ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№6

ИЮНЬ

2016

ВРЕМЕНА ГОДА:
ЮПИТЕР И УРАН

ЗАДАЧА АПОЛЛОНИЯ

СЛОВА В КОСТЮМАХ

Enter

№ 6 | июнь 2016
Издаётся Московским центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик»
в любом отделении Почты России или через Интернет!

ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ НА «КВАНТИК» НА ВТОРОЕ ПОЛУГОДИЕ 2016 ГОДА!

- «Квантик» – научно-популярный журнал для широкого круга читателей.
- Кроме журнала, «Квантик» выпускает альманахи, плакаты и календарь загадок.
- Подробнее о продукции «Квантика» и о том, как её купить, читайте на нашем сайте **kvantik.com**

На почте «Квантик» можно найти в двух каталогах:

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»:
индекс **84252** для подписки на несколько месяцев или на полгода.
Самая низкая цена на журнал!

«КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП:
индекс **11346** для подписки на несколько месяцев или на полгода.
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» **vipishi.ru**

Подробнее читайте на сайте
kvantik.com/podpiska.html

- Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-pressa.de**
- Подписка на электронную версию журнала по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 6, июнь 2016 г.
Издаётся с января 2012 года • Выходит 1 раз в месяц.
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. А. Дрёмов, Д. М. Кожемякина, Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Б. Меньщиков, М. В. Прасолов, О. Н. Хвостикова
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas-07

Учредитель и издатель:
Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 241-08-04, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
• Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индекс **84252**)
• «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте vipishi.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: biblio@mccme.ru
Формат 84х108/16
Тираж: 7000 экз.
Подписано в печать: 16.05.2016
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт»,
Адрес типографии: 170546, Тверская обл., Калининский р-н, с/п Бурашевское, ТПЗ Боровлево-1, 3«А»
www.pareto-print.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

Валерия Сирота

ВРЕМЕНА ГОДА НА ЗЕМЛЕ И ДРУГИХ ПЛАНЕТАХ

Почему зимой холодно, а летом тепло? Удивительно, но многие люди, даже взрослые, умные и образованные, не знают ответа на этот вопрос. Из-за движения Земли вокруг Солнца – конечно, но почему именно? Самый частый – неправильный – ответ такой: потому что зимой Земля дальше от Солнца, чем летом. Однако это не может быть объяснением: ведь в южном полушарии времена года меняются местами, в январе там жарко, а в июле – холодно! На самом деле Земля действительно движется вокруг Солнца не совсем по кругу, но всё ровно наоборот: когда у нас лето, Земля дальше от Солнца, а когда зима – ближе!

Между прочим, лето и зима к тому же бывают не везде. А где бывают, там проходят по-разному. Оказывается, важно не только то, что мы вертимся вокруг Солнца, но и то, как мы при этом крутимся вокруг собственной оси! Чтобы разобраться во всём этом, давайте решим несколько задачек, причём для начала попутешествуем по другим планетам и только потом уж вернёмся на Землю.

Как всегда, решить что-то самостоятельно куда полезнее, чем прочитать чужое решение, поэтому постарайтесь сами разобраться в каждой задаче. А уже если не получится, мы вам поможем. Вам может пригодиться мячик (а ещё лучше – глобус) и настольная лампа (лучше всего подошла бы лампочка без абажура). На мячике нужно нарисовать полюса и экватор – большой круг посередине между полюсами. Это будет планета; лампа будет Солнцем. Если лампочки нет, её можно заменить собственной головой: какую часть планеты вы видите – та освещается солнцем, там день; а какую не видите – там ночь. Ещё можно слепить пластилиновый шарик с двумя ручками-спичками, это будет местный житель. Воображаемых жителей планет (которых, увы, нигде, кроме Земли, не существует) будем называть *человечками*. Время, за которое планета делает оборот вокруг Солнца (оно у всех планет разное!), будем называть *местным годом*, а время, за которое планета оборачивается вокруг оси, – *сутками*.

ЮПИТЕР

У этой планеты ось вращения почти точно перпендикулярна плоскости, в которой она обращается вокруг Солнца. То есть если ваше Солнце лежит на столе, а ваш Юпитер ползёт по столу вокруг него, то один из полюсов Юпитера всегда направлен строго вверх – пусть это будет северный полюс. И ползёт Юпитер не просто так, а быстро крутясь вокруг своей (вертикальной) оси (рис. 1). На всякий случай уточним сразу ещё одну подробность: все планеты движутся вокруг Солнца против часовой стрелки (если смотреть с Полярной звезды) и *почти* все вертятся вокруг оси в ту же сторону.

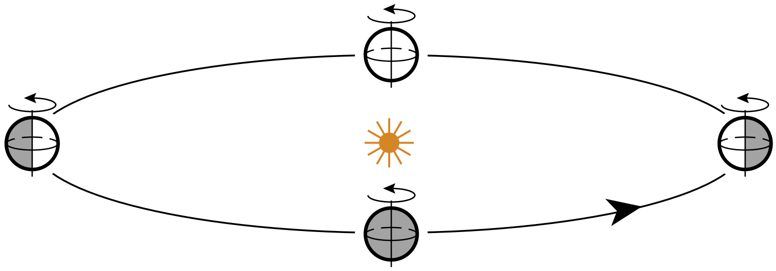


Рис.1. Юпитер движется вокруг Солнца по большому кругу (орбите) и одновременно быстро вращается вокруг своей оси. Показаны его положения через каждую четверть юпитерианского года – у нас это были бы зима, весна и т.д. Тёмным закрашены те места планеты, где сейчас темно (ночь); светлые области освещены Солнцем, там день.

Вводное упражнение. Найдите на вашем Юпитере место, где Солнце в данный момент находится в зените, то есть ровно над головой. А теперь найдите все такие места, где оно на горизонте (*подсказка*: эти точки на поверхности планеты образуют большой круг). В каких точках Юпитера сейчас происходит восход Солнца, а в каких – закат (потом сравните с рисунком 2 на следующей странице)? Поставьте человечка на широте примерно 45° (приблизительно посередине между северным полюсом и экватором), пусть он одну руку поднимет вверх, а другую вытянет на север. Поворачивайте планету (не наклоняя ось!) до тех пор, пока Солнце не окажется для вашего человечка как можно выше над горизонтом; у него наступил полдень. С какой стороны от него сейчас Солнце – на юге, на севере, на востоке? А что скажет об этом такой же человечек, живущий в южном полушарии?

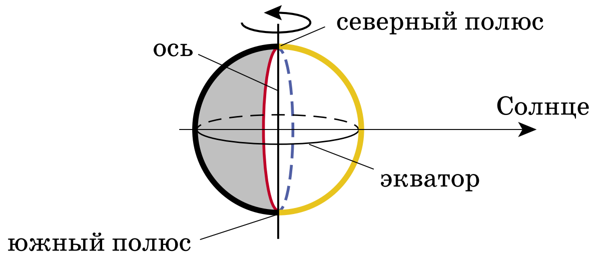


Рис. 2. Красная линия показывает все точки, в которых сейчас восход, синяя – все точки, где сейчас закат, на жёлтой линии везде полдень.

Задача Ю1. Представьте себе существо, живущее на экваторе Юпитера. Проследите, как для него движется по небу Солнце в течение суток. В какой стороне света (и даже точнее – в какой именно точке) оно восходит? Заходит? В каком месте неба это существо видит Солнце в полдень? Если бы оно, как древние люди, считало, что небо – твёрдая поверхность (сфера), по которой движутся светила, то как бы оно нарисовало наблюдаемую траекторию Солнца на этой поверхности?

Подвиньте теперь Юпитер по его орбите вокруг Солнца – пусть пройдёт, скажем, четверть юпитерианского года. Изменится ли что-нибудь у нашего человечка?

Задача Ю2. Ответьте на те же вопросы, что в задаче Ю1, для человечка, живущего на северном полюсе.

На любой планете, как мы увидим дальше, могут быть такие места, где Солнце хоть когда-нибудь в течение года бывает в зените. Область, включающая в себя все такие места, называется *тропической зоной*. А бывают такие места, в которых хотя бы одни сутки в году Солнце не опускается под горизонт – то есть хотя бы на одни сутки в году наступает полярный день. Область, где бывает полярный день, называется *полярной зоной* (а её граница – *полярным кругом*; там Солнце один раз в году касается горизонта, не опускаясь под него). Между прочим, там, где бывает полярный день, бывает и полярная ночь: скоро вы в этом убедитесь.

Задача Ю3. Разберитесь, где на Юпитере тропическая и полярная зоны.

И, наконец, последняя задача про Юпитер.

Задача Ю4. Попробуйте разобраться, как живётся человечку, находящемуся посередине между экватором и полюсом – на широте 45°. В каком месте горизонта восходит у него Солнце? Как оно движется дальше? На какую максимальную высоту поднимается?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРО ЮПИТЕР

Обратите внимание, что в задачах про Юпитер нигде не обсуждаются времена года. Их на Юпитере нет! При движении планеты вокруг Солнца для «местных жителей» ничего не меняется, каждый день у них происходит одно и то же.

(Ю1) Человечек, живущий на экваторе, видит восход Солнца точно на востоке (проверьте это, вытянув одну его руку на север, а другую на восток), потом Солнце поднимается прямо вверх и в полдень оказывается в зените, то есть прямо над головой. Дальше оно продолжает двигаться по тому же большому кругу, а ещё через четверть суток садится строго на западе. Ночь длится ровно половину суток. Весь год – одно и то же!

(Ю2) У человечка на полюсе жизнь ещё более однообразна. Солнце у него всё время на горизонте! Не рассвет, не закат – вечные полярные сумерки. Однако Солнце не стоит на месте – оно движется опять-таки по большому кругу, оставаясь всё время на горизонте. В этом можно убедиться, вытянув руку человечка в какую-нибудь сторону и вращая планету вокруг оси.

(Ю3) Мы уже видели, что у жителей экватора Солнце каждый день проходит через зенит. И только у них: чем севернее живёт человечек, тем меньше у него полуденная высота Солнца (и тем меньше оно нагревает поверхность планеты). См. рис. 3.

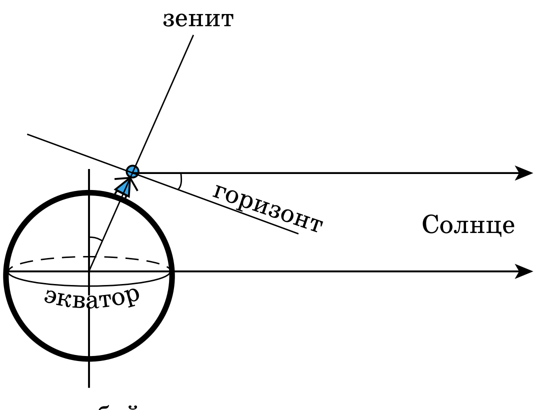


Рис. 3. Размер любой планеты во много раз меньше, чем расстояние от неё до Солнца. Поэтому можно считать, что направления на Солнце из любой точки планеты параллельны, как на этом рисунке. Высота Солнца в полдень равна угловому расстоянию от наблюдателя до полюса, то есть 90° минус широта наблюдателя: углы, обозначенные на рисунке дугами, равны.

Поэтому тропическая зона на этой планете – это экватор. А полярная зона – и вовсе две точки: Солнце не опускается под горизонт только на полюсах (рис. 4).

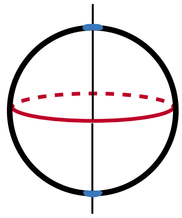


Рис. 4. Тропики (красная линия) и полярные зоны (синие точки)

(Ю4) Солнце у всех «наблюдателей» восходит ровно на востоке, а садится на западе. В течение дня оно движется по большому кругу, но круг этот наклонён к плоскости горизонта тем сильнее, чем меньше широта (рис. 5). Если широта 45°, то и Солнце поднимется над горизонтом на $90°-45°=45°$. В течение всего года Солнце движется каждый день по одному и тому же кругу.

