

КУ ДР КЛЮЧ

Окончание. Начало в «Квантике» № 4, 2024

– По себе знаю, что чувство восхищения может привести к спонтанному расходу калорий, – сказал Горгулий, обращаясь к питону Уккху, – а голодный питон – это не тот собеседник, с которым нам хотелось бы иметь дело. Поэтому прежде чем рассказывать о принципе работы замка, мы хотим, чтобы ты съел ещё одну ватрушку.

Питон Уккх умял ещё одну ватрушку.

– Для изготовления системы «Умные двери», – стала объяснять Бусенька, – мы возьмём замки, которые используют 32 оптических переключателя. В каждый замок переключатели устанавливаются в виде матрицы 2×16 , 4×8 , 8×4 или 16×2 .

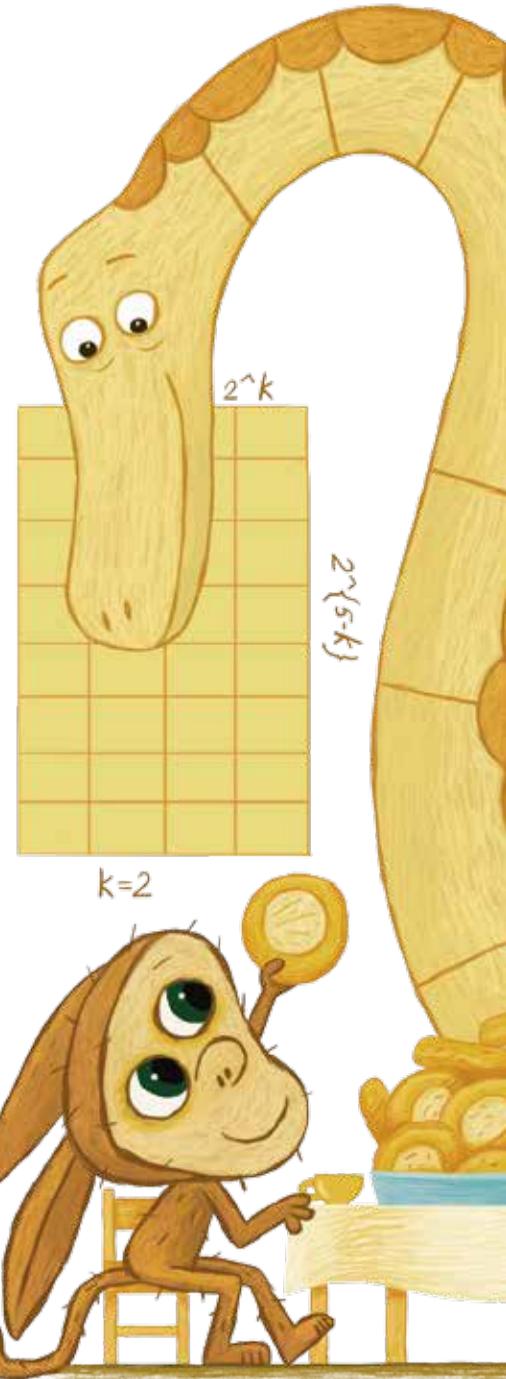
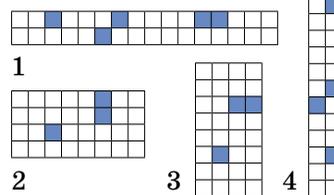
– Получаем как раз 4 типа замков, как и написано в заказе, – вставил Горгулий.

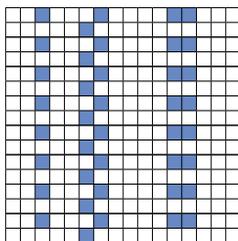
– Ключ к замку – это картинка 16×16 клеток, где некоторые клетки чёрные, а остальные – белые. Когда мы подносим такой ключ к замку с матрицей $2^k \times 2^{5-k}$, замок «прочитывает» на картинке какой-нибудь прямоугольник $2^k \times 2^{5-k}$, и каждая закрашенная клетка вызывает переключение защёлки. Если в итоге оказалось, что число закрашенных клеток нечётное, замок открывается, а если чётное – не открывается.

– Смонтировать такой замок – это раз плюнуть, – сказал питон Уккх, – но как будет работать система разделения доступа?

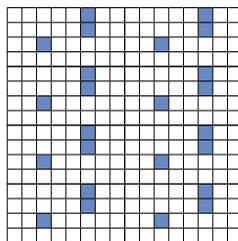
– Она будет работать изумительно! – воскликнула Бусенька. – Вот смотри. Давай, например, изготовим «суперключ», открывающий все двери. Сначала для каждого вида двери изготовим «периодический» ключ, который открывает только эту дверь. Для этого нарисуем прямоугольники 2×16 , 4×8 , 8×4 или 16×2 и закрасим в каждом прямоугольнике нечётное число клеток. Например, так.

Полученные раскраски периодически продолжим на весь прямоугольник 16×16 – результат и будет ключом для этого замка.

