным открытием великой вавилонской математики и особенно математической астрономии. Но возвратимся к аккадцам.

Аккадский язык – семитский, то есть родственник сегодняшних арабского, арамейского и иврита. Но постепенно на клинописных табличках находили всё больше и больше слов, совсем не похожих на семитские. Изумлённые исследователи открыли новый язык и новый народ. По предложению Опперта, вновь обретённому народу дали его аккадское имя: «шумеры».

Междуречье, плодородная полоса земли между Тигром и Евфратом, было заселено, возможно, уже в шестом тысячелетии до н. э. Мы не знаем, когда и откуда в Южное Междуречье пришли шумеры. Трудо-





любивый упорный народ создал сияющую культуру, а передать её потомкам помогло поразительное изобретение – клинопись.

Развитие письменности

«Развитие письма, – пишет известный учёный-востоковед Айзик Абрамович Вайман, – это весьма сложный процесс, охватывающий промежуток времени в пять-шесть тысяч лет». Сперва отдельные понятия, в устной речи отвечающие слову, изображаются схематическими рисунками. Например, на рисунках может изображаться конкретный предмет: голова человека, Солнце, голова животного, тростинка. Такие рисунки называют *пиктограммами*. Однако человеку хочется передавать на письме не только то, что он видит, но и то, что он думает и чувствует: появляются рисунки, на которых изображается «судьба» или «могущество». Такие рисунки называют *идеограммами* – ведь рисунок выражает идею автора. Первые шумерские идеограммы предположительно датируются четвёртым тысячелетием до н. э. Постепенно рисунки всё более и более схематизируются, но только многими веками позже схематический рисунок начинает обозначать не смысл, а звук – в случае клинописи слог, как в сегодняшней японской азбуке.

Например, в русском языке односложное слово «уж» обозначает вид неядовитой змеи. При этом пара букв «уж» встречается во многих словах: «стужа», «нужен», «ужас» – и во всех словах пишется одинаково, в зависимости только от звучания слова, а не от его смысла. Переход от идеограмм к слоговому письму начинают шумеры, продолжа-

ют пишущие по-аккадски во втором тысячелетии до н. э. вавилоняне, вслед за ними в первом тысячелетии до н. э. ассирийцы, но «и в это время наряду со слоговыми написаниями слов встречаются также и идеографические», – подчёркивает Вайман. С другой стороны, знаки для чисел уже за три тысячи лет до н. э. вместе с пиктограммами появляются у шумеров.

| | | | | | |
|------|-------|--------|---------|----------|-----------|
| 𐎶 1 | 𐎶𐎶 11 | 𐎶𐎶𐎶 21 | 𐎶𐎶𐎶𐎶 31 | 𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 41 | 𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 51 |
| 𐎷 2 | 𐎷𐎷 12 | 𐎷𐎷𐎷 22 | 𐎷𐎷𐎷𐎷 32 | 𐎷𐎷𐎷𐎷𐎷 42 | 𐎷𐎷𐎷𐎷𐎷𐎷 52 |
| 𐎸 3 | 𐎸𐎸 13 | 𐎸𐎸𐎸 23 | 𐎸𐎸𐎸𐎸 33 | 𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸 43 | 𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸 53 |
| 𐎹 4 | 𐎹𐎹 14 | 𐎹𐎹𐎹 24 | 𐎹𐎹𐎹𐎹 34 | 𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹 44 | 𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹 54 |
| 𐎺 5 | 𐎺𐎺 15 | 𐎺𐎺𐎺 25 | 𐎺𐎺𐎺𐎺 35 | 𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺 45 | 𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺 55 |
| 𐎻 6 | 𐎻𐎻 16 | 𐎻𐎻𐎻 26 | 𐎻𐎻𐎻𐎻 36 | 𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻 46 | 𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻 56 |
| 𐎼 7 | 𐎼𐎼 17 | 𐎼𐎼𐎼 27 | 𐎼𐎼𐎼𐎼 37 | 𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼 47 | 𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼 57 |
| 𐎽 8 | 𐎽𐎽 18 | 𐎽𐎽𐎽 28 | 𐎽𐎽𐎽𐎽 38 | 𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽 48 | 𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽 58 |
| 𐎾 9 | 𐎾𐎾 19 | 𐎾𐎾𐎾 29 | 𐎾𐎾𐎾𐎾 39 | 𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾 49 | 𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾 59 |
| 𐎿 10 | 𐎿𐎿 20 | 𐎿𐎿𐎿 30 | 𐎿𐎿𐎿𐎿 40 | 𐎿𐎿𐎿𐎿𐎿 50 | |

Вавилонские клинописные числа

Как записывать числа

Знак \uparrow обозначал единицу. Знаки для двойки, тройки и так далее вплоть до девятки получаются соединением нескольких знаков для единицы: $\uparrow\uparrow$, $\uparrow\uparrow\uparrow$, $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$, $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$, $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$, $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$. Для числа «десять» применяется уже новый знак — \leftarrow . Отдельный знак был для числа «шестьдесят» \uparrow (такой же, как для единицы, но писался крупнее), отдельный для числа «шестьсот» \mathbb{K} — видно, что он получен соединением знака для десятки и знака для шестидесяти. Повторив знак для числа «шестьсот» несколько раз, получаем запись чисел «тысяча двести», «тысяча восемьсот», «две тысячи четыреста», «три тысячи»: $\mathbb{K}\mathbb{K}$, $\mathbb{K}\mathbb{K}\mathbb{K}$, $\mathbb{K}\mathbb{K}\mathbb{K}\mathbb{K}$, $\mathbb{K}\mathbb{K}\mathbb{K}\mathbb{K}\mathbb{K}$. А для числа «три тысячи шестьсот» использовался уже отдельный знак \diamond — в нём по сторонам квадрата стоят знаки для числа 60.