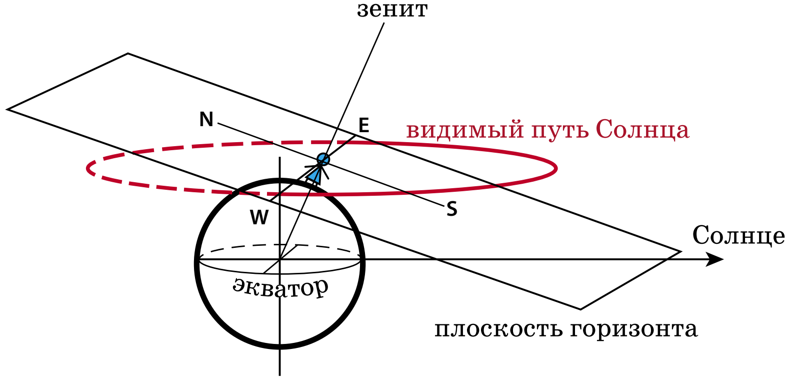


Рис. 5. Перемещение Солнца в течение суток, как это кажется человечку: половину суток Солнце проводит над горизонтом, половину – под ним.

Разобрались с Юпитером? Полетели теперь на другую планету!

УРАН

Эта планета «ходит, лёжа на боку» – ось её вращения лежит ровно в плоскости её орбитального движения вокруг Солнца (рис. 6). Очень важно, что, как и всякий хорошо закрученный волчок, планеты ни за что не хотят менять направление своего вращения, и ось Урана «смотрит» всегда в одну и ту же сторону – на одну и ту же далёкую звезду! (А не поворачивается всё время к Солнцу, как можно было бы подумать.) Имея уже некоторый опыт изучения Юпитера, давайте исследуем эту планету. Обратите внимание, что теперь ситуация для каждого жителя планеты меняется в течение года! При решении задач рисуйте побольше рисунков, выбирайте удобный ракурс: иногда больше подходит вид сверху, иногда – сбоку.

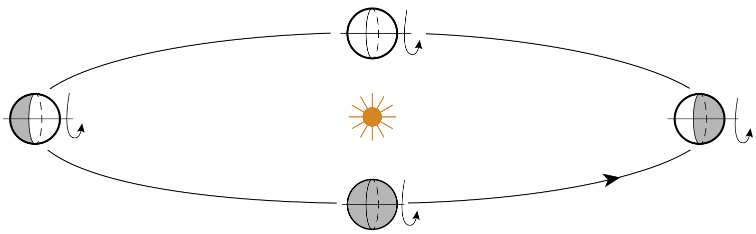


Рис. 6. Так Уран вращается вокруг Солнца: ось планеты всегда направлена одинаково.

Планета	Период обращения вокруг Солнца (продолжительность местного года)	Период вращения вокруг оси (продолжительность местных суток)
Земля	1 год = 365,25 земных суток	24 земных часа
Юпитер	12 земных лет	10 земных часов
Уран	84 земных года	17 земных часов

Задача У1. Найдите (и нарисуйте) полярные и тропические зоны Урана. Обратите внимание, что нужное условие должно выполняться хотя бы раз в году.

Задача У2. Начнём на этот раз с жителя полюса. Разберитесь, как у него меняется освещённость в течение года. Когда (в каком месте орбиты) у него лето, когда зима? Бывают ли дни, когда Солнце в зените – и сколько в году таких дней? Бывает ли полярный день и полярная ночь, и если да, то сколько времени (какую часть года) они длятся? Раскрасьте на орбите планеты (вид сверху или сверху-сбоку) соответствующие точки и области.

Задача У3. Те же вопросы для жителя экватора.

Задача У4. Те же вопросы для жителя «тамошней Венеции» – на широте 45°.

И, наконец, самая сложная

Задача У5. Для каждого из героев задач У2–У4 нарисуйте (приблизительно) видимый путь Солнца на небе в течение года: для жителя Юпитера Солнце весь год крутится по одной и той же окружности. А здесь? *Подсказка*: бывает ли день, когда Солнце не движется?

Окончание в следующем номере

Художник Анна Горлач

Владимир Красноухов

Симметричные созвездия, или SYMM-ASTER PUZZLE

Эта одна из тех головоломок, которые легче изготовить, чем решить. Из оргстекла, тонкой фанеры или толстого картона вырежем три фигуры – треугольник и две трапеции – по разметке, приведённой на рисунке 1. Бóльшая высота треугольника должна составлять 20 см (этот размер мы рекомендуем, если головоломка предназначается для игротеки; для карманного варианта все линейные размеры можно взять в два раза меньше). Наклеим звёздочки на поверхность элементов (с обеих сторон). Это надо сделать как можно аккуратнее точно в местах, показанных на том же рисунке. Можно не наклеивать звёздочки, а высверлить отверстия и доработать лобзиком.

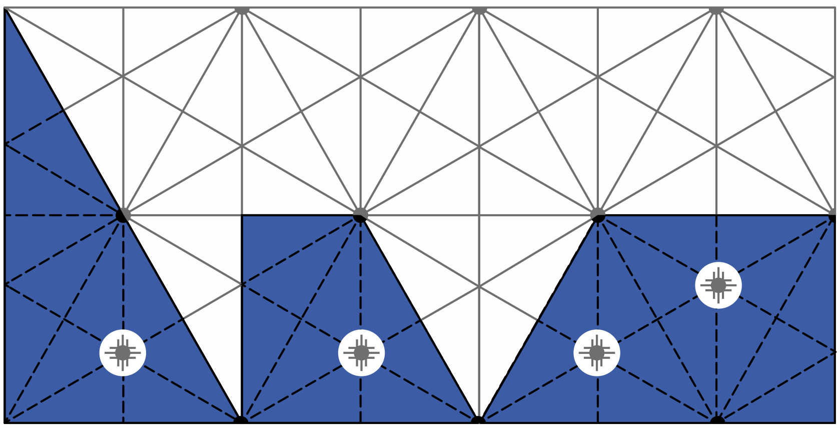


Рис. 1.

Из этих элементов можно построить некоторое количество симметричных фигур, что является уже само по себе довольно увлекательной задачей. Примеры таких фигур приведены на рисунке 2. Первая и вторая фигуры обладают центральной симметрией, остальные – зеркально симметричны.

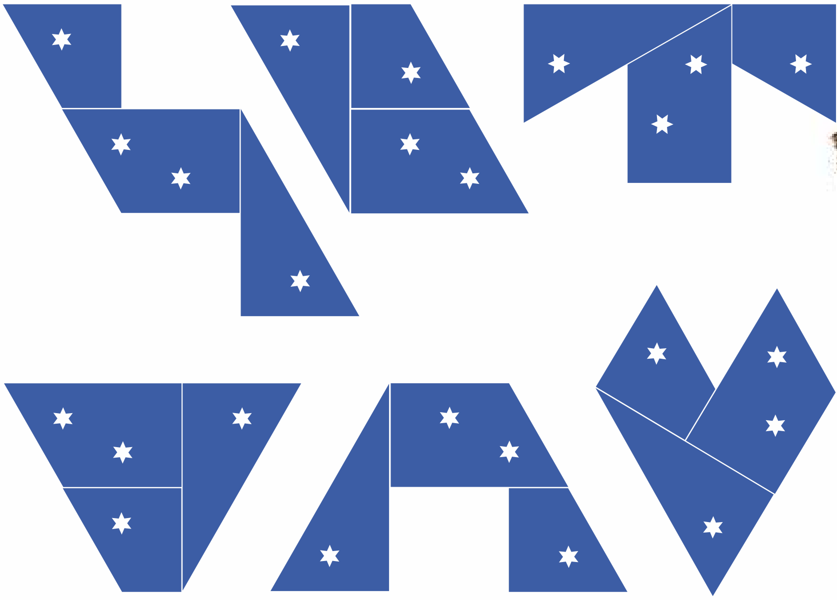


Рис. 2.

Но на всех этих фигурах (обратите внимание!) – звёздочки в симметрии не участвуют, созвездия, которые они создают, не симметричны.

★ **Вопрос:** можно ли построить такие симметричные фигуры, чтобы получившиеся созвездия были также симметричными?

Автор этой головоломки (В. Красноухов) утверждает, что можно, причём не единственным способом. Существует 6 таких решений. Два из них очень просты (почти очевидны), два вторых – посложнее, а вот два последних найти очень трудно! Одно из этих решений обладает центральной симметрией, остальные зеркально симметричны. Добавим, что за рубежом эта головоломка получила название Symm-Aster Puzzle.

Ответы читайте в следующем номере

Художник Инга Коржнева

Игорь Акулич

Третий побег

Голос генерала был холоден и суров:

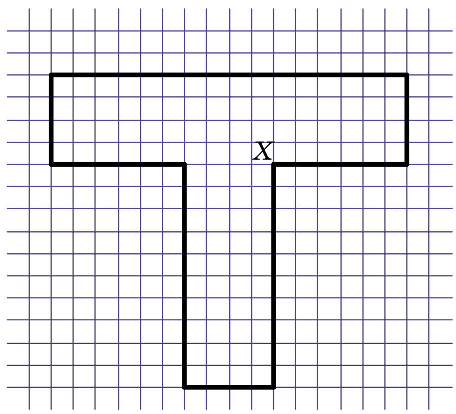
– Подполковник Джейлер[1], будьте добры объяснить, каким образом из вашей тюрьмы трижды сбежал один и тот же заключённый!

– Я не подполковник, я полковник… – послышалось робкое возражение.

– Это уже в прошлом. Итак, майор, я жду. Только с самого начала и по порядку.

Дважды разжалованный Джейлер горестно вздохнул и начал:

– Площадь нашей тюрьмы очень велика – несколько квадратных миль. Охранять периметр такой территории – дело нелёгкое. Поэтому с давних времён она была окружена рвом – вот схема его внутренней границы. Видите, чёрные линии:

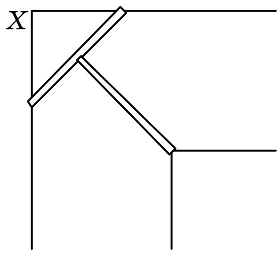


– А фиолетовые что означают?

– Это просто квадратная координатная сетка. Для наглядности. Ширина рва повсюду 2 метра. Заключённый раздобыл пару досок длиной по 1,9 метра каждая, положил их на стороны внутреннего прямого угла X, отмеченного на рисунке, и по получившемуся Т-образному мостику выбрался наружу[2]:

[1] Пишется так: Jailer, от английского jail – тюрьма. Должность обязывает!

[2] Подробности этого подвига см. в «Квантике» № 12 за 2014 год, с.16.

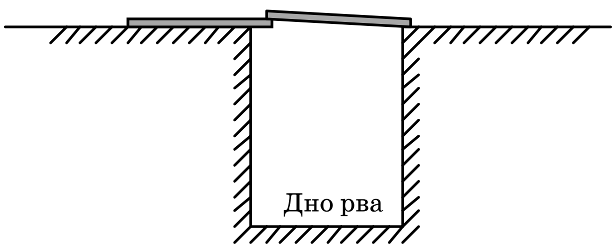


– Хитро!

– К счастью, его довольно быстро поймали и вернули опять к нам. Мы, конечно, предприняли необходимые меры – усилили контроль за всеми углами. Но тем самым пришлось ослабить наблюдение за прямолинейными участками рва. Сами понимаете, господин генерал, финансирование ограничено, и...

