Материал подготовил
Григорий Мерзон

Неквадратный Пифагор

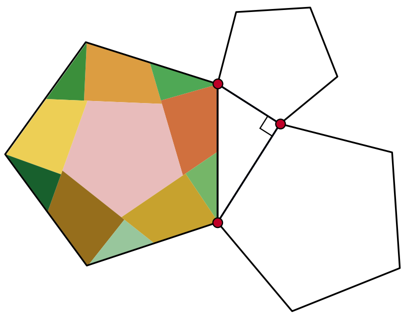
Теорема Пифагора гласит: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

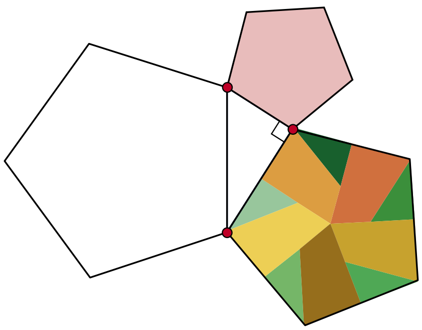
Можно построить на каждом из катетов по квадрату, разрезать их на части и сложить квадрат, построенный на гипотенузе[1].

Но на сторонах не обязательно строить именно квадраты! Площадь *любой* фигуры при растяжении в k раз увеличивается в k^2 раз. Поэтому можно вместо квадратов строить на сторонах правильные треугольники, или шестиугольники, или ещё что-нибудь.

Справа на картинках демонстрируется теорема Пифагора при помощи разрезания пятиугольников.

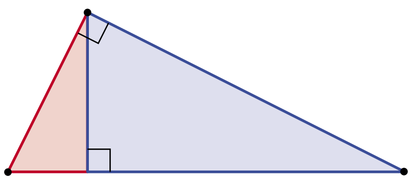
[1] Резать можно многими разными способами. Можно поиграть в некоторые из них сайте Математических этюдов etudes.ru/etudes/pythagorean-theorem/ или сделать свою модель самому!





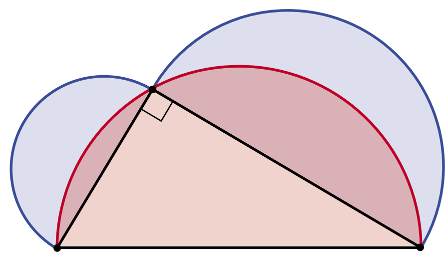
А вот самая, наверное, экономная из подобных картинок. Она основана на том, что высота из вершины прямого угла делит любой прямоугольный

треугольник на два треугольника *такой же формы, как исходный*[2].



То есть исходный треугольник с гипотенузой c разбит на два треугольника такой же формы, но других размеров: с гипотенузой a и с гипотенузой b. Так как площадь целого есть сумма частей, получаем, что $c^2 = a^2 + b^2$.

На последней картинке на сторонах треугольника построили как на диаметрах полукруги. Полукруг, построенный на гипотенузе, наложился на полукруги, построенные на катетах. Выкинем их общую часть. От большого полукруга остаётся наш треугольник, а от двух меньших кругов – *луночки* сложной формы. Равенство площадей при этом сохранится (из обеих частей равенства мы вычли одно и то же: площадь пересечения).



Значит, суммарная площадь двух луночек[3] (их называют гиппократовыми) равна площади треугольника. Это довольно удивительно, особенно если припомнить, что в формулу для площади круга входит странное число π.

[2] Чтобы в этом убедиться, подумайте про углы этих треугольников.

[3] Кое-что ещё про площадь луночек можно узнать из статьи В. Кириченко и В. Тиморина «Квадратура луночки» в «Квантиках» №№ 2 – 3 за 2022 год.

Художник Алексей Вайнер