Дмитрий Кузнецов

О «МЕТОДЕ ПРОПЕЛЛЕРА»

– Ты что такой грустный? – спросил Квантик, увидев бредущего с поникшей головой Малыша. Малышом этого мальчика называли все дети и взрослые во дворе его дома.

– Да вот иду с олимпиады.

– Так это же здорово! Задачи, наверно, были интересными и, возможно, даже сложноватыми?

– Конечно, здорово, если бы я все задачи решил! Но вот одну-то я не решил. – Малыш был сильно удручён тем, что не все задачи олимпиады ему оказались под силу.

– А что за задачка?

– Вот смотри, номер 4. – Малыш протянул Квантику листок с условиями задач.

– «4. Расставьте на шахматной доске 8 пар бьющих друг друга короля и ладью так, чтобы никаких других фигур они уже не били», – задумчиво прочитал Квантик.

– Причём, наверное, это есть максимум пар, которые и можно разместить на шахматной доске. Просто вам в пятом классе не стали предлагать доказательство, что 8 – это максимум таких пар, а сразу предложили построить пример, что для пятиклассников вполне логично. Приведите пример, а доказательство оценки… в будущем попробуйте сделать. – Квантик опытным взглядом оценил эту задачу.

– Я так и понял, что надо просто привести пример. Много разных картинок рисовал, но всё неудачно. Находились фигуры, которые били и другие фигуры тоже.

Так, не торопясь, Малыш и Квантик дошли до дома, поднялись в квартиру к Малышу, где у открытого окна на подоконнике сидел улыбающийся Карлсон, ждавший своего друга.

– Это что за неполадки! – Карлсон бурно отреагировал на появление грустного Малыша. – Я с таким тобой не буду даже разговаривать! К тебе прилетел друг, а ты его встречаешь таким кислым взглядом! – Карлсон всем своим видом показал, что собирается улететь, нажал на кнопку и…

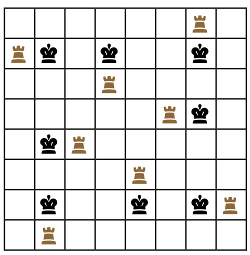
– Я понял! – радостно закричал Малыш. – Спасибо тебе, Карлсон! Как жаль, что я не вспомнил про тебя во время олимпиады!

– В смысле? – удивлённые Квантик и Карлсон уставились на Малыша.

– Я понял, как будет выглядеть пример! И пропеллер Карлсона мне здесь помог! – Малыш бросился к письменному столу, открыл тетрадку в клеточку и с победным видом нарисовал картинку, которую показал своим друзьям. – Как же всё просто оказалось! Надо было догадаться, что картинка будет крутиться, как пропеллер!

– Красиво! – одновременно выдохнули Квантик и Карлсон.

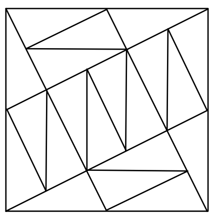
– Интересно, а у авторов такое же решение, как сейчас получилось у меня? – Малыш включил домашний компьютер и зашёл на сайт осенней олимпиады по математике, чтобы познакомиться с решениями задач.



И что же он там увидел? Авторский пример один в один совпадал с его картинкой. И даже было написано, что пример строится «методом пропеллера», который, вращаясь как у Карлсона, и дал Малышу возможность увидеть правильную конструкцию. А попробовать применить метод могло подсказать число пар в условии – оно равно 8 и делится на 4, так что есть надежда, что сработает поворот на 90°.

– Оказывается, на этой олимпиаде и раньше бывали похожие задачи, – сказал Квантик, открыв условия задач предыдущей олимпиады:

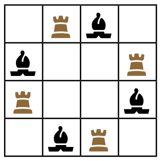
7 класс, задача №2. Каждую из 10 прямоугольных плиток 1×2 распилили по диагонали на 2 треугольных куска. Сложите из получившихся 20 кусков квадрат.



Решение: см. рисунок, полученный «методом пропеллера».

5 класс, задача №1. Поставьте на шахматную доску 4 ладьи и 4 слона так, чтобы каждая ладья била ровно двух слонов и не била ладьи, а каждый слон бил ровно две ладьи и не бил слонов.

Решение: см. рисунок, полученный «методом пропеллера».



– Эх, а я не догадался посмотреть варианты предыдущих лет. Теперь понимаю, что это полезно было сделать.

Квантик удовлетворённо смотрел на улыбающихся Малыша и Карлсона: первый был доволен тем, что смог-таки сам решить задачу, хоть это и удалось сделать только после олимпиады, а второй был рад тому, что именно его пропеллер помог Малышу решить самостоятельно задачу, не заглядывая в решения.

– Вспомнил! А ведь на кружке нам уже рассказывали про «метод пропеллера», например, в задаче про максимум несоприкасающихся между собой кораблей 1×4 на поле 10×10. Их там было 12, делится на 4, и картинка как раз вращается с поворотом на $90°$ относительно центра доски.

– А ну-ка вспоминай, какие ещё задачи на «метод пропеллера» вам давали на кружках или ты встречал на олимпиадах.

– Кстати, нам говорили, что если ответ кратен 2, но не кратен 4, то с высокой вероятностью можно построить центрально-симметричный пример, с поворотом на $180°$. А ещё были примеры задач с ответом, кратным 3, и тогда конструкции были с поворотом на $120°$. Это были, как правило, задачи про точки на плоскости.

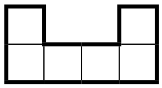
– Вот и собери коллекцию задач с конструкциями на «метод пропеллера», – пожелал другу Квантик.

Довольный Малыш, проводив своих друзей, уселся за компьютер, и через некоторое время у него появилась подборка задач, решаемых «методом пропеллера», которой он очень захотел поделиться со всеми, кому интересно.

Дополнительные задачи на «метод пропеллера»

1. Какое наибольшее количество прямоугольников 1×5 можно вырезать по линиям сетки из квадрата 8×8?

2. Вырежьте из квадрата 10×10 по линиям сетки 16 шестиклеточных фигур-«скобок», показанных на рисунке.



3. Разрежьте квадрат на треугольники так, чтобы каждый граничил (по отрезку) ровно с тремя другими.

4. Разрежьте квадрат 4×4 по линиям сетки на 9 прямоугольников так, чтобы равные прямоугольники не соприкасались ни сторонами, ни вершинами.

5. Постройте замкнутую самопересекающуюся ломаную из 6 звеньев, пересекающую каждое своё звено ровно один раз.

6. На полях a1, b2, c3, d4 шахматной доски стоят четыре коня. Разрежьте доску на четыре равные части так, чтобы на каждой из них оказалось по коню.

7. Какое наибольшее количество несоприкасающихся между собой кораблей 1×4 можно разместить на поле 10×10?

8. Какое наибольшее количество королей можно расставить на шахматной доске так, чтобы каждый король бил ровно одного из остальных?

9. Можно ли из квадрата со стороной 3 вырезать многоугольник площади 6, которым можно полностью без наложений и пустот обернуть единичный куб?

10. Из квадратов со стороной 1 и правильных треугольников со стороной 1 сложили (без наложений и пропусков) выпуклый n-угольник. Какое наибольшее количество сторон может у него быть?

11. Какое наибольшее число ферзей можно расставить на доске 6×6 так, чтобы каждый ферзь бил ровно одного ферзя?

12. При каком наибольшем N можно расставить на шахматной доске несколько коней так, чтобы каждый конь бил ровно N других?

Художник Алина Коршункова