– Нечего слёзы лить! К делу, капитан!

– Да, конечно. Беглец опять нашёл пару таких же досок и подобрал себе напарника примерно такого же веса, как и он сам. После этого они положили доски вот таким образом[3]:

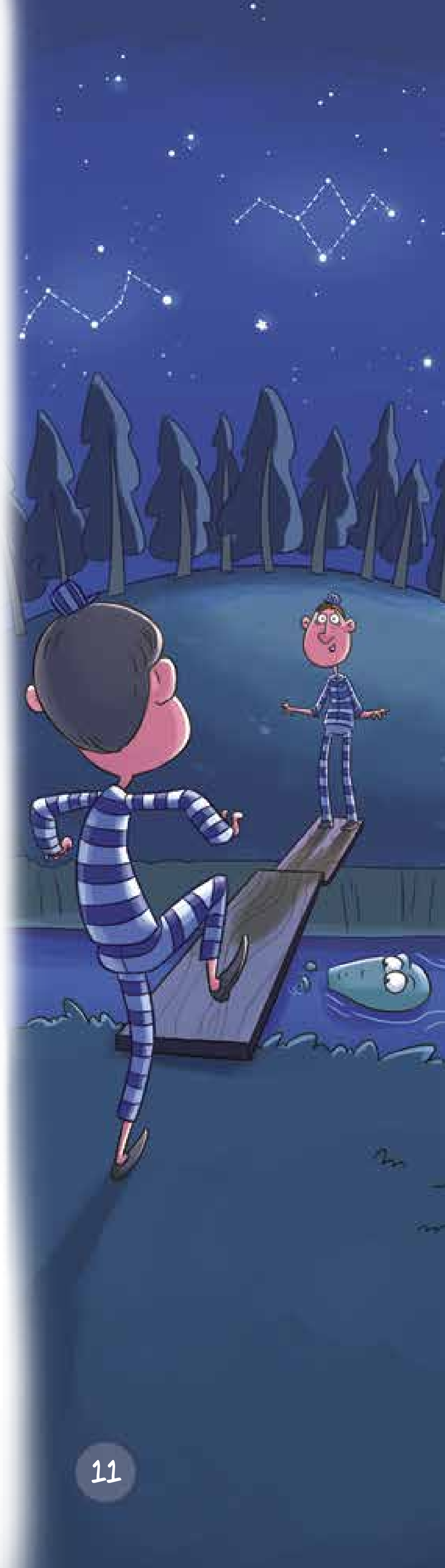


Дальше один из них стал на левый конец левой доски, а второй спокойно перешёл ров. Потом они переложили доски симметрично, и уже сообщник стал на правый конец правой доски, а первый выбрался наружу. Правило рычага!

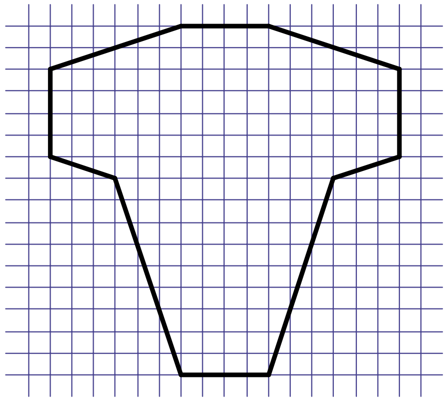
– Вижу, он у вас образованный человек. И геометрию знает, и физику. Что же он применил в третий раз? Квантовую механику?

– Вот тут начинаются загадки. Во второй раз беглеца ловили намного дольше, и мы заранее предприняли необходимые меры. Во-первых, я приказал «затупить» все прямые углы, чтобы он не смог больше

[3] А об этом рассказано в «Квантике» № 3 за 2016 год, с.11.



применить свой Т-образный трюк. Схема внутренней границы рва стала такая:



Заодно и площадь нашего заведения несколько нарастили. А то такая скученность была. Финансирование...

– Хватит об этом, лейтенант! Что ещё?

– И самое главное – увеличили повсюду ширину рва до 2,1 метра! Теперь-то ему пара досок длиной по 1,9 метра уж никак не помогла бы!

– А на самом деле?

– На самом деле – помогла! Мы их потом нашли – валялись на дне рва. Причём сбежал он на этот раз в одиночку. Каким образом – не понимаю!

– А я, кажется, понимаю, – пробормотал генерал, разглядывая разложенные перед ним схемы. – Иначе как головотяпством ваши действия, сержант, не назовёшь.

– Сержант? – в ужасе воскликнул Джейлер. – Но ведь... это звание не соответствует должности начальника тюрьмы.

– Верно, не соответствует. Поэтому теперь вы – начальник патруля. Будете обходить свой ров по двадцать раз в день. И ночью столько же. Не хотите работать головой – работайте ногами!

Вопрос читателю: каким способом, по-вашему, непоседливому заключённому удалось совершить третий побег? И справедливы ли претензии генерала к бывшему начальнику тюрьмы?

Художник Анна Горлач

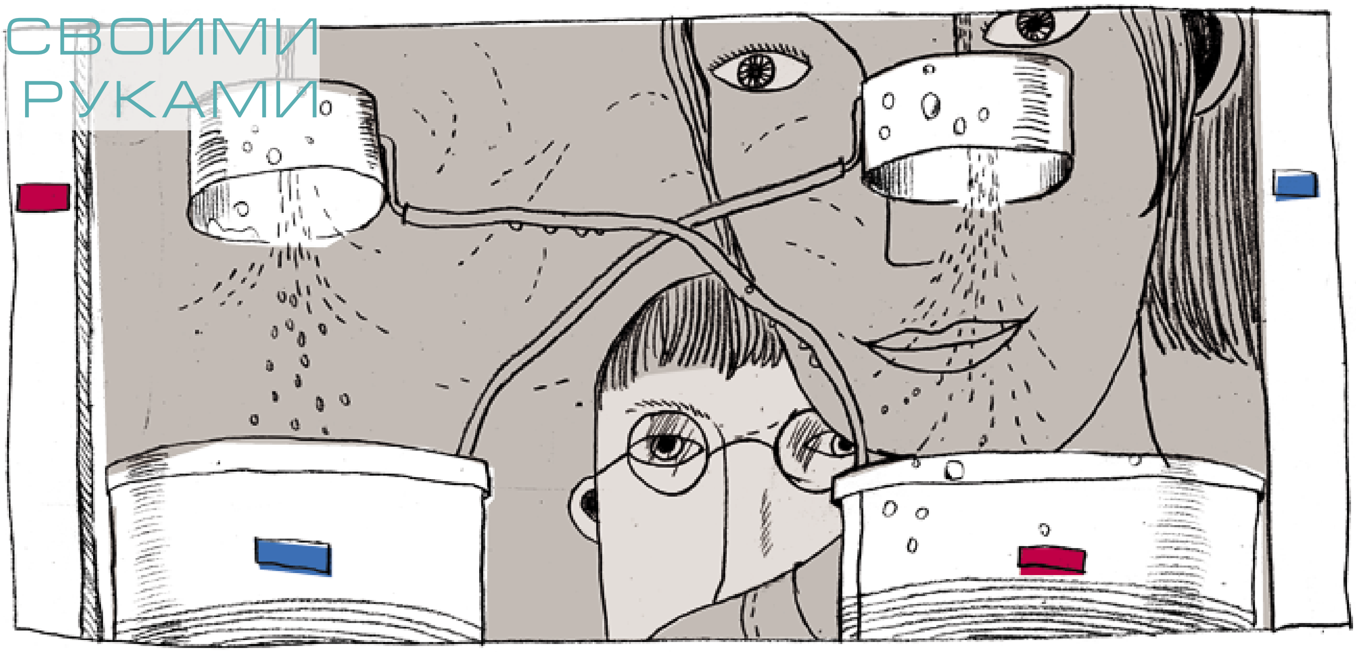
Андрей Щетников

КАПЕЛЬНИЦА КЕЛЬВИНА

Английский физик Уильям Томсон, которому за его заслуги перед наукой британская королева пожаловала титул лорда Кельвина, придумал в 1867 году оригинальное устройство, предназначенное для разделения электрических зарядов. Оно работает за счёт падающих капель, и поэтому его называют *капельницей Кельвина*. Я опишу устройство такой капельницы, которую мы построили, чтобы показать её в фильме для проекта GetAClass. А вы можете воспроизвести нашу конструкцию своими руками или придумать собственную капельницу, ещё лучше нашей.

Мы взяли кусок толстого пеноплекса и вырезали из него ножом квадратную раму размером 30 × 30 см. С помощью двойного скотча приклеили эту раму на подставку, а сверху приделали ещё одну пеноплексовую пластину размером 30 × 10 см.

Ещё вам потребуются четыре консервные банки, кусок толстой изолированной медной проволоки длиной около полуметра, две полоски жести 15 × × 3 см и два пустых стержня от авторучки. Обе жестяные полоски надо согнуть кольцами и сшить эти кольца с помощью шила и стальных скрепок. Кольца прикрепляются к двум нижним банкам крест-накрест с помощью двух кусков проволоки, зачищенной на концах. Лучше всего соединять



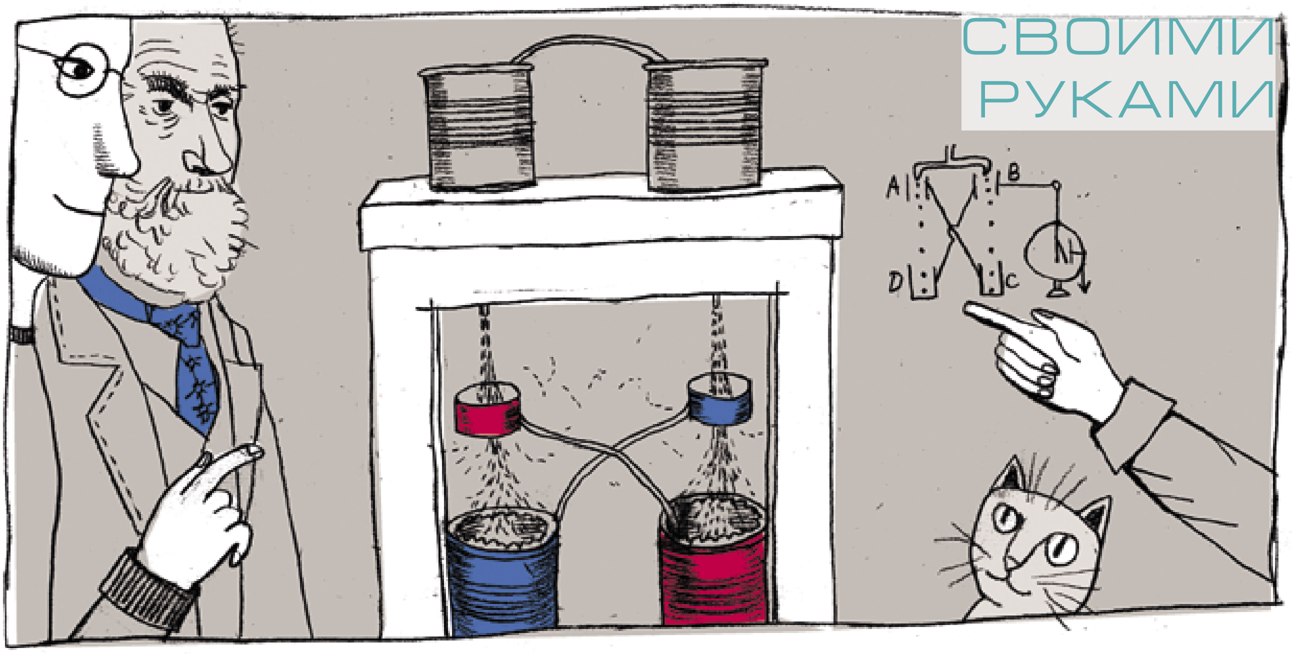
проволоку с жестью с помощью паяльника. Эти кольца принято называть *индукторами*.

