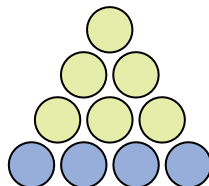


# ТРЕУГОЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ПАРЫ ПРЕДМЕТОВ

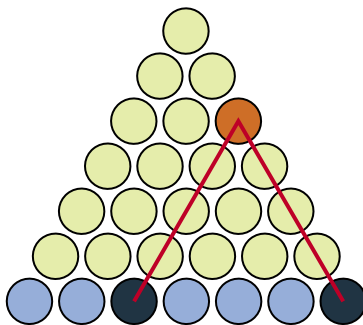
Материал подготовил  
Григорий Мерзон

1, 3, 6, 10, 15... – так начинается последовательность треугольных чисел. Первое число в ней равно 1, чтобы получить второе число – надо прибавить к предыдущему 2, чтобы получить третье – прибавить 3, и так далее.

А можно эти числа нарисовать: например, 3-е треугольное число – это количество монет, которое требуется, чтобы сложить «треугольник со стороной 3». Чтобы получить треугольник на единицу большего размера, нужно добавить ещё один ряд монет (в данном случае, из 4 монет) – так что получается та же последовательность, о которой шла речь в начале.



Как быстро посчитать, например, 100-е треугольное число? Тут помогает замечательная связь между треугольными числами и способами выбрать пару предметов из нескольких. Чтобы эту связь увидеть, добавим под треугольником

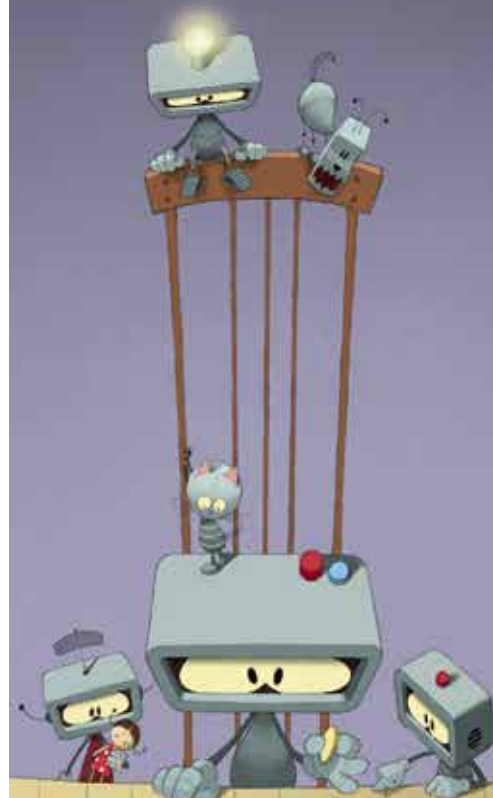


из монет мысленно ещё один ряд, как на рисунке. Тогда каждая из настоящих монет «указывает» на какую-то пару из добавленных монет (и на каждую пару указывает только одна монета!).

А такие пары сосчитать уже несложно: можно сначала выбрать одну монету 101 способом, а потом вторую 100 способами – и каждую пару мы посчитаем при этом два раза (когда сначала выберем левую из монет и когда сначала выберем правую). То есть 100-е тре-

угольное число равно  $\frac{101 \cdot 100}{2} = 5050$ . И вообще,  $N$ -е треугольное число равно  $\frac{N \cdot (N+1)}{2}$ .

Замечательно, что очень похожая формула есть и для пирамидальных чисел (об этом рассказывается в статье А. Заславского в этом номере), но аналогичный геометрический аргумент придумать уже не получается... может быть, у читателей получится?



Художник Алексей Вайнер