Знаки, записанные вместе, нужно было сложить — как и в римской системе счисления:

$$\begin{array}{l} \diamond \diamond \diamond \diamond \mathbb{K}\mathbb{K}\mathbb{K} \uparrow \leftarrow \mathbb{K} \\ \diamond \diamond \diamond \mathbb{K}\mathbb{K} \end{array} = 3 \cdot 36000 + 4 \cdot 3600 + 5 \cdot 600 + 2 \cdot 60 + 17 = 125537$$

Земледелие шумеров опиралось на систематическое орошение. Необходимо было рыть каналы и следить за их состоянием. Работникам выдавали ячмень. Требовались очень объёмные точные расчёты.

Мы не знаем и, наверное, никогда не узнаем имени гениального шумерского математика, первым догадавшегося, что для числа «три тысячи шестьсот» не нужен отдельный знак — а достаточно отдельного разряда. Во всяком случае, его великое открытие широко использовалось, повторимся, уже в эпоху III Династии Ура, за две тысячи лет до н. э. Например, запись $\uparrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \mathbb{K}$ обозначает число $4876 = 1 \cdot 60^2 + 21 \cdot 60 + 16$.

При этом непозиционную систему счисления тоже продолжали применять. Очень приблизительно можно сказать, что старинную непозиционную привлекали преимущественно для простых хозяйственных расчётов, а позиционная, более совершенная, но и более трудная для понимания, использовалась при решении математических задач — в частности, в школе.



Рассказ шумерского школьника

Да, у шумеров были школы – может быть, самые древние в мире. Школа называлась «дом табличек», учитель – «отец дома табличек», а школьник – «сын дома табличек». Школьников учили считать, читать, писать, рисовать. Учили математике. Конечно, учили шумерской литературе, самой прекрасной на свете. Сохранилось множество табличек шумерских стихов, записанных неуверенной рукой ученика.

Есть у нас и рассказ, написанный от лица шумерского школьника, приблизительно датируемый концом третьего тысячелетия до н. э. Автор, быть может, шумерский школьный учитель? Так предполагает переводчик рассказа, родившийся в Российской Империи в Жашкове, работавший в Университете Пенсильвании, сам начинавший как школьный учитель шумеролог Самуил Ной Крамер.

Рассказ шумерского школьника открывается описанием школьного дня: мальчик прочёл табличку, пообедал, записал табличку, получил домашнее задание и пошёл домой. Он прочёл табличку папе, и папа очень обрадовался. «Я пить хочу, дайте мне пить, я голоден, дайте мне есть, помойте мне ноги, приготовьте постель, я хочу спать; разбудите меня рано утром, я не должен опоздать, не то учитель побьёт меня палкой», – говорит (надо полагать, родителям) школьник.

Проснувшись рано утром и взяв обед, мальчик поспешил в школу. «Почему ты опоздал?» – спросил мальчика сторож («моё сердце быстро билось, я очень боялся»). Его домашнее задание не понравилось, и его побил палкой учитель, потом его побил палкой завуч, и ещё несколько учителей, и даже сторож побил его палкой, а потом учитель рисования, а потом учитель шумерского языка, а в конце учитель сказал ему: «У тебя плохой почерк», – и мальчика снова побил палкой – в восьмой раз.

Видя, что дела его плохи, мальчик пошёл к отцу. Отец внимательно выслушал мальчика. Отец пригласил учителя в гости, усадил на почётное место, напоил и накормил учителя («подливал, как воды, ему доброго масла»), одел его в новое платье и сделал ему подарок. Тон учителя изменился: «Желаю тебе



достигнуть вершины искусства письма, полностью овладеть им. Желаю тебе стать первым среди твоих братьев, среди твоих друзей главным, среди всех школьников наивысшим».

Математика шумеров

Какой математике учились в школе маленькие шумеры? К сожалению, в нашем распоряжении пока ещё не очень много шумерских математических табличек. Более поздних табличек из Вавилона, приблизительно датируемых XIX–XVII веками до н. э., гораздо больше. Между тем, математические термины, используемые в вавилонских табличках – сложение, вычитание, умножение, возведение в степень, нахождение обратного ($n \rightarrow 1/n$), – все шумерские.

Историк математики Марвин Пауэлл исследовал несколько шумерских табличек, датированных им периодом от середины до конца третьего тысячелетия до н. э., эпохами династии Великого Саргона и III Династии Ура. На этих табличках математические задачи с решениями. Например: дана площадь прямоугольного поля и длина, требуется найти ширину. Решая задачу сегодня, мы поделили бы площадь на длину, но шумерский школьник действует немного иначе: он сперва находит обратную величину к длине и потом уже умножает на неё площадь. На некоторых из табличек дроби записываются уже в шестидесятеричной позиционной системе счисления. Справочники обратных величин будут играть ключевую роль и 500 лет спустя в Вавилоне.

А вот другая табличка, с задачей ещё проще: даны длина и ширина поля, требуется найти площадь. С обратной стороны, внизу, на табличке подпись: Ур-Иштаран. Может быть, Ур-Иштаран – ученик, написавший табличку? Если так, математика трудно даётся маленькому Ур-Иштарану: в его вычислении много ошибок.

Поэзия вавилонян опирается на шумерскую, и нельзя не предположить, что и математика вавилонян имеет шумерские корни. Марвин Пауэлл, в окончание своей замечательной работы, высказывает мнение, что рано или поздно будут найдены подробные доказательства этой гипотезы.

Великой цивилизации шумеров больше 5000 лет. Изучение математики шумеров только начинается.



Художник Алексей Вайнер