На одном конце обеих трубочек от стержней надо сделать сужение, растянув их над огнём свечки. В двух верхних банках делаются отверстия на дне, и трубочки вставляются в эти отверстия так, чтобы широкие концы трубочек были направлены вверх. Места соединения банок и трубочек надо промазать воском или герметиком – они ни в коем случае не должны протекать. Испытайте эту часть устройства: по очереди заполните обе банки водой и убедитесь, что вода бежит из стержня тонкой струйкой, распадающейся на капли.

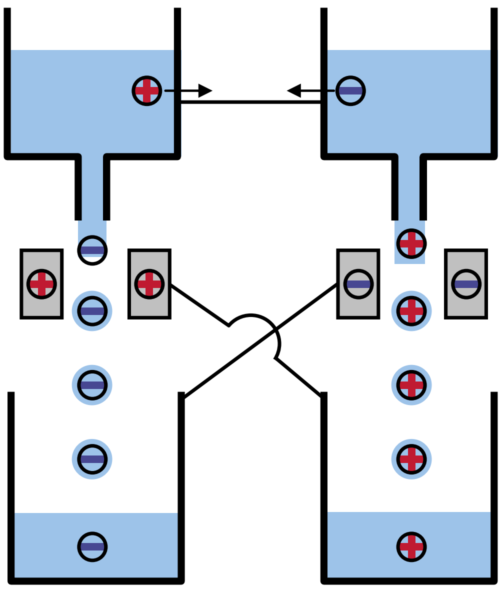
Шилом проколем тонкие отверстия в раме и вставим в них трубки. Все четыре банки прикрепим к раме двойным скотчем. Осталось соединить верхние банки ещё одним куском провода, и машина готова.

Залейте в верхние банки воду и наблюдайте. Сначала вода потечёт из трубочек вниз, так что струйки будут пролетать через индукторы. Но потом, если всё сделано правильно, вы увидите нечто удивительное: струйка под индуктором начнёт распадаться на капли, которые полетят во все стороны, а отдельные капли даже подлетят вверх по дуге и попадут на индуктор. Подведите к одной из нижних банок палец – вы почувствуете несильный электрический разряд. При этом банка, которую вы разрядили своим прикосновением, заряжается снова уже через пару секунд.

Как же работает это замечательное устройство? Допустим, что на левой нижней банке уже имелся небольшой положительный заряд. Часть этого заряда по соединительному проводу перетекает на правый индуктор. Положительный заряд на правом индукторе притягивает к себе отрицательный заряд из правой верхней банки. Оторвавшиеся капли переносят этот отрицательный заряд в правую ниж-



нюю банку. Часть этого заряда по соединительному проводу перетекает на левый индуктор. Отрицательный заряд на правом индукторе притягивает к себе положительный заряд из левой верхней банки. Оторвавшиеся капли переносят этот положительный заряд в левую нижнюю банку. Она заряжается сильнее, значит, сильнее заряжается и связанный с ней индуктор, и процесс разделения зарядов идёт всё быстрее и быстрее, в геометрической прогрессии, то есть с каждой каплей количество заряда в банке увеличивается в одно и то же число раз.



Почему же разделение зарядов в какой-то момент прекращается? Дело в том, что падающие заряженные капли отталкиваются от своей нижней банки, имеющей электрический заряд такого же знака, и притягиваются к индуктору, заряд которого имеет противоположный знак. Кроме того, части заряженной капли отталкиваются друг от друга, капля разрывается на мелкие капельки, которые летят мимо нижней банки. Силы тяжести уже недостаточно, чтобы разделять заряды ещё сильнее, и капельница выходит на режим насыщения. Электрическое напряжение, создаваемое таким устройством, может достигать нескольких киловольт, но накапливаемые заряды невелики, и поэтому разрядный ток не является опасным.

Художник Артём Костюкевич

Игорь Акулич

НОСКИ и ПЕРЧАТКИ

Задача под таким названием имеется в книге Я. И. Перельмана «Живая математика»[1]. Вот как она формулируется:

В одном ящике лежат 10 пар коричневых и 10 пар чёрных носков, в другом – 10 пар коричневых и 10 пар чёрных перчаток. Сколько носков и перчаток достаточно извлечь из каждого ящика, чтобы из них можно было выбрать одну (какую-либо) пару носков и одну пару перчаток?

Вот как автор решает эту задачу:

Достаточно будет трёх носков, так как два из них будут одинакового цвета. Не так просто обстоит дело с перчатками, которые отличаются друг от друга не только цветом, но ещё и тем, что половина перчаток правые, а половина – левые. Здесь достаточно будет 21 перчатки. Если же доставать меньшее количество перчаток, например 20, то может случиться, что все 20 будут на одну и ту же руку (10 коричневых левых и 10 чёрных левых).

Что здесь добавить? К носкам вопросов нет – они чисты перед нами. А насчёт перчаток… Конечно, недостаточность 20 перчаток обоснована очень чётко. Но въедливый читатель, должно быть, заметил, что утверждение о достаточности 21 перчатки, вообще-то, голословно. Иначе говоря: из того, что 20 перчаток мало, вовсе не следует, что 21 – в самый раз! А вдруг необходимо брать 22? Или ещё больше?

К счастью, доказать достаточность именно 21 перчатки можно без труда.

[1] Издание 8-е, М.: Наука, 1967, глава 3, задача 32.

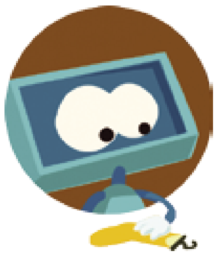
Мысленно сформируем из имеющихся перчаток 20 пар, чтобы в каждой паре обе перчатки были одного цвета, но на разные руки. Если взять теперь наугад 21 перчатку, то, по крайней мере, две из них окажутся принадлежащими одной и той же паре (пар-то только 20). Это и будет та пара перчаток, которая нам нужна.

Более того, такие же рассуждения позволяют сделать гораздо более сильный вывод: даже если все 20 пар имеют разные цвета (красный, синий, жёлтый и т.д.), то и здесь 21 перчатка – достаточное количество для «формирования» одной подходящей пары.

Вернёмся, однако, к исходному условию, в котором было 10 пар коричневых и 10 пар чёрных перчаток. Предположим, что мы, сунув руку в ящик, можем на ощупь отличать левые перчатки от правых. Какое наименьшее число извлечённых перчаток заведомо достаточно для достижения цели? При этом придётся рассмотреть два варианта:

1) после каждой вынутой перчатки мы можем на неё посмотреть и обдумать дальнейшие действия (то есть какую следующую перчатку доставать – левую или правую);

2) сначала мы достаём необходимое количество перчаток не глядя и только потом смотрим, что это мы достали (такое, например, может случиться, если ящик находится в тёмной комнате, зайти в которую разрешено лишь один раз).



Художник Евгения Константинова

Пётр Волцит

ПОЧЕМУ СВЕТОЛЮБИВЫЕ ДЕРЕВЬЯ ЕЩЁ НЕ ВЫМЕРЛИ?

Окончание. Начало в № 5

Внимательный читатель, возможно, обратил внимание, что мы, рассказывая о стратегии светолюбивых видов, старательно обходили вниманием дуб. Это потому, что дуб – совершенно парадоксальное дерево.

Он светолюбив, почти как берёза, но растёт медленнее любого самого теневыносливого дерева. Вырасти может только на поляне или опушке, но имеет огромные тяжёлые жёлуди, не способные откатиться дальше пары метров от материнского дерева. Кажется, дуб вобрал в себя все недостатки обеих стратегий, не взяв ни одного преимущества.

А между тем дуб не просто выживал до появления человека, но и был самым главным, самым многочисленным деревом Восточно-Европейской равнины. Сейчас от тех дубрав мало что осталось – вырубили, – но ещё во времена Киевской Руси леса с преобладанием дуба покрывали огромную площадь. В чём же секрет дуба?

Главное его преимущество – долговечность. Ель в природе обычно живёт не больше 250 лет, липа – 150–200, клён и того меньше. А дуб – в среднем до 350, а отдельные рекордсмены и до 1000 лет. Представим себе картину: на какой-то поляне, вытоптанной зубрами, одновременно «посеялись» берёза, дуб, ель и липа. И допустим, что дубу каким-то чудом удалось вырасти. Откуда взялось это «чудо», мы ещё поговорим.

Итак, что мы увидим через 80 лет? Богатый лес из 4 видов деревьев. Лет через 100–120 из него выпадет берёза. Через 150 – клён. Через 200 останутся дуб и ель, а затем отомрут ели, и дуб наконец-то останется в гордом одиночестве, при этом у него будет в запасе ещё сто лет, чтобы засеять желудями всю округу.

Но почему бы той же ели не дать второе поколение сразу под этим дубом-долгожителем? Действительно, иногда под дубами вырастают молодые ели. Но обычно они погибают, не успев вырасти выше 2–3 метров. И дело не столько в затенении, которое тоже есть, и немалое, сколько в корневой конкуренции: дуб просто высасывает из почвы всю воду, и в жаркое сухое лето (а рано или поздно такое случится) молодые ёлочки под пологом дуба гибнут от засухи.

Что же, дуб всех вытеснил? Как же тогда остальные выжили? Не забывайте, что дело начиналось с небольшой полянки – дубы не вырастают одновременно по всей площади леса.

Естественный лес можно представить себе в виде мозаики полян на разной стадии зарастания. Собственно поляны – там, где деревья умерли совсем недавно. Через 50 лет такая полянка становится царством берёз и осин, а также подроста других деревьев. Участок взрослого липово-кленово-елово-дубового леса был поляной 150–200 лет назад. И группа дубов-великанов в четыре обхвата – тоже бывшая полянка, а также будущая.

Так что, хотя в конкретном месте в итоге может остаться только дуб, в целом в лесу всем найдётся место.

Но как же дуб умудряется выжить в условиях жёсткой конкуренции на стадии подроста? И как жёлуди долетают до образовавшихся полян?

Тут на помощь дубу опять приходят животные. У дуба есть ещё одно чрезвычайно полезное свойство: он невкусный. Молодые берёзки, осинки и клёны обгладывают зайцы, олени, лоси, зубры и другие животные. Иногда они просто задерживают рост деревьев, «обнуляя» преимущество в скорости. А порой и «загрызают насмерть».

Побеги липы тоже едят копытные, да и растёт она ненамного быстрее дуба. Кроме того, липа ужасно медленно размножается семенами: они у неё часто оказываются невсхожими. У взрослых же лип кору часто задирают зубры. Пока зубров было много, они эффективно регулировали численность этого

теневыносливого дерева. Теперь, когда зубры остались только в зоопарках и питомниках, липа постепенно становится одним из доминирующих деревьев наших лесов.

У ели свой враг: короед-типограф. Если ель начинает всех вытеснять и пытается установить в лесу «единоличное правление», короеды бурно размножаются и проделывают в сплошном еловом лесу большие «вырубки». Такую картину мы наблюдаем в последние десятилетия в лесах средней полосы России. Для ели новость плохая, а для берёзы, осины и дуба – преотличнейшая!

Имеются свои «регуляторы» и у других видов. Конечно, есть враги и у дуба, но обычно они действуют слабо, не убивая деревце, а лишь немного замедляя его рост. Так что хотя бы несколько дубков на поляне вырастет. А дальше им останется только пережить всех конкурентов.

