



ВАС ПЛОХО СЛЫШНО!

В прошлый раз¹ начало кружка прервало разговор Жени и Мики – и в этот раз, увидев в руках Мики знакомый конверт с надписью «Юному волшебнику», Женя уже знала, чего ожидать.

Мика (доставая из конверта 6 карточек): Загадай число от 0 до 31.

16	17	18	19	8	9	10	11	4	5	6	7
20	21	22	23	12	13	14	15	12	13	14	15
24	25	26	27	24	25	26	27	20	21	22	23
28	29	30	31	28	29	30	31	28	29	30	31
2	3	6	7	1	3	5	7	1	2	4	7
10	11	14	15	9	11	13	15	8	11	13	14
18	19	22	23	17	19	21	23	16	19	21	22
26	27	30	31	25	27	29	31	25	26	28	31

Женя: Загадала! Слушай, а ведь первые пять карточек мы уже в прошлый раз видели – ты как раз число от 0 до 31 с их помощью и отгадывал. И достаточно было сложить первые числа тех карточек, на которых было моё число – а мои ответы были просто двоичной записью числа. А зачем тогда нужна шестая карточка?

Мика: А мы теперь поменяем правила. Теперь ты про любую одну карточку можешь отказаться отвечать.

Женя: Про любую?

Мика: Про любую – но только про одну! Так что: на каких из этих карточек есть твоё число?

Женя: На первой, четвёртой, пятой и шестой есть, на второй нет, а про третью я отказываюсь отвечать.

Мика: Так-так, давай посмотрим... Моя интуиция волшебника мне подсказывает, что на третьей карточке, той, про которую ты отказалась отвечать, на самом деле твоего числа нет. Так что ответы на первые пять карточек это «Да, нет, нет, да, да». Так ведь?

Женя промолчала, сохраняя каменное выражение лица.

Мика (уверенно): Так, так. И тогда твоё число восстанавливается именно так, как ты сказала, складывая красные числа на первых пяти карточках с ответами «да». Получается $16 + 2 + 1 = 19$, – ты загадала 19!

¹ См. статью «Магические карточки» в «Квантике» № 7 за 2024 год.

Женя: Правильно! Но как ты узнал, что на третьей карточке моего числа нет? Ты ведь не просто угадал?

Мика (возмущённо): Нет, конечно, это честный фокус. Я знал наверняка!

Женя: А как?

Мика: У меня была инструкция!

Инструкция юному волшебнику, часть вторая

Сложи в одну стопку те карточки, на которые загадывающий сказал «Да», в другую те, на которые загадывающий сказал «Нет», и отложи в сторону ту карточку, про которую он отказался ответить. Если в стопке «Да» нечётное количество карточек, ответ, который тебе отказались дать, – это «Да», положи отложенную карточку в эту стопку. Иначе – ответ на неё «Нет», положи её в стопку с остальными «Нет». Теперь сложи красные числа на тех карточках, которые попали в стопку «Да». Это и будет загаданное число.

Женя: Ага. Если в стопке «Да» нечётное число карточек, то та, про которую отказались отвечать, идёт туда, а если чётная, то в «Нет». Значит, если отвечать про все шесть карточек, то ответов «Да» всегда будет чётное число. А ведь на этом фокус и построен: если мы знаем, что в стопке «Да» должно быть чётное число карточек, то неизвестный ответ про одну из них ровно так и восстанавливается.

Мика: Ну я же говорил, что точно знал, какой ответ ты отказалась дать!

Женя: Слушай, а я ведь понимаю, как этот фокус сделали. Первые пять карточек у нас ведь уже есть – нужно сделать только шестую. Так вот, представим себе, что про неё-то нам и отказываются отвечать. И восстановим нужный ответ! То есть – нужно просто собрать на неё те и только те числа, которые из первых пяти карточек есть на нечётном числе: на одной, на трёх или на всех пяти. И всё!

Мика (доставая следующий набор из 7 карточек): А и правда. Но у меня есть ещё один фокус. Загадай число от 1 до 15!