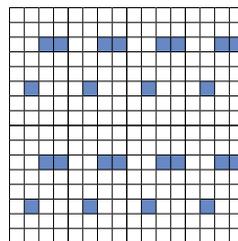




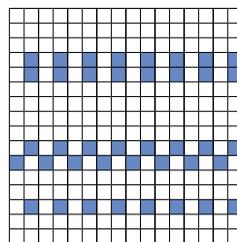
1-й ключ



2-й ключ



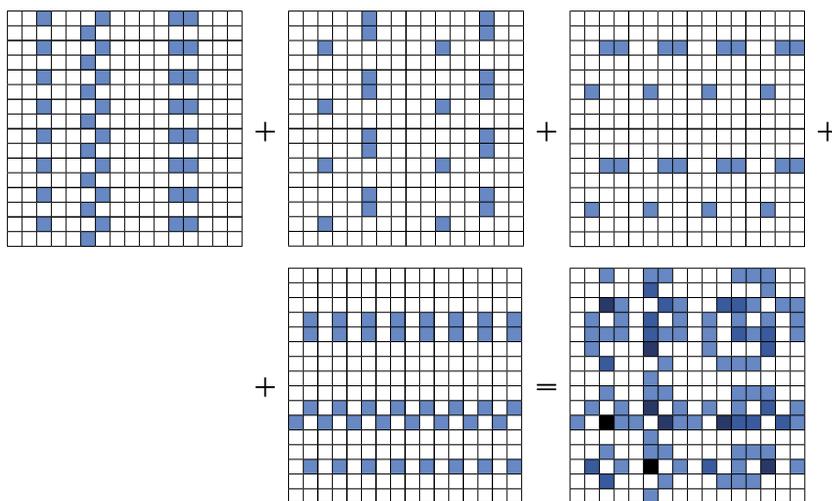
3-й ключ



4-й ключ

– А ещё можно для каждой двери сляпать периодический ключ, который её не открывает, – встрял Горгулий. – Для этого достаточно закрасить в соответствующих прямоугольниках чётное число клеток. И потом тоже периодически продолжить раскраску.

– Секрет периодических ключей, – продолжала Бусенька, – состоит в том, что ключ, открывающий (или не открывающий) замок одного типа, заведомо НЕ открывает замки другого типа – матрицы «чужих» замков обнаружат на любом прочитанном прямоугольнике чётное число закрасенных клеток. Это позволяет сделать изящнейший трюк: изготовим суперключ, нанеся на картинку 16×16 одновременно все четыре раскраски! Давайте пока считать, что мы не красим клетку, а прикрепляем к ней серое стёклышко. Когда нужно покрасить клетку ещё раз – прикрепим второе стёклышко и т. д. – чем больше раз мы красим клетку, тем она темнее.



Объединим периодические ключи. Чем больше серых стёклышек попадает в клетку, тем она темнее

Предположим на секундочку, что замок «поумнел» и научился подсчитывать количество стёклышек. Возьмём к примеру замок номер 2 – с матрицей 4×8 . Мы подносим к нему суперключ... Сколько стёклышек насчитает замок – чётное число или нечётное?

– Если я правильно понял, – сказал питон Уккх, – замок выберет на суперключе 16×16 прямоугольник 4×8 и подсчитает в нём все стёклышки... И это будут как раз те стёклышки, которые исходные периодические ключи содержат в выбранном прямоугольнике 4×8 . Но среди этих ключей только второй ключ может открыть замок 4×8 . Значит, суперключ получил в выбранном прямоугольнике нечётное число стёклышек от второго ключа, чётное число – от остальных, и всё количество стёклышек в выбранном прямоугольнике нечётно!

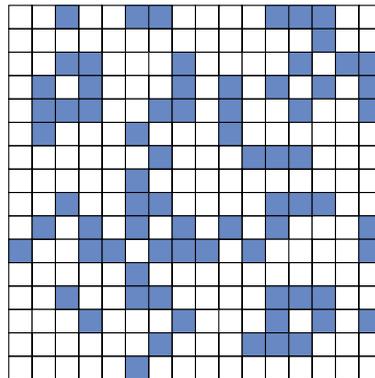
– Именно так! – подтвердил Горгулий. – Но, к сожалению, наш замок не такой умный.

– Ну так поможем ему, – подхватила Бусенька. – Стёклышки вообще уберём, а взамен те клетки суперключа, где лежало 2 или 4 стёклышка, сделаем белыми, а клетки, где лежало 1 или 3 стёклышка, – чёрными. Ясно, что в любом прямоугольнике чётность числа стёклышек равна чётности числа чёрных клеток. Значит, полученный суперключ содержит в выбранном прямоугольнике 4×8 нечётное число чёрных клеток!

– И такое же рассуждение работает для всех остальных матриц наших замков, – подытожил Горгулий. – Итак, вот он – суперключ, открывающий все двери!

– А для разделённого доступа нужно комбинировать открывающие и неоткрывающие ключи, – догадался Уккх.

– Чуть не забыл! – воскликнул Горгулий, – Огрыза просила передать вам от неё привет и наилучшие пожелания.



Суперключ, открывающий все двери $2^k \times 2^{5-k}$, $k = 1, 2, 3, 4$



Художник Инга Коржнева