Вот только как желудям добраться из тенистого леса до светлой поляны? На этот случай у дуба есть верная помощница – сойка. Она очень любит жёлуди и во множестве запасает их на зиму, закапывая по всему лесу, в том числе на опушках. Бóльшую часть запасов зимой она раскапывает и съедает, но какие-то забудет, какие-то выронит – желудей на дубе в урожайный год созревает так много, что даже если одна тысячная их уцелеет и прорастёт, без потомства дерево не останется.

Как видите, разные деревья выбрали разные стратегии выживания. Какая же из них самая выгодная?

Нет такой. Раз выживают все виды, значит, каждый нашёл свой способ приспособиться. А вот сами по себе различия в приспособлениях деревьев – очень успешная «стратегия» матушки-природы: без неё в наших лесах рос бы только один вид. И что в этом было бы хорошего?

Задача. Как известно, возраст побега и молодого деревца легко определить по почечным кольцам. *Почечное кольцо* – это тесно сближенные рубчики на коре побега, оставшиеся от почечных чешуй. Оно маркирует границы между приростами разных лет.

Но у некоторых деревьев, например дуба, задача осложняется тем, что верхушечная почка в благоприятное лето даёт второй (а порой и третий, и четвёртый) прирост. И между первым и вторым приростом также остаётся почечное кольцо. Как определить, выросли ли эти два отрезка побега в один год или в два разных?

Рассмотрите рисунок и определите, в каком году вырос отрезок побега, помеченный стрелкой.

Художник Инга Коржнева

ЗАДАЧА АПОЛЛОНИЯ

Смотри!

Максим Прасолов

В III веке до н.э. Аполлоний из древнегреческого города Перги решал такую задачу.

ЗАДАЧА. *Построить все окружности, которые имеют только одну общую точку с каждой из трёх данных окружностей.*

Когда две окружности имеют ровно одну общую точку, говорят, что они *касаются* друг друга.

Две зелёные окружности на рисунке 1 касаются трёх чёрных окружностей.

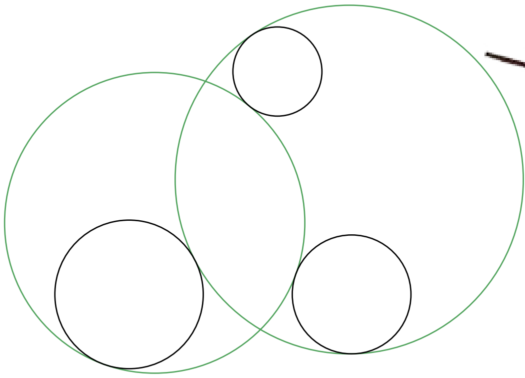
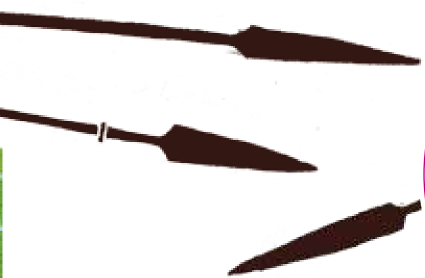


Рис. 1.

ТЕОРЕМА. *Если для трёх данных окружностей количество окружностей, касающихся всех трёх, конечно, то оно не больше* 8.

Если окружность касается трёх данных окружностей, будем называть её *контактной окружностью*.

ВОПРОС 1. В каком случае контактных окружностей бесконечное количество? Сколько окружностей касаются двух данных окружностей?



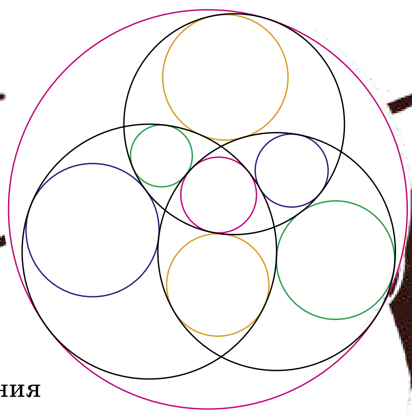


Рис. 2.
8 окружностей Аполлония

СМОТРИ!

Чтобы разобраться, как может меняться количество контактных окружностей, будем двигать три исходные окружности и менять их радиусы. Пусть при этом число точек пересечения трёх окружностей не меняется. Тогда и количество контактных окружностей не меняется, но, правда, некоторые из них могут превратиться в прямые, как на рисунке 3.

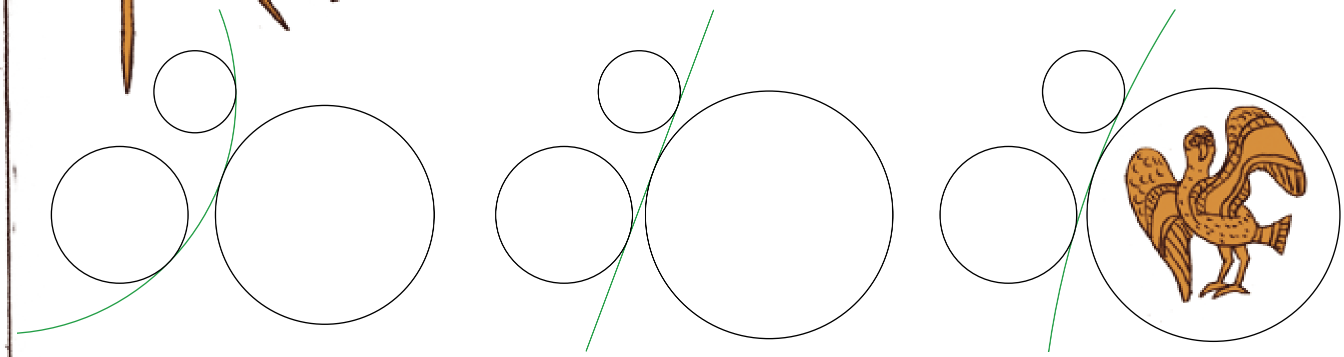
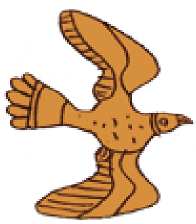


Рис. 3



Теперь будем менять исходные окружности так, как показано на рисунке 4. В момент касания зелёная и синяя пары контактных окружностей сливаются в одну зелёную и в одну синюю окружности, а потом исчезают. Число контактных окружностей при этом уменьшается.

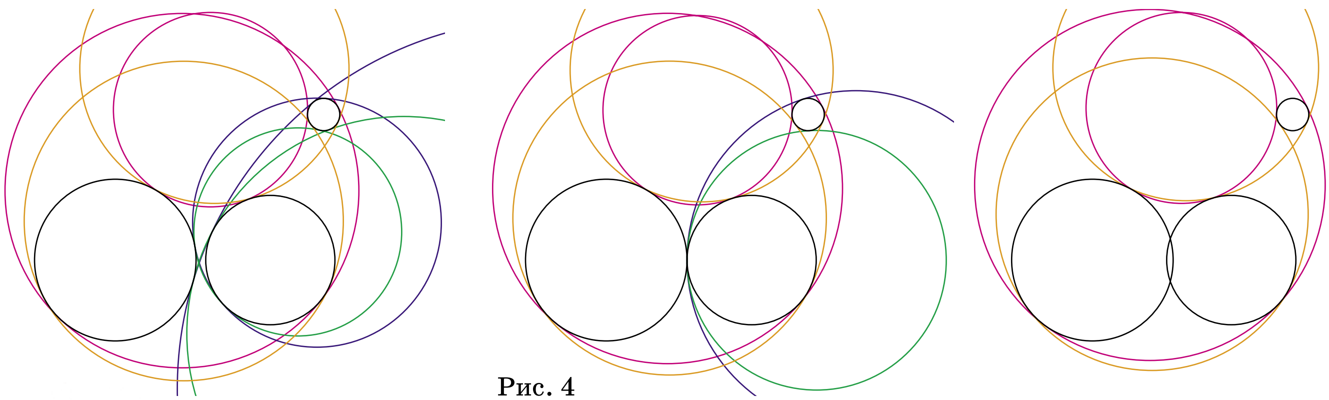
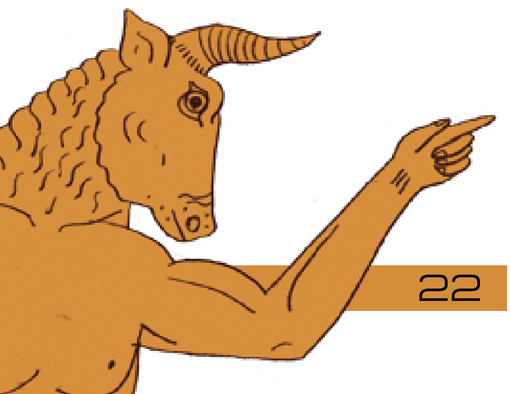
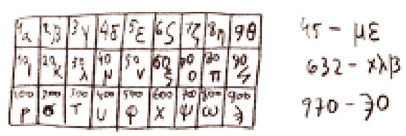


Рис. 4



Разберитесь для каждой стрелочки на рисунке 5, как меняются точки пересечения исходных чёрных окружностей и что при этом происходит с цветными контактными окружностями. Например, красная стрелка показывает, как тройная точка (на рисунке



под стрелкой) превращается в три обычные точки пересечения и из тройной точки вырастают четыре маленькие контактные окружности.

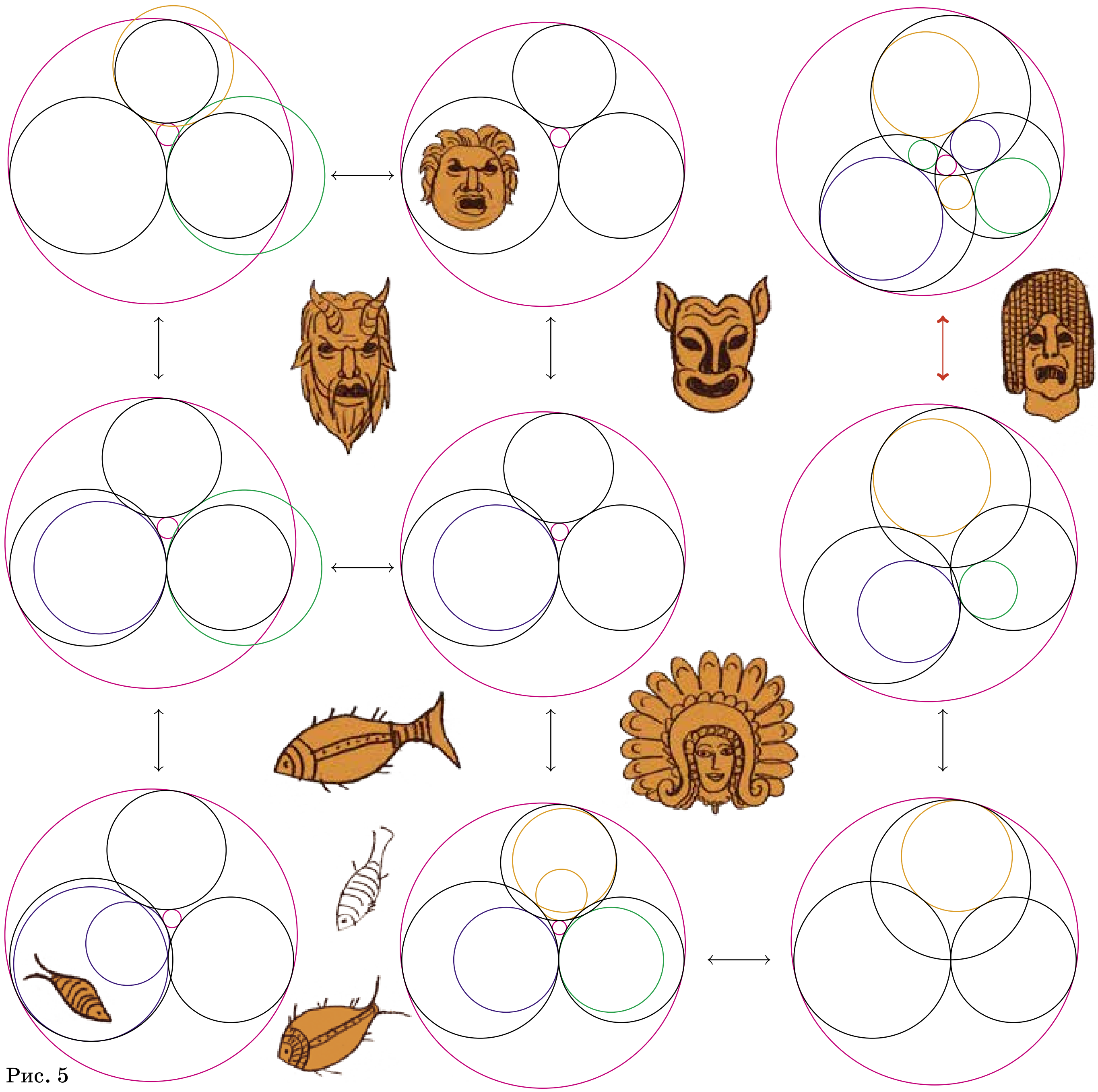


Рис. 5

ВОПРОС 2. В каком случае нет ни одной контактной окружности?