Женя: Готово. Только у тебя карточек как-то много, мы ведь уже видели, что хватает четырёх карточек – собственно, первых четырёх в этом наборе. Если бы,





8 9	4 5	2 3	1 3	1 2	1 2	1 3
10 11	6 7	6 7	5 7	4 7	5 6	4 6
12 13	12 13	10 11	9 11	9 10	8 11	8 10
14 15	14 15	14 15	13 15	12 15	12 15	13 15
код: 011	код: 101	код: 110	код: 111	код: 100	код: 010	код: 001

как раньше, можно было отказываться отвечать на один вопрос – хватило бы одной дополнительной карточке. А тут дополнительных карточек целых три. Зачем?

Мика: Мы опять поменяем правила. Теперь ты не можешь отказаться отвечать – но можешь один раз соврать. Но только один!

Женя: И что, ты всё равно угадаешь моё число?

Мика: Конечно! Ведь я же фокусник, а фокусники никогда не ошибаются.

Женя: Ну что же, моё число есть на первой, третьей, четвёртой и пятой карточках, и его нет на остальных. Твой ход!

Мика: Так-так, посмотрим... Абракадабра! Я уверен, что ты соврала в ответе про третью карточку – твоего числа на ней нет. И тогда ты загадала число 9.

Женя: Угадал! Но как ты узнал, что я соврала про третью карточку? Опять следовал инструкции?

Мика (с важным видом): Конечно!

Инструкция юному волшебнику, часть третья

Сложи в одну стопку те карточки, на которые загадывающий сказал «Да», в другую те, на которые он сказал «Нет». Теперь возьми любую из стопок (например, ту, что меньше) и сложи в ней в столбик коды этих карточек, они написаны внизу синим цветом. Если получилось число, у которого все цифры чётные, то загадывающий не соврал. Иначе замени у суммы чётные цифры на 0, а нечётные на 1 – это и будет код той карточки, про которую загадывающий соврал. Переложи её в другую стопку. Теперь все ответы верные. Сложи красные цифры на карточках в стопке «Да», это и будет искомое число.

Мика: Я взял стопку ответов «Нет», сложил в столбик

$$101 + 010 + 001 = 112,$$

заменял 2 на 0, получил 110, и понял, что ты соврала про карточку с кодом 110. А это и есть третья карточка.

Женя: А если бы ты складывал коды в стопке «Да»?

Мика: Смотри, сумма кодов всех семи карточек равна 444, так что если мы складываем коды в другой стопке, то каждая цифра заменится на дополняющую её до 4. Но на чётность это не повлияет.

Женя: Да, действительно. А тогда я наполовину понимаю, как такой фокус работает. Давай допустим, что и впрямь при правильных ответах сумма кодов в каждой из стопок записывается только чётными цифрами. Тогда если отгадывающий про какую-нибудь карточку врёт, это всё равно, что он перекладывает эту карточку в другую стопку.

Мика: Точно! И при этом сумма кодов ровно на код этой карточки и изменяется. Так что в тех разрядах, где у кода единицы, появляются нечётные цифры, а остальные остаются чётными.

Женя: Но вот как эти карточки придумали?

Задача. В набор фокусника забыли вложить карточки с кодами 001, 010 и 100 (но положили инструкции юному волшебнику). Как их сделать самим – как понять, какие числа писать на самодельных карточках, чтобы инструкция работала правильно?

От автора. Фокусы, с которыми встретились наши герои, связаны с хранением и передачей данных.

Глубоко-глубоко внутри всех компьютеров данные хранятся именно в двоичной системе. Кодирование, которое возникает во втором фокусе, по-научному называется добавлением бита контроля чётности, и оно чаще применяется для обнаружения ошибок при хранении или передаче данных. А именно, если при передаче сообщения в одном из мест принимающий услышит 0 вместо 1 или 1 вместо 0, то число единиц окажется нечётным и он сможет понять, что произошла ошибка (и переспросит отправителя).

В третьем же фокусе применяется знаменитый код Хэмминга – первый из представителей кодов, исправляющих ошибки. В этом случае принимающий может не только заметить, что произошла ошибка при передаче, но и, предполагая, что неправильно принят только один бит из семи, эту ошибку исправить.

Эти две идеи можно скрестить, добавив к коду Хэмминга бит контроля чётности: получается пополненный код Хэмминга, позволяющий при передаче 4 бит информации в 8 битах сообщения исправлять одну ошибку и обнаруживать, пусть и не исправлять, две.