Художник Артём Костюкевич

Ольга Кузнецова

Слова в костюмах

Мотя с детства слышал словосочетание «перочинный ножик». У его папы был такой, и Мотя, конечно, мечтал, что в один прекрасный день ножик купят и ему. Вообще-то он мог на это надеяться, потому что у него были пятёрки по русскому языку и он даже умел хорошо раскладывать слова на морфемы: находить в них корень, приставку, суффикс и прочее. Но из-за того, что наш отличник часто слышал и повторял слово «перочинный», ему было трудно разобрать это слово правильно. А ведь в нём спрятано изначальное предназначение ножа: чинить (делать острыми) перья, которыми раньше писали (см. I тур конкурса по русскому языку в «Квантике» № 1 за 2016 год).

Когда мы с вами были совсем маленькими, то учили многие слова со слуха: повторяли за взрослыми. А когда подросли, научились читать и писать. Сейчас, встречаясь с новыми словами, мы чаще понимаем, почему то или иное слово имеет именно такой вид, «костюм». И даже можем догадаться, какие у слова есть «родственники» в языке. Но к некоторым словам так привыкаешь, что в них бывает трудно узнать смысл, который скрыт под «костюмом». А бывает, что слово само по себе странно устроено или редко употребляется. Тогда мы тоже не задумываемся, почему вещь называется именно так. Например, девочка Тоня твёрдо знала, что в её комнате стоит платяной шкаф. И хотя она, как и многие девочки, носила разные красивые платья, ей не сразу было понятно, что слово «платяной» имеет отношение к одежде. Если бы шкаф назывался «платьевый» или какой-нибудь «платьешный» – наверное, Тоня бы задумалась о смысле слова. Да ведь и само слово «платье» раньше обозначало разную одежду, в том числе мужскую. Разве об этом сразу догадаешься?

Когда слово с течением времени меняет свой смысл, а «костюм» остаётся, – бывает ещё интереснее. Например, в одном стихотворении XVII века (а ведь это 400 лет назад!) есть такая строчка о несчастном человеке: «И ходит, и седит, яко изумлен». «Седит» – это, конечно, «сидит» (сравним: «сесть», «сел»). «Яко» –

это «как». А вот почему человек «изумлён»? Кто его изумил? Если внимательно посмотреть на слово «изумлённый» – окажется, что оно описывает человека, будто бы вышедшего из ума. И действительно, наш несчастный не находит себе места, он, как говорится, «не в себе». А современное слово «изумление» уже не имеет этого смысла. Это просто сильное удивление, иногда даже приятное, и в этом состоянии совсем необязательно терять голову.

В другом древнерусском тексте говорится об очень хорошем человеке. Автор называет его «ангел плотный». Тут начинаются чудеса: ангел обычно представляется как существо лёгкое, полупрозрачное. Как же он может быть плотным, словно тёплые носки? И тут нужно вспомнить слово «плоть» – тело. То есть наш автор имеет в виду, что его герой как ангел, но только во плоти, ведь он живой человек. А слово «плотный», оказывается, связано с телом.

Сборник законов Древней Руси сулит строгое наказание «восхитившему некую вещь от пожара или от труса». Можно догадаться, что «восхитивший» здесь – не тот, кто привёл всех в восторг, а тот, кто украл вещь, похитил. Но подумайте, как это может быть связано с современным словом «восхищение»? И почему особенно запрещается воровать у труса? Или имеется в виду какое-то другое, устаревшее значение слова «трус»?

Также предлагаем вам поразмыслить, почему раньше люди могли назвать что-то обманчивое словосочетанием «прелестная пиявица» (неужели кому-то пиявки кажутся прелестными?) и что означает выражение «очи до́лу, ум горе́» (кажется, предлагается передать своё зрение долинам, а рассудок – горам?).

Ничего не поделаешь, язык живёт своей жизнью и слова постоянно меняют значения, оставаясь в старых «костюмах», из-за чего иногда получается путаница. Но, вглядываясь в эти «костюмы» пристально, можно почувствовать нашу связь с теми, кто жил сотни лет назад.

Художник Инга Коржнева

LXXXII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс. Мы приводим несколько задач второго (городского) тура для 6 класса, прошедшего 7 февраля 2016 года.

Городская олимпиада – устная. Решив задачу, школьник рассказывает решение одному из членов жюри, который ищет ошибки и задаёт уточняющие вопросы. Отвечающий может исправлять и дополнять решение «на ходу», но если он не может сделать этого достаточно быстро, то засчитывается неверный подход. Всего участник может сделать три подхода по каждой задаче. При подведении итогов учитывается только количество задач, решённых каждым участником.

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ II ТУРА (6 класс)

1. Числа 1, 2, 3, ..., 200 расставлены вдоль окружности в некотором порядке. Для каждого числа n среди 99 чисел, стоящих после него по часовой стрелке, и среди 99 чисел, стоящих до него, имеется поровну чисел, меньших n. Найдите, какое число стоит напротив числа 111.

Александр Голованов

2. Натуральное число можно представить как сумму 18 его делителей (не обязательно различных) и как сумму 19 его делителей (не обязательно различных). Докажите, что это число можно представить и как сумму 20 его делителей (не обязательно различных).

Владислав Франк

LXXXII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Материал подготовил Константин Кохась

3. На полке в камере хранения стоят 10 чемоданов, занумерованных в некотором порядке числами от 1 до 10. Чемоданы имеют разную ширину и стоят не обязательно вплотную друг к другу и к краям полки. Кладовщик снимает с полки чемодан № 1, а затем ставит его обратно на полку в самое левое из возможных положений, не сдвигая другие чемоданы. Затем он берёт чемодан № 2 и ставит его в самое левое положение и так далее. После перестановки чемодана № 10 кладовщик снова переходит к чемодану № 1 и так далее. Докажите, что после 100 операций кладовщик будет ставить каждый чемодан на то место, откуда его только что взял. (Если очередной чемодан пришлось поставить на место, откуда его взяли, это всё равно засчитывается как выполненная операция.)

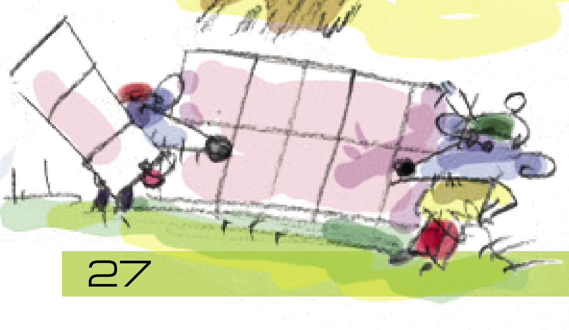
Александр Храбров

4. На острове Невезения мужчины по средам всегда говорят правду, а по четвергам всегда лгут, а женщины – наоборот. В среду каждый из них сказал: «У меня знакомых мужчин на 1 больше, чем знакомых женщин», а в четверг – «Среди незнакомых мне жителей острова мужчин на 1 больше, чем женщин». Могло ли на острове быть ровно 2015 жителей?

Андрей Солынин

5. Клетчатый квадрат 60×60 разбит на плиточки 2×5. Докажите, что можно задать такое разбиение квадрата на прямоугольники 1×3, что каждая плиточка 2×5 будет содержать целиком хотя бы один прямоугольник.

Ольга Иванова



Художник Сергей Чуб

ОЛИМПИАДЫ Русский медвежонок

Материал подготовил Илья Иткин

1. Вася узнал, что есть такая звезда – Альфа Центавра, и решил написать о ней фантастический роман. Итак, его герои полетят:

(А) *к Альфе Центавра*; (Б) *к Альфе Центавре*;
(В) *к Альфа Центавре*; (Г) *к Альфа Центавра*;
(Д) *к Альфа Центавру*.

С.А.Бурлак

2. В XVIII веке некоторые учёные полагали, что в словарях русского языка глаголы следует давать не в неопределённой форме, а в форме 1 л. ед. ч. настоящего или будущего времени, приводя в пример глаголы *жать* ‘сжимать’ и *жать* ‘срезать колосья’. Возражая им, писатель и филолог Д.И.Фонвизин упоминал, в частности, глагол...

(А) *кормить*; (Б) *поить*; (В) *есть*;
(Г) *пить*; (Д) *молчать*.

И.Б.Иткин

3. Один из героев сказочной повести Ф.Кнорре «Капитан Крокус» – сыщик по фамилии Ктифф. А как его зовут?

(А) Кики; (Б) Коко; (В) Папа;
(Г) Тити; (Д) Фуфу.

С.И.Переверзева

Художник Николай Крутиков

4. В стихотворении Р.Х.Лойнса в переводе С.Я.Маршака пропущено одно слово:

Не будь к сонету, критик, слишком строг.
Пускай бездарен он и скучен очень часто,
Но в нём не более четырнадцати строк,
А ведь в иных стихах бывает ______!

Соне́т – это стихотворение из 14 строк, написанное по определённым правилам. А сколько строк бывает «в иных стихах»?

(А) 28; (Б) 90; (В) 116; (Г) 150; (Д) 220.

М.Л.Рубинштейн

НАШ КОНКУРС, IV ТУР («Квантик» № 4)

16. *В коробке лежали спички. Их количество удвоили, а затем убрали 8 спичек. Остаток спичек снова удвоили, а затем снова отняли 8 спичек. Когда эту операцию проделали в третий раз, то в коробке не осталось ни одной спички. Сколько их было сначала?*

Проследим за числом спичек в обратном порядке – от конца к началу. Последней операцией число спичек удвоили, вычли 8 и получили 0. Значит, перед последним шагом было 4 спички. Чтобы получить число спичек перед предыдущей операцией, надо к 4 прибавить 8 и разделить на 2 – получаем 6 спичек. А перед первой операцией, то есть в самом начале, спичек было $(6+8):2$ – всего 7 штук.

17. *Прямоугольник разделён двумя отрезками, параллельными его сторонам, на 4 прямоугольника. Площади трёх из этих кусочков равны 4, 8 и 12 см². Найдите площадь четвёртого кусочка (укажите все варианты).*

Расположим прямоугольник так, чтобы кусочек площади 4 см² был в левом верхнем углу, а соседний с ним справа кусочек тоже был известной площади. Тогда есть четыре варианта расположения кусочков:

4	8
?	12

4	8
12	?

4	12
8	?

4	12
?	8

В первом случае: у верхних прямоугольников вертикальные стороны одинаковы, но площадь правого вдвое больше площади левого. Значит, горизонтальная сторона правого прямоугольника вдвое больше горизонтальной стороны левого. Но тогда это верно и для нижних прямоугольников, откуда площадь правого нижнего прямоугольника вдвое больше площади левого нижнего. То есть площадь неизвестного кусочка равна 6 см². Аналогично находим ответы в трёх других случаях: 24 см², 24 см² и 8/3 см².

18. *На столе лежит кучка одинаковых с виду монет, одна из которых фальшивая (то ли легче, то ли тяжелее обычной). Барон Мюнхгаузен положил часть монет в карман, оставив на столе не менее двух монет, и заявил, что фальшивая монета осталась на столе. Как проверить слова барона с помощью чашечных весов без гирь, потратив как можно меньше взвешиваний? (Доступны только монеты на столе, на весы можно класть любое число монет. Решение может зависеть от количества оставшихся монет.)*

Если на столе осталось чётное число монет, можно обойтись одним взвешиванием: разделить монеты на две кучки, равные по количеству монет, и положить эти кучки на две чаши весов. Если одна из чаш легче, то фальшивая монета есть, а если весы в равновесии, то фальшивой монеты на столе не было.

Если же монет на столе нечётное число, то одним взвешиванием не обойтись. Ведь если положить на весы не все монеты, они могут оказаться настоящими, и мы ничего не узнаем про оставшиеся. А все монеты класть на весы не имеет смысла – они разделятся не поровну, и куча с большим числом монет может перевесить и когда фальшивая монета есть, и когда её нет.

А двух взвешиваний хватит. Сначала делим пополам все монеты без одной и сравниваем. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета среди них. Иначе берём любую монету с весов (она настоящая) и сравниваем с оставшейся на столе монетой.

19. *Один мудрец заметил: «Наконец настал такой год, что количество зёрен, равное номеру года, можно разложить по клеткам шахматной доски так, чтобы ни на каких двух клетках не было поровну зёрен». В каком году произошла эта история?*

По условию, на всех клетках лежит разное число зёрен. Каким может быть наименьшее возможное число зёрен на доске? Самое маленькое число зёрен на клетке – это 0, следующее – 1, и так далее, то есть всего зёрен не меньше $0+1+2+\ldots+62+63=(0+63)+(1+62)+\ldots+(31+32)=63\cdot32=2016$. Значит, впервые история могла произойти в 2016 году. Но в каждый следующий год зёрна тоже можно разложить, как требуется – например, добавляя по зёрнышку на клетку с наибольшим числом зёрен. Поэтому про следующие годы нельзя сказать «наконец-то настал такой год, что…», и история произошла в 2016 году.

20. *Квантик рисует в тетради четырёхклеточные буквы «Г» так, чтобы они не накладывались друг на друга. Из двух таких букв «Г» Квантик составил фигуру, имеющую ось симметрии, и даже несколькими способами (см. рис. 1). Помогите Квантику составить фигуру, имеющую ось симметрии, из любого количества таких букв «Г», большего 2.*

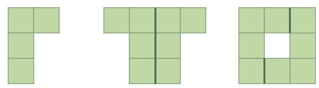


Рис. 1

Для чётного числа букв «Г» можно выложить в ряд друг за другом несколько одинаковых фигур, изображённых на рисунке 1 справа. Пример для трёх фигурок см. на рисунке 2.

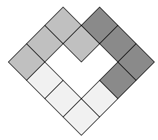


Рис. 2

Прикладывая к этой фигуре по две буквы «Г» слева и справа, получим примеры для 5, 7, 9 букв, и так далее (рис. 3).

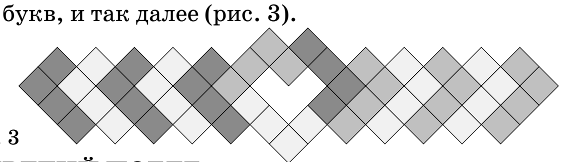


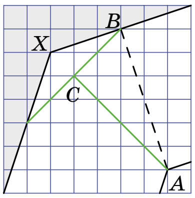
Рис. 3

ТРЕТИЙ ПОБЕГ

Претензии генерала справедливы. Главная ошибка полковника (ныне сержанта) Джейлера – изменение периметра рва. Удивительно, но факт: беглец применил тот же самый Т-образный мостик, что и при первом побеге! А как ему это удалось – сейчас разберёмся.

Интуитивно кажется, что именно для преодоления *прямого* угла требуется пара досок *наименьшей* длины. Но в данном случае интуиция подводит. Оказывается, есть такой *тупой* угол поворота, при котором можно обойтись двумя досками по 1,9 метра, даже если ширина рва составляет 2,1 метра!

Убедимся в этом. На схеме изображён тот же самый угол X, через который заключённый сбежал в первый раз (только теперь этот угол стараниями Джейлера «затуплен»). Территория тюрьмы закрашена серым, снова использована синяя координатная сетка, но шаг её выбран так, чтобы расстояние от угла X до противоположного угла A равнялась 5 диагоналям клеточек сетки.



Как видно по клеточкам, AB перпендикулярно сторонам рва. Значит, AB равно ширине рва (2,1 м). Беглец положил доски, как показано на схеме зелёным. Обозначим длины зелёных отрезков через x и проверим, что $x < 1{,}9$, то есть что длина досок достаточна.

По теореме Пифагора для прямоугольного треугольника ABC имеем $AB^2 = BC^2 + AC^2 = x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{5x^2}{4}$. Но $AB = 2{,}1$ м, поэтому $\frac{5x^2}{4} = 2{,}1^2$, откуда $x = \frac{4{,}2}{\sqrt{5}}$ м. Эта величина меньше 1,9 метра. Поэтому преступник и сумел скрыться, а начальник тюрьмы (бывший) понёс заслуженное наказание. По сути дела, сам вырыл себе яму (в данном случае – ров)!

Замечание. Оказывается, именно этот выбранный Джейлером угол позволяет преодолеть ров с помощью Т-моста с минимальной длиной досок.

НОСКИ И ПЕРЧАТКИ

Начнём со второго варианта – он, как ни странно, попроще. Здесь достаточно вытащить 12 перчаток: 11 левых и одну правую. В самом деле, так как имеется по 10 перчаток каждого цвета на одну руку, то среди 11 левых перчаток непременно будут перчатки обоих цветов. И потому к единственной правой перчатке непременно найдётся парная левая такого же цвета.

Убедимся, что 11 перчаток может не хватить. Итак, пусть мы вытащили 11 перчаток. Конечно, среди них должны быть и левые, и правые (иначе уж точно пары не будет). Но если имеется хотя бы одна левая перчатка, то правых не больше 10. Аналогично, и левых не больше 10. Поэтому вполне возможен вариант, когда все левые перчатки, взятые из ящика, окажутся чёрными, а все правые – коричневыми.

Так что ответ для второго варианта – 12 перчаток.

Перейдём теперь к первому варианту.

Очевидно, тут 12 перчаток тем более хватит. Но, может быть, можно обойтись меньшим количеством?

Как ни удивительно, возможность посмотреть на каждую перчатку сразу после её изъятия не даёт ничего! То есть при любой стратегии одиннадцатью перчатками не всегда можно обойтись. В самом деле, пусть мы каким-то образом вынули 11 перчаток. Рассуждая так же, как и выше, мы можем заключить, что среди них и левых, и правых перчаток не больше 10. А теперь представим себе, что в ящике сидит этакий Злой Рок, который, когда мы собираемся достать левую перчатку, любезно подсовывает нам чёрную, а когда мы хотим взять правую – то коричневую. Тогда, как бы мы ни хитрили, все добытые нами левые перчатки по цвету не совпадают с правыми.

ПОЧЕМУ СВЕТОЛЮБИВЫЕ ДЕРЕВЬЯ ЕЩЁ НЕ ВЫМЕРЛИ?

Помеченный отрезок побега вырос в 2015 году, как и предыдущий. Это доказывается тем, что на нём и на первом приросте 2015 года нет боковых побегов. Дело в том, что второй прирост развивается только из верхушечной почки, боковые почки на всех побегах активируются только на следующий год. Кроме того, боковые побеги, развившиеся на побеге 2014 года одновременно с помеченным, явно выросли в 2015 году – они вторых приростов не давали, а вырасти раньше не могли – тогда бы на них тоже активировались почки (хотя бы верхушечные) или они бы погибли.

LXXXII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ. II ТУР.

1. Ответ: 112. Заметим, что если число n чётно, то количество чисел, меньших n, нечётно. Эти числа могут поровну распределиться по двум группам из 99 чисел, описанных в условии, только в том случае, когда одно из них стоит напротив числа n. Итак, напротив каждого чётного числа должно стоять меньшее число.

Теперь ясно, что напротив числа 2 обязательно стоит 1, потому что это единственное число, которое меньше 2. Далее, напротив 4 может стоять только 3 (ведь мы уже знаем, что числа 1 и 2 стоят напротив друг друга). Аналогично, напротив 6 стоит 5 и так далее. Продолжая рассуждение, получим, что напротив числа 112 обязательно стоит 111.

2. Рассматриваемое натуральное число должно быть чётным. В самом деле, в противном случае все его делители нечётны, а само число равно сумме 18 нечётных делителей, то есть всё-таки чётное.

Далее заметим, что среди 19 делителей, дающих в сумме наше число, должен быть хотя бы один чётный (потому что сумма 19 нечётных чисел нечётна, и значит, не может быть равна нашему числу). Пусть этот чётный делитель равен $2x$. Чтобы представить наше число в виде суммы 20 делителей, возьмём предыдущую сумму 19 делителей и заменим в ней $2x$ на $x+x$.

3. В течение первых 10 операций заведомо исчезнет зазор между левой стенкой и ближайшим к ней левым чемоданом. Действительно, либо этот «левый чемодан» будет в свой ход придвинут к стенке, либо если в зазоре мог поместиться чемодан с меньшим номером, то самый первый из таких чемоданов и будет поставлен вплотную к стенке. В результате один из чемоданов – назовём его A – окажется стоящим вплотную к стенке и при последующих действиях кладовщика больше не будет двигаться.

В течение следующих 10 операций заведомо исчезнет зазор между чемоданом A и чемоданом, ближайшим к нему слева. Действительно, либо этот «ближайший слева чемодан» будет в свой ход придвинут к чемодану *А*, либо, если в зазоре мог поместиться чемодан с меньшим номером (кроме чемодана *А*), то самый первый из таких чемоданов и будет поставлен вплотную к чемодану *А*. В результате чемодан *А* стоит вплотную к стенке, а вплотную к нему расположен ещё один чемодан – назовём его *Б*, – причём при последующих действиях кладовщика оба чемодана больше не будут двигаться.

Продолжая эти рассуждения, мы получим, что после 30 операций у левого края стенки будут вплотную стоять уже три чемодана, после 40 операций – 4 чемодана и так далее. Наконец, после 100 операций все 10 чемоданов будут стоять слева на полке без зазоров. Перемещение чемоданов на этом завершится.

4. Для решения задачи полезно знать следующий факт, который мы для удобства сформулируем в терминах знакомства: *не существует компании, состоящей из нечётного числа людей, в которой каждый человек имеет нечётное количество знакомых* (*среди людей из этой компании*).

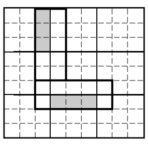
Доказательство. Пусть все знакомые пожмут друг другу руки. Так как в каждом рукопожатии участвует две руки, значит, суммарное количество «протянутых рук» чётно. С другой стороны, каждый человек протягивал руку нечётное число раз. Чтобы суммарное число «протянутых рук» в этой ситуации получилось чётным, число людей должно быть чётным.

Приступим к решению задачи. Каждый мужчина в среду сказал правду, значит, у него нечётное число знакомых (поскольку среди них мужчин на 1 больше, чем женщин). А каждая женщина сказала правду в четверг, и по той же причине у неё нечётное число незнакомых.

Предположим, что на острове 2015 жителей. Тогда у каждого человека количество знакомых и количество незнакомых в сумме дают 2014 (чётное число). Следовательно, у каждого человека количество знакомых имеет ту же чётность, что и количество незнакомых.

Таким образом, у каждой женщины нечётное количество незнакомых и, следовательно, нечётное количество знакомых. Значит, каждый из 2015 жителей имеет нечётное число знакомых, чего быть не может.

5. Сначала нарисуем разметку, разбивающую исходный квадрат 60×60 на квадратики 3×3. Заметим, что у каждой плиточки 2×5 сторона длины 5 разбита этой разметкой либо на две части (их длины 2 и 3), либо на три части (с длинами 1, 3, 1). Следовательно, на каждой плиточке имеется прямоугольник 1×3, не разбитый на части линиями разметки (на рисунке показаны примеры таких прямоугольников), – закрасим на каждой плиточке один такой прямоугольник.



Очевидно, закрашенные прямоугольники не пересекаются, так как лежат в разных плиточках. Если в каком-то квадрате 3×3 закрашено больше одного прямоугольника 1×3, то они расположены одинаково (все горизонтально или все вертикально), поскольку не пересекаются. Следовательно, каждый квадрат разметки 3×3 можно так разбить на прямоугольники 1×3, что все закрашенные прямоугольники будут принадлежать этому разбиению.

СЛОВА В КОСТЮМАХ

Глагол «похитить» также связан со словом «хитрый» (и даже «хищный»). Нужно быть достаточно хитрым и ловким, чтобы привести окружающих в восхищение.

«Трус» – это землетрясение. Современный трус – тот, кто трясётся от страха.

«Прелестный» связано со словом «лесть» и имело в древности только негативное значение («соблазнительный», «ведущий на ложный путь»).

Выражение «очи долу, ум горе» означает быть скромным и не отвлекаться на пустяки, думая при этом о высоком и важном. «До́лу» – вниз, «горé» – наверх. Связь с долинами (тем, что внизу) и горами (вверху) неслучайна.

РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Альфа Центавра – самая яркая звезда в созвездии Центавра (или, как теперь чаще пишут, Кентавра). Значит, герои романа полетят к (чему?) *Альфе* (чего?) *Центавра*. **Ответ:** (А).

2. У глаголов *жать* ‘сжимать’ и *жать* ‘срезать колосья’ совпадает неопределённая форма, а формы 1 л. ед. ч. настоящего времени различаются: *жму* и *жну*. Денис Иванович Фонвизин, бывший не только выдающимся писателем и поэтом, но и тонким и проницательным филологом, справедливо заметил, что пар глаголов, у которых, наоборот, совпадают формы 1 л., а неопределённая форма различна, в русском языке никак не меньше (а на самом деле – ощутимо больше). Сам Фонвизин приводил в пример глаголы *петь* и *поить* (1 л. пою), а также *лазить* и *ладить* (1 л. *лажу*). К ним можно добавить, например, *возить* и *водить* (1 л. *вожу*), *тузить* и *тужить* (1 л. *тужу*) и некоторые другие пары. **Ответ:** (Б).

3. Подставляя поочерёдно к фамилии Ктифф варианты имени, можно заметить, что сочетание *Тити Ктифф* похоже по звучанию на *детектив* – синоним слова *сыщик*. Таким образом, имя этого персонажа недвусмысленно намекает на его профессию. **Ответ:** (Г).

4. В первый момент может показаться, что ни один из приведённых вариантов ответа не рифмуется со словом *часто*; выбрать между ними по смыслу тем более невозможно. Однако правильный ответ легко получить, если вспомнить, что для обозначения числа 150 в русском языке есть особое (красивое и выразительное, хотя в последнее время, к сожалению, употребляемое довольно редко) слово *полтораста*. Им и заканчивается последняя строка стихотворения. **Ответ:** (Г).

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
математическом конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 июля электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com** или обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа от команды со списком участников. Результаты среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце лета. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

VI ТУР

26. За круглым столом сидят десять человек: рыцари и лжецы (и те, и другие присутствуют). Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждого спросили, кто сидит справа от него – рыцарь или лжец. Могло ли число ответов «справа от меня сидит лжец» равняться а) двум; б) одному?

27. Ноутик нарисовал на плоскости несколько отрезков, которые не пересекаются друг с другом. Всегда ли Квантик сможет соединить некоторые из их концов другими отрезками так, чтобы получилась одна несамопересекающаяся ломаная?

наш КОНКУРС олимпиады

Авторы задач: Григорий Гальперин (26), Андрей Меньщиков (28),
Игорь Акулич (29), Александр Романов (30)

28. Найдите какие-нибудь два различных натуральных числа, больших пяти, которые и в сумме, и в произведении дают число-палиндром. (Напомним, что число называется палиндромом, если цифры в нём идут слева направо в том же порядке, что и справа налево, например: 717, 55, 3223.)

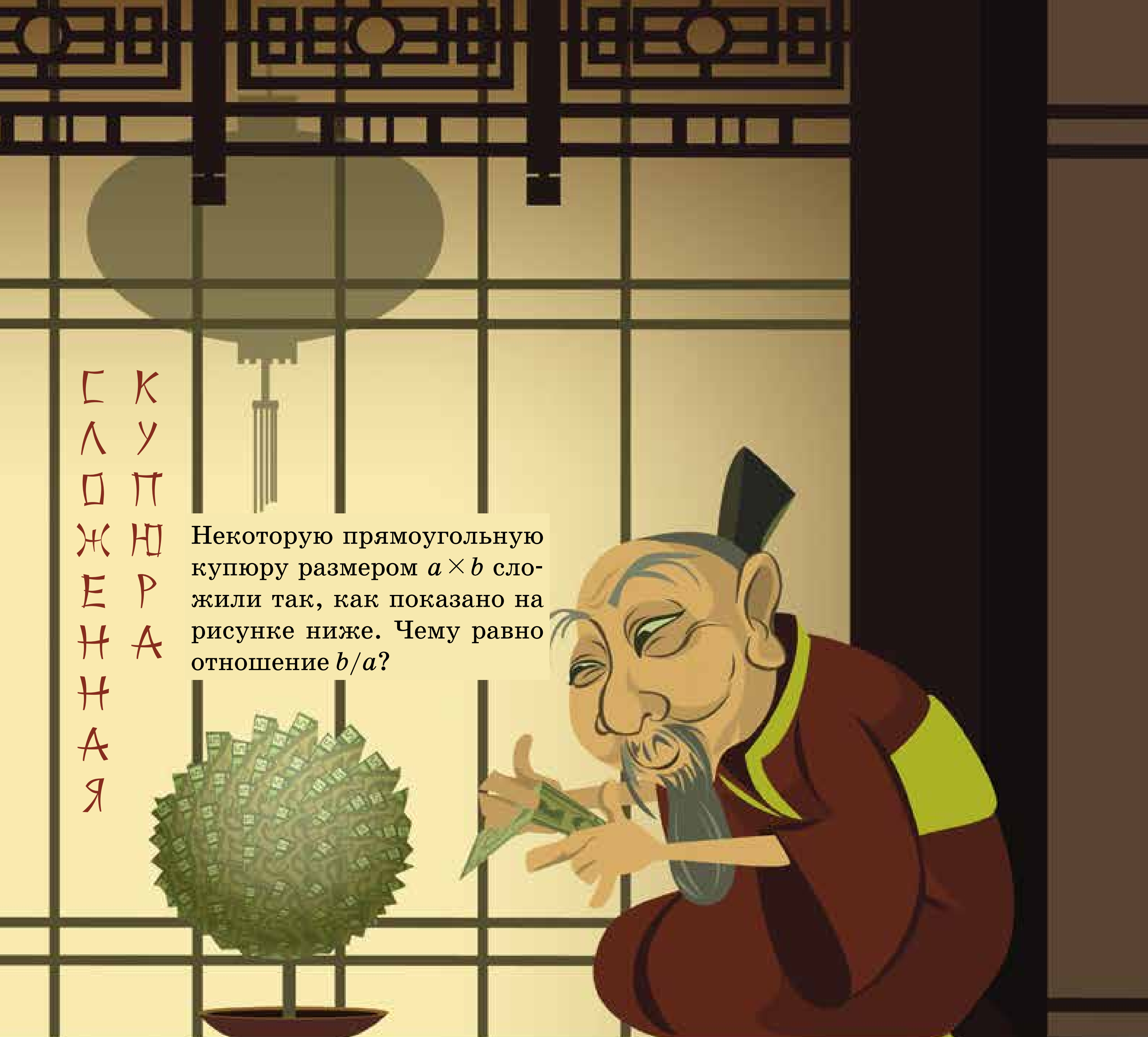
29. Если одну из сторон квадрата уменьшить на 4 см, а вторую увеличить на 5 см, площадь получившегося прямоугольника станет меньше площади квадрата. Уменьшится или увеличится площадь, если одну из сторон этого квадрата уменьшить на 1 см, а вторую увеличить на 2 см?

30. а) Двенадцать ребят решили сыграть в волейбол. На каждую игру тренер разбивает их на две команды по 6 человек. Он хочет провести несколько игр, чтобы в итоге каждый сыграл с каждым в одной команде. Какое наименьшее число игр потребуется?

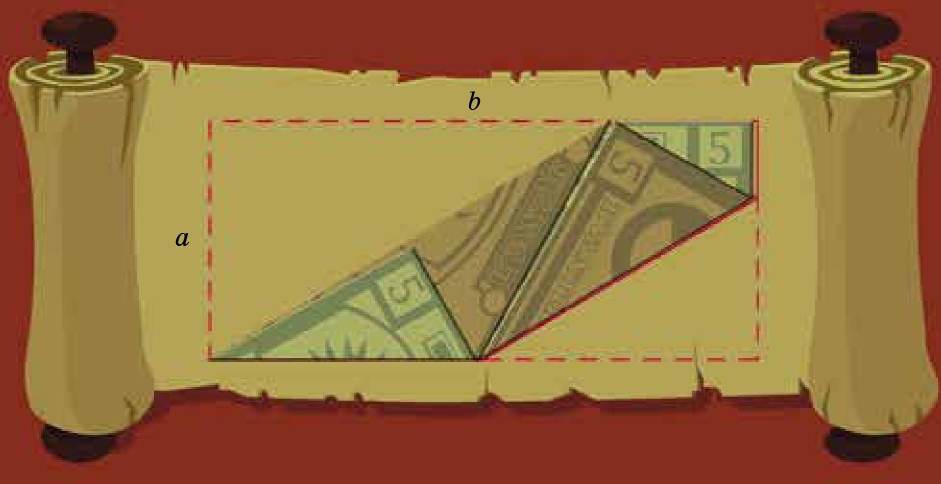
б) Тут прибежало ещё 10 человек, и ребята решили сыграть в футбол. Теперь тренер разбивает их на две команды по 11 человек и снова хочет провести несколько игр, чтобы в итоге каждый сыграл с каждым в одной футбольной команде. Какое наименьшее число игр потребуется?

Художник Николай Крутиков

Сложенная купюра



Некоторую прямоугольную купюру размером $a \times b$ сложили так, как показано на рисунке ниже. Чему равно отношение b/a?



ISSN 2227-7986
16006

Автор Михаил Евдокимов
Художник Евгения